

СТАНОВИЩЕ

от д-р Ангел Борисов Дишлиев, професор в ХТМУ-София

на дисертационен труд за присъждане на образователната и научна степен
„доктор“

Област на висше образование: 4. Природни науки, математика и информатика;

Професионално направление: 4.5. Математика;

Докторска програма: Математически анализ;

Автор на дисертационния труд: Любомир Петров Георгиев, докторант на самостоятелна подготовка към катедра „Математически анализ“, Пловдивски университет „Паисий Хилендарски“ (ПУ);

Тема: Някои приложения на неподвижни точки в метрични и равномерни пространства;

Научни ръководители: проф. д-р Андрей Иванов Захариев – ПУ и проф. д-р Васил Георгиев Ангелов – Минно-геоложки университет „Св. Иван Рилски“ (МГУ)

При изготвяне на моето становище ще се придържам към образеца, представен на страницата на ПУ.

1. Общо представяне на процедурата и дисертанта

От 1988 г. досега г-н Л. Георгиев е водил упражнения по математика на студентите от МГУ. Заемал е академичните длъжности „асистент“, „старши асистент“ и „главен асистент“. Съгласно действащото законодателство в момента той заема длъжността „асистент“. През 1987 г. завършва магистърска степен на образование във Факултета по математика и информатика на Софийския университет „Св. Климент Охридски“. Притежава квалификация „Математик“ и специализация „Диференциални уравнения“. Научните му интереси са в областта на: фундаменталната и качествена теория на диференциалните уравнения, приложен функционален анализ, уравнения на математическата физика, теория на управлението, математически методи в механиката, електротехниката, физиката и др. Л. Георгиев е автор (досега) на 14 научни труда.

Представените документи за придобиване на научната степен „доктор“ са многобройни (порди което няма да ги изброявам). Ще отбележа, че те отговарят точно на специфичните изисквания на ПУ. Освен това, тези документи напълно доказват претенциите на дисертанта (с тяхна помощ се разсейват всякакви съмнения в достоверността на неговите твърдения за брой публикувани статии, цитирания и т.н.).

2. Актуалност на тематиката

Най-продуктивните „вечно съвременни методи“ във фундаменталната и качествена теория на нелинейните алгебрични уравнения, а също така и на различни класове диференциални и интегрални уравнения са различни варианти на метода на неподвижната точка. Тези варианти са подходящо адаптирани към съответните задачи. Поради тази причина различните модификации на метода на неподвижната точка са многобройни. В дисертацията варианти на метода на

неподвижната точка се прилагат за доказване на съществуването на единствени решения на класове нелинейни операторни уравнения. По същество такъв тип изследвания условно могат да се разбият на няколко последователни задачи:

- създаване на математически модел на изследваната задача от практиката;
- определяне на пространството, в което съществува решение на модела, и въвеждане на подходяща метрика;
- свеждане на модела до операторно уравнение, решението на което е неподвижна точка на оператора;
- теоретично разработване на подходящ вариант на метода на неподвижната точка, който е адекватен на разглежданото операторно уравнение и пространството, в което се търси решението (установяване на достатъчни условия за съществуване на неподвижна точка);
- практическо прилагане на метода към конкретната задача (проверяване на съответните ограничения, гарантиращи съществуване и единственост на решенията);
- намиране на адекватни процедури (в общия случай итерационни) за приближено търсене на конкретните решения;
- оценка на грешката (ред на сходимост) и др.

Посоченият по-горе алгоритъм, както е посочил авторът на дисертацията, е актуален през последните стотина години.

3. Познаване на проблема

Дисертантът е добре запознат с основните резултати, посветени на изследвания проблем (неподвижни точки и техните приложения при решаване на операторни уравнения). Същевременно ще отбележа, че пълното познаване на изследванията по този въпрос е непосилно за един учен. По темата са публикувани хиляди научни трудове, от които повече от стотина монографии. Считам, че Любомир Георгиев познава съвременното състояние, степента на развитие, основните нерешени задачи, специфичните трудности и др. подобни проблеми, които възникват при изучаване на итерационните методи за намиране на решенията на различни класове уравнения с помощта на модифицирани и адаптирани методи на неподвижна точка. Убеден съм, че той може да поставя и разрешава нови математически задачи от посоченото научно направление (това е важно изискване при придобиването на образователната и научна степен „доктор“). Сигурен съм, че е усвоил идеите, формулирани и разработени в основополагащите научни трудове, изследващи тази важна за теорията и практиката тема. Безспорен принос в неговите компетенции са изиграли и научните му ръководители, за които определено може да се твърди, че са признати специалисти в тази област. От направения в първата глава на дисертацията общ обзор и анализ на предходните изследвания по изучавания въпрос, както и от съответната „пестеливо подбрана“ цитирана литература е ясно, че той познава отлично трайно установените ключови твърдения, които успешно прилага и обобщава в дисертационния труд.

4. Методика на изследването

С помощта на методите на реалния и функционалния анализ се постигат формулираните цели и решават конкретните задачи в дисертационния труд. С тяхна помощ се конструират съответните операторни уравнения и се намират техните неподвижни точки. Дефинират се съответните итерационни процедури от типа на

Пикар и се дава оценка на грешката при замяна на търсеното единствено решение чрез неговото поредно приближение.

5. Характеристика и оценка на дисертационния труд и приносите

Във втора глава се разглеждат три известни модела от електротехниката.

Най - напред се изследва нелинейна електрическа верига с резистивни елементи. Изходният модел представлява система нелинейни алгебрични уравнения, които се получават като следствие от съответните уравнения на равновесие, свързани със силата и напреженията на тока. Решението на системата (от седем уравнения) се свежда до решаването на едно нелинейно уравнение с една неизвестна функция. Към уравнението се прилага класическия принцип на свиващия оператор на Банах, гарантиращ съществуване на единствена неподвижна точка (която е и решение) на съответното операторно уравнение. Основната теорема съдържа уточняващи ограничения за установяване на качествата на съответния свиващ оператор.

Следващият модел, който се разглежда в дисертацията, е на движението на ротационен феромагнитен елипсоид във въртящо се хомогенно магнитно поле. Моделът се описва със система от три диференциални уравнения от втори ред на Лагранж. Неизвестни са ъглите, като функции на времето, които са координати на състоянието на тялото. Съобразява се, че последното (трето) уравнение в моделната система е линейно диференциално уравнение от първи ред относно третия от ъглите, при условие, че останалите два ъгъла са известни (като функции на времето). Следователно решаването на изходната система се свежда до решаването на система от две нелинейни диференциални уравнения от втори ред. За последната система се намира еквивалентна операторна система, неподвижната точка на която е търсената двойка ъгли (чрез които с помощта на третото уравнение се определя и третият ъгъл). Пространствата, в които се разглеждат операторите на системата, са различни (имат съответно вида $B \times B$ и B). Дефинират се с помощта на подходящо множество B от непрекъснати функции. По-конкретно,

$$B = \{f \in C[0, \infty); |f(t)| \leq C.e^{\lambda t}, t \geq 0\},$$

където константите C и λ са подходящо избрани. Въведени са норми в B и $B \times B$. Решението се получава с принципа на свиващите оператори на Банах.

В последния параграф на втора глава, обект на изследване е уравнение от теория на автоматичното управление. Моделът представлява сравнително общо интегро-диференциално уравнение със закъсняващ аргумент от неутрален тип. Изследва се начална задача за това уравнение с и без условие за съгласуване. В случая на отсъствие на условието за съгласуване са представени условия за съществуване на единствено решение на разглежданата начална задача. Решението е непрекъснато диференцируемо в множеството $M = R \setminus \{nk; n = 0, 1, \dots\}$, където k е постоянното закъснение на аргумента. В случая на съгласуване, множеството $M = R$. Със задоволство ще отбележа, че посоченият резултат е получен с помощта на теореми за неподвижни точки в равномерни пространства с автор проф. В. Ангелов. Свиващото изображение е дефинирано в равномерно пространство от вида (X, A) , където търсената функция принадлежи на функционалното множество

$$X = \{x \in C(R), x(t) = g(t), t \leq 0\}.$$

Тук g е началната функция на решението. Семействата от псевдометрики $A = \{\rho_K, K \in \alpha\}$, където α се състои от всички компактни подмножества на R , се дефинира чрез равенствата

$$\rho_K(u, v) = \sup \{e^{-\lambda t} |u(t) - v(t)|; t \in K\}, \text{ където } u, v \in X.$$

В горното равенство константата λ е специфична и подходящо избрана.

В трета глава адаптирани методи на неподвижната точка в равномерни пространства се прилагат към различни класи диференциални уравнения.

Най-напред се разглежда общ вариант на хиперболично частно диференциално уравнение с няколко различни закъсняващи аргументи и с условия от типа на Гурса. Търси се абсолютно непрекъснатата функция на два аргумента $u = u(x, y)$, която в квадранта $R^+ \times R^+$ удовлетворява уравнението, а при $(x, y) \in (R \times R) \setminus (R^+ \times R^+)$ съвпада с предварително зададена функция ψ , т.е. $u(x, y) = \psi(x, y)$. Чрез естествени преобразувания задачата на Гурса се свежда до еквивалентно операторно уравнение относно функцията $v(x, y) = u_{xy}(x, y)$. Основните резултати се състоят в намирането на достатъчни условия, осигуряващи съществуване на решение на операторното уравнение в пространствата $L_{loc}^\infty(R^2)$ и $L_{loc}^p(R^2)$, $p > 1$. Условията са сравнително общи. Работата би спечелила, ако се покаже конкретният вид на условията за операторното уравнение в някои прости варианти на неговата дясна страна (например при отсъствие на част от аргументите на функцията F или при едно и също закъснение на аргументите на търсената функция). За тези опростени варианти е полезно (за читателя) да се разгледа сравнително прости примери (например с конкретна дясна страна на уравнението), при които да се изследват вида на конкретните условия (съответни на конкретните уравнения).

В следващия параграф се изследва нелинейна система диференциални уравнения с максимуми. Максимумът на търсената функция, който участва като аргумент на дясната страна на системата, се търси в интервал от вида $[g(t), t]$, където функцията g удовлетворява неравенството $g(t) \leq t$, $t \geq 0$. Разглежда се начална задача за тази система с подходящо избрана начална функция. След преобразуване на изходната диференциална система в съответната ѝ интегрална система (която може да се разглежда като операторно уравнение) са намерени достатъчни условия за съществуване на единствено решение (на операторното уравнение и оттам на изходната система).

В последния параграф на дисертацията се доказват теореми за съществуване на единствено решение на абстрактно интегрално уравнение от типа на Волтера. Подобни уравнения са изследвани от проф. А. Захариев, проф. Д. Байнов и проф. А. Мишкис. Особен интерес представлява интеграционната област на уравнението. Получените резултати в този параграф са сред най-силните в дисертацията.

6. Преценка на публикациите и личния принос на дисертанта

По темата на дисертационния труд дисертантът е публикувал пет научни труда. Ще направя следната класификация на тези трудове:

- 1.(във връзка с участието на дисертанта) Една от тези публикации е самостоятелна. Две са с още един съавтор. Една от публикациите е с трима автори и една е с четирима автори. В съвместните работи приемам участието на съавторите за еквивалентно.
- 2.(във връзка с типа на публикациите). Четири от трудовете са публикувани в научни международни списания, които са реферирани. Например, всичките тези четири публикации са отразени в авторитетното и специализирано в областта на математиката реферативно списание Zentralblatt MATH. Една от публикациите е поместена в сборник от доклади на конференция.
- 3.(във връзка с рейтинга на списанията) Една от работите ще бъде публикувана в списание с импакт фактор ($IF=1.000$). Статията е както следва:
Angelov V., Kiskinov H., Zahariev A., Georgiev L., On a fixed point theorem in uniform space and its applications to nonlinear Volterra operators, Fixed Point Theory, An International Journal of Fixed Point Theory, Computational and Applications.
- 4.(във връзка с отзвук на публикациите) Известни са 6 цитирания на една от тези публикации. По-късно може да се очакват и други цитирания, тъй като последната статия е все още под печат. Ще обърнем внимание на факта, че списанието (в което ще бъде публикувана последната работа на автора на дисертационния труд) е с висок рейтинг и би могло да се очакват цитирания на резултатите.
- 5.(във връзка с изпълнение на минимални изисквания) Минималните изисквания за придобиване на степента „доктор“ (съгласно специфичните изисквания в ПУ) са участие в процедурата с три публикации (по темата на дисертацията), които са публикувани в рецензирани издания, едно от които е списание. Видно е, че минималните изисквания са удовлетворени от кандидата.

