СТАНОВИЩЕ

от доц. д-р Андрей Стефанов Андреев

по процедура за защита на дисертационния труд на тема
„*Сходимост на итерационни методи от типа на Чебишов за едновременна апроксимация на нули на полиноми*”,
за придобиване на образователната и научна степен „*доктор*” от Слав Иванов Чолаков, докторант на самостоятелна подготовка към катедра „Математически анализ” на ФМИ на Пловдивския университет „Паисий Хилендарски”:
област на висше образование: 4. *Природни науки, математика и информатика*;
професионално направление: 4.5 *Математика*;
докторска програма: *Математически анализ*.

Със заповед Р33-3066 / 15.07.2014 на Ректора ПУ „Паисий Хилендарски” съм определен за външен член на научното жури по защитата, а на заседание на журито на 18.07.2014, Протокол № 1, съм избран да изготвя становище.

На диск са ми предадени 17 PDF файла, които дават пълна картина, както по отношение на процедурата по докторантурата, така и по съдържателната част (дисертация, автореферат, публикации).

Дисертацията съдържа 107 страници и се състои от Увод, Три глави, Заключение и Библиография. Накратко, дисертацията разглежда редица модификации на итерационния метод на Чебишов

$$x^{n+1} = x^n - \frac{f(x^n)}{f'(x^n)}\left(1 + \frac{1}{2}\frac{f(x^n)}{f'(x^n)}\frac{f''(x^n)}{f'(x^n)}\right),$$

за намиране на корен на уравнението $f(x) = 0$, когато този метод се прилага за намиране на корени на полиноми. Този метод има кубична скорост на сходимост в случай на прости нули, което го прави привлекателен, а в случай на m кратна нула, аналогично на метода на Нютон, модификацията,

$$x^{n+1} = x^n - \frac{m}{2}\frac{f(x^n)}{f'(x^n)}\left(3 - m + m\frac{f(x^n)}{f'(x^n)}\frac{f''(x^n)}{f'(x^n)}\right),$$

предложена от Обрешков, е също добре известна.

Увод:

- обоснована е актуалността на проблема;
- направен е преглед на развитието на методите за намиране на корените на полиноми и българският принос в тази област:
- формулирана е целта на дисертацията и в резюме са дадени получените нови разултати;
- въведени са основните означения, дефиниции и резултати, изполвани в дисертацията. Основната част от тях принадлежат на научния ръководител проф. Пройнов.

Първа глава:

- изследвана е локалната сходимост на метода на Чебишов за едновременно намиране на нулите на полином, притежаващ само прости нули. Доказани са два нови резултата. Локалната оценка на Макрелов

$$||x^k - \xi||_\infty \leq ch^{3^k}, ||x^0 - \xi||_\infty \leq ch,$$

за итеративния процес

$$x_i^{n+1} = x_i^n - \frac{f(x_i^n)}{f'(x_i^n)}\left(1 + \frac{f(x_i^n)}{f'(x_i^n)}\sum_{j\neq i}\frac{1}{x_i - x_j}\right), i = 1,2,\dots,n,$$

в случай на n прости корена на полинома f, е подобрена в теорема 1.4 и като следствие от нея следва оценката

$$||x^k - \xi||_p \leq ch^{3^k}, ||x^0 - \xi||_p \leq ch, 1 \leq p \leq \infty;$$

- подобна е локалната оценката в Теорема 1.5 (наречена от автора от Втори тип),

$$||x^k - \xi|| \leqslant \theta^k \lambda^{\frac{(3^k-1)}{2}} ||x^0 - \xi||;$$

- и в двата резултата са намерени достатъчни условия за коректност на итерационния процес.

Втора глава:

Тук съществено са използвани резултатите на проф. Пройнов, който създава обща теория за полулокална сходимост на итерационен процес. Тези идеи са използвани за намиране на нови оценки за скоростта на сходимост на метода на Чебишов при едновременно намиране на корените на алгебричен полином в случай на прости нули. През 2001 г. Петкович и Петкович намират достатъчно условие, което