

СТАНОВИЩЕ

от проф. д-р Петко Димитров Проинов

за дисертационния труд

на тема „Теорема за съществуване и апроксимиране на неподвижни точки

в K -метрични пространства“

с автор Иванка Андреева Николова

за придобиване на образователната и научна степен „доктор“ по

област на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика;

професионално направление 4.5. Математика;

докторска програма Математически анализ

Със заповед РЗЗ-465/03.02.2015 г. на Ректора на Пловдивския университет „Паисий Хилендарски“ съм определен за член на научното жури във връзка с процедурата за защита на дисертационния труд на тема „Теорема за съществуване и апроксимиране на неподвижни точки в K -метрични пространства“ за придобиване на образователната и научна степен „доктор“ по област на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика; професионално направление 4.5. Математика; докторска програма Математически анализ от Иванка Андреева Николова – докторант на самостоятелна подготовка към катедра „Математически анализ“ на Факултет по математика и информатика при Пловдивски университет „Паисий Хилендарски“.

1. Актуалност и цел на дисертационния труд

Дисертационният труд на Иванка Николова е посветен на някои проблеми от метричната теория на неподвижните точки. Тази тематика се развива изключително интензивно през последните 45 години. Към настоящия момент се издават няколко научни списания с импакт фактор, посветени специално на теорията на неподвижните точки. През 1974 сръбският математик Любомир Чирич публикува в *Proceedings of the American Mathematical Society* обобщение на известния принцип на Банах за свиващите изображения, като въвежда класа на квазисвиващите изображения. Едно изображение $T : X \rightarrow X$ на метрично пространство (X, d) се нарича квазисвиващо, ако

$$d(Tx, Ty) \leq \lambda \max\{d(x, y), d(x, Tx), d(y, Ty), d(x, Ty), d(y, Tx)\}$$

за всички $x, y \in X$, където $0 \leq \lambda < 1$ е константа.

Чирич доказва, че всяко квазисвиващо изображение в пълно метрично пространство притежава единствена неподвижна точка и че за всяка начална точка итерационната редица на Пикар е сходяща към неподвижната точка със същата оценка на грешката, както в теоремата на Банах. Работата на Чирич предизвиква множество изследвания на тази тема, публикувани в реномирани научни списания. Целта на дисертационния труд на Иванка Николова е да се изследват квазисвиващи изображения в K -метрично пространство над телесно векторно пространство. Затрудненията започват още от проблема за намиране на подходяща дефиниция. Първата дефиниция за квазисвиващите изображения в K -метрично пространство е дадена през 2009 г. от

Илич и Ракочевич. През 2011 година Джунг подобрява тяхната дефиниция, като използва понятието изпъкнала обвивка. Изображение $T : X \rightarrow X$ на K -метрично пространство (X, d) над телесно векторно пространство (Y, \preceq) се нарича квазисвиващо, ако

$$d(Tx, Ty) \preceq \lambda \text{co}\{d(x, y), d(x, Tx), d(y, Ty), d(x, Ty), d(y, Tx)\}$$

за всички $x, y \in X$, където $0 \leq \lambda < 1$ е константа. Тук неравенство се разбира в смисъл, че векторът $d(Tx, Ty)$ е \preceq от поне един вектор от множеството в дясната страна. В периода 2007-2013 г. са публикувани стотици научни статии в реномирани научни списания, посветени на темата на дисертационния труд. Част от тези резултати са подобрени в дисертационния труд.

2. Научни приноси на дисертационния труд

Проблемите, които са решават в дисертационния труд на Иванка Николова могат да се групират в три групи:

- Апроксимиране чрез итерационния процес на Пикар на неподвижни точки на квазисвиващи изображения на K -метрично пространство.
- Теорема за съществуване на общи неподвижни точки и на точки на съвпадане на няколко изображения на K -метрично пространство.
- Апроксимиране чрез итерационния процес на Джунг на общи неподвижни точки и точки на съвпадане на няколко изображения на K -метрично пространство.

Получените научните резултати в дисертационния труд представляват оригинален принос в теорията на неподвижните точки и в теорията на апроксимациите.

Най-важните научните научни приноси в дисертационния труд са:

- Получена е теорема за сходимост на итерационния процес на Пикар за апроксимиране на неподвижни точки на квазисвиващи изображения на K -метрично пространство (Теорема 1.17). Получената теорема допълва резултатите на Жанг (2011), Динг, Йованович, Каделбург и Раденович (2013) и други с оценки на грешката и с локализационна формула за неподвижната точка.
- Получена е теорема за сходимост с оценки на грешката на (T, S) - f -итерационния процес на Джунг за апроксимиране на общи неподвижни точки на 3 изображения, на K -метрично пространство, удовлетворяващи специален вид квазисвиващо условие (Теорема 3.5). Получената теорема подобрява и допълва резултати на Азам, Аршад и Ветро (2009), Беринде (2010), Олалеру (2011), Динг, Йованович, Каделбург и Раденович (2013) и други.
- Получена е теорема за сходимост с оценки на грешката на (T, S) - f -итерационния процес на Джунг за апроксимиране на общи неподвижни точки на 3 изображения на K -метрично пространство, удовлетворяващи квазисвиващо условие, при условие че $\lambda \in [0, \frac{1}{2})$ (Теорема 3.10). Получената теорема подобрява и допълва резултата на Каделбург, Раденович и Ракочевич (2010). Остава открит въпросът дали теоремата е вярна при произволно $\lambda \in [0, 1)$.

Накрая ще отбележа, че в дисертационния труд за първи път в математическата литература са получени оценки на грешката за итерационния процес на Джунг.

Разгледаните по-горе научни приноси показват, че дисертационния труд напълно удовлетворява изискванията на чл. 6, ал. 3 на ЗРАСРБ за придобиване на ОНС „доктор“.

3. Научни публикации и автореферат

Основните резултати от дисертационния труд са публикувани в 3 научни статии в рецензирани списания, като една от статиите е публикувана в списание с импакт фактор (Journal of Inequalities and Applications, IF 0.768).

Съгласно специфичните изисквания на ФМИ при ПУ „Паисий Хилендарски“ кандидатът за придобиване на ОНС „доктор“ в професионалното направление 4.5. Математика, трябва да има поне 3 публикации в рецензирани издания, едно от които да е в списание. Несъмнено Иванка Николова напълно удовлетворява това условие.

Авторефератът отразява правилно съдържанието на дисертационния труд. Основните научни резултати от дисертационния труд са отразени в автореферата с техните пълни формулировки.

4. Заключение

Представеният дисертационен труд отговаря напълно на всички изисквания, условия и критерии по ЗРАСРБ, Правилника за прилагане на ЗРАСРБ, ПРАС на ПУ и специфичните изисквания на Факултет по математика и информатика при Пловдивски университет „Паисий Хилендарски“ по ПРАС на ПУ.

Оценката ми за дисертационния труд, автореферата, научните публикации и научните приноси на Иванка Андреева Николова е положителна.

Постигнатите резултати ми дават основание да предложа да **бъде присъдена образователната и научна степен „доктор“ на Иванка Андреева Николова** по област на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика; професионално направление 4.5. Математика; докторска програма Математически анализ.

26.03.2015 г.
гр. Пловдив

Подпис:
/проф. д-р Петко Проинов/