7. Автореферат

Авторефератът заедно с библиографията е поместен на 32 стандартни страници. В началото са поставени целите на дисертацията и актуалността на разглежданите въпроси. Съдържа резюме на всички основни резултати в дисертационния труд и отразява напълно приносите на Любомир Георгиев. Отчетливо са формулирани поставените цели и конкретни задачи. Коректно е съобщено кои от задачите са обобщения на известни резултати и кои от тях са принципно нови. Основните понятия и твърдения в дисертацията са представени съответно под формата на дефиниции и теореми (без доказателства). Посочен е приложният аспект на теоретичните изследвания. На много места приложните модели са тясно свързани със съответните теоретични резултати. По този начин се дава възможност за дообмисляне на идеите в дисертационния труд.

В заключението се резюмират основните приноси. Даден е списък на публикациите на автора, свързани с дисертацията, и е посочена апробацията на постигнатите резултати.

Авторефератът е изготвен съгласно изискванията. Бих добавил, че е подготвен във форма, която позволява на читателя, който не е запознат с дисертацията, да придобие пълна представа за постигнатото в нея.

8. Препоръки за бъдещо използване на дисертационните приноси и резултати

Естествено е предложенията за по-нататъшни изследвания на дисертанта да отразяват личните предпочитания на препоръчващия. В такъв смисъл ми се струва, че е интересно методите на неподвижната точка да се разпространят и върху

специфичния клас на уравненията с импулси (при това с не фиксирани моменти на тяхното осъществяване). Както е известно, решенията на такива уравнения са прекъснати функции. Освен това, ако началната точка се променя, то се променят и моментите на импулсните смущения (точките, в които имаме прекъсване на решението). Основната трудност е свързана с дефиниране на разстояние между различните решения, а от там и определяне на пространството, в което се дефинира съответното операторно уравнение. По мое мнение, най-подходящо е използването на Хаусдорфовото разстояние между графиките на различните решения. Препоръчвам изследването на споменатия клас диференциални уравнения по две причини: Първо, подобни резултати в общия случай ще са нови и ще предизвикат научен интерес. Второ, споменатият клас уравнения е с широки приложения (практически с тяхна помощ се описва всеки реален динамичен процес, който е подложен на кратковременни външни въздействия).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Получените резултати в дисертационния труд и направените по-горе в становището коментари ми дават основание да направя следните изводи:

1. Дисертационният труд съдържа теоретични изследвания (в областта на неподвижните точки на оператори в метрични и равномерни пространства), част от които са новост, а друга част развиват и обогатяват реалния и функционалния анализ. Те са оригинален принос на дисертанта и представляват сериозен научен интерес;
2. Дисертационният труд съдържа нови приложни итерационни методи във важни направления на нелинейния приложен анализ. По този начин се илюстрира полезността на получените от Любомир Георгиев теоретични резултати. Представените в дисертационния труд твърдения са полезни както за учените, които се занимават с теоретични проблеми в анализа, така и за учените, които прилагат съответни математически методи за решаване на аналогични задачи;
3. Достиженията в дисертационния труд отговарят на изискванията на Закона за развитие на академичния състав в Република България (ЗРАСРБ), Правилника за прилагане на ЗРАСРБ и Специфичните изисквания на ФМИ при ПУ за придобиване на образователната и научната степен "доктор".

Поради посочените по-горе факти оценявам „**положително**” изследванията в дисертационния труд.

Предлагам на научното жури **да присъди** образователната и научната степен “доктор” на Любомир Петров Георгиев:

Област на висше образование: 4. Природни науки, математика и информатика;

Професионално направление: 4.5. Математика;

Научна специалност: Математически анализ.

10. 05. 2016 г.

Изготвил становището:

проф. д-р Ангел Дишлиев