

СТА Н О В И Щ Е

на проф. д.м.н. Павел Сергеев Симеонов

относно дисертационния труд с автор **Любомир Петров Георгиев** на тема: „Някои приложения на неподвижни точки в метрични и равномерни пространства” за придобиване на образователната и научна степен „доктор”

Област на висше образование: 4. Природни науки, математика и информатика; Професионално направление: 4.5. Математика; Докторска програма: Математически анализ

1. Актуалност на проблема

При доказателството на теореми за съществуване и единственост на решението на различни уравнения често се прилага методът на неподвижните точки, който се осъществява по следната схема:

- Разглежданото уравнение предварително се преобразува в уравнение от вида

$$(1) \quad x = T(x),$$

където $T: X \rightarrow X$ е оператор, действащ в подходящо избрано топологично пространство X , а решението $x \in X$ на уравнение (1) се нарича неподвижна точка на оператора T ;

- С прилагането на подходяща теорема за неподвижна точка се доказва, че операторът T има неподвижна точка $x = x^*$, която е решение на изходното уравнение;

- Някои от теоремите за неподвижни точки посочват условия, при които неподвижната точка x^* е единствена и обосновават възможността за приближено намиране на x^* чрез редицата от последователни приближения $x_n = T(x_{n-1})$, $n=1,2,\dots$, където $x_0 \in X_0 \subset X$ е началното приближение.

Класически пример за това е теоремата на Банах [26] за съществуване и единственост на неподвижна точка на свиващ оператор в метрично пространство, с чиято помощ се доказва теоремата за съществуване и единственост на решението на задачата на Коши за обикновени диференциални уравнения.

Във връзка с прилагането на метода на неподвижните точки възникват проблеми, свързани с: избора на оператора T , т.е. на уравнение (1), избора на пространството X , в което T действа, избора на началното приближение x_0 , избора на подходяща теорема за неподвижна точка, която ще се приложи и проверка на условията за нейното прилагане.

В дисертационния труд се решават проблемите, свързани с прилагането на метода на неподвижните точки при изследването на различни уравнения, срещащи се в различни приложни математически задачи. Ето защо разглежданите в дисертацията въпроси са съпътствани с преодоляване на посочените по-горе проблеми и прави изследването особено актуално.

Целта на дисертационния труд е да се решат някои нелинейни математически задачи – част от изследването на нелинейни модели (от електротехниката, автоматичното управление и др.), при които е приложен методът на неподвижни точки, като се определят подходящи функционални пространства (снабдени с подходящи метрики или семейства от псевдометрики) и се намерят достатъчни условия за съществуване на неподвижни точки на изображения, действащи в тези пространства.

Тази цел се достига с решаването на шест задачи. Поставените задачи отговарят напълно на основната цел и са добре формулирани.

2. Обща характеристика на дисертационния труд

Дисертационният труд има увод, три глави, заключение и библиография.

Библиографията включва 132 заглавия, от които 27 на кирилица и 105 на латиница. Общият обем на дисертацията е 120 стр., от които 65 стр. основен текст. Списъкът на авторските публикации по темата включва 5 заглавия.

Литературният обзор е подробен и показва задълбочените знания на дисертанта в областта на функционалния анализ.

Собствените проучвания и разработки на автора се състоят в следното:

- Доказано е съществуването на единствено решение на едно функционално уравнение в подходящо пространство от непрекъснати и ограничени функции, което позволява извод за разрешимост и на съответната система от функционални уравнения, която възниква при изследване на модела на една нелинейна верига с резистивни елементи с $V - I$ характеристики от полиномен тип (Теорема 2.1.1);

- С принципа на Банах е доказано съществуването на единствено решение (в намереното подходящо пространство от наредени двойки от непрекъснати реални функции) на задачата на Коши за система от две диференциални уравнения от втори ред, което е необходимо при качественото изследване на един модел на движение на ротационен феромагнитен елипсоид, поставен в общо положение във въртящо се с постоянна ъглова скорост хомогенно магнитно поле (Теорема 2.2.1);

- С метода на неподвижните точки в равномерни пространства са доказани съществуване и единственост на решение на задача с начални условия на едно интегро-диференциално уравнение с отклонения на аргумента от неутрален тип, което възниква при разглеждане на схема с обратна връзка за обект на управление (Теорема 2.3.1 и Теорема 2.3.2);

- Намерени са подходящи равномерни пространства и достатъчни условия за получаване на два резултата за съществуване на решения (в обобщен смисъл) при анализиране на една задача на Гурсà за хиперболично уравнение с отклоняващи се аргументи от неутрален тип (Теорема 3.1.1 и Теорема 3.1.2);

- Намерени са достатъчни условия за съществуване на решение (в смисъл на реална вектор-функция с абсолютно непрекъснати координатни функции) на една система от диференциални уравнения с максимуми (Теорема 3.2.2);

- Получени са теорема за съществуване на неподвижна точка (Теорема 1.3.5) и достатъчни условия за съществуване на решения на интегрални уравнения от волтеров тип, в които участващите функции се дефинират в напълно регулярно хаусдорфово пространство и изобразяват неговите елементи в банахово пространство (Теорема 3.3.4).

При решаване на задачите от дисертацията авторът умело се справя с възникналите проблеми по преобразуването на изследваното уравнение към уравнение от вида (1), с избора на метрично или равномерно пространство от функции, в което това уравнение се разглежда, за да се приложи подходяща теорема за неподвижна точка.

3. Характеристика и оценка на приносите в дисертационния труд

Приносите в дисертацията са теоретични и приложни.

Приемам, че всички приноси на автора са негово лично дело.

Постигнатите научни и приложни резултати, са отразени в пет основни труда, свързани с дисертацията. Една от статиите е в списание с импакт-фактор:

5. Angelov V., H.Kiskinov, A.Zahariev, L.Georgiev *On a fixed point theorem in uniform spaces and its application to nonlinear Volterra type operators*. Fixed Point Theory: An International Journal on Fixed Point Theory, Computation and Applications (*accepted for publication*), ISSN: 1583-5022; 2066-9208(e). **(2014(2015) Impact factor: 1.000)**

Статията [44] е цитирана в монографията [25] и в пет статии на други автори.

Авторът има участие в седем научно-изследователски проекти.

Авторефератът отразява правилно същността на направеното проучване и отговаря на изискванията.

4. Критични бележки и коментари

Нямам критични бележки и коментари. Уверен съм, че докторантът ще продължи изследванията на нови класове уравнения с прилагането на методите на функционалния анализ.

5. Заключение

В заключение мога убедено да заявя своята **положителна оценка** на разработения дисертационен труд на тема „Някои приложения на неподвижни точки в метрични и равномерни пространства”, който съответства по форма и съдържание на изискванията за дисертация за получаване на образователната и научна степен „доктор”. Представените материали и дисертационни резултати напълно съответстват на специфичните изисквания на Факултета по математика и информатика при ПУ „Паисий Хилендарски“ по ПРАС на ПУ. Като имам предвид актуалността и голямата практическа приложимост на получените резултати и убедеността ми, че те са лично дело на автора, препоръчвам на уважаемите членове на Научното жури да присъдят на **Любомир Петров Георгиев** образователната и научна степен „доктор” по област на висше образование: **4. Природни науки, математика и информатика;** професионално направление: **4.5. Математика;** докторска програма: **Математически анализ.**

19.04.2016, София

Член на журито:.....
(проф. д.м.н. Павел Симеонов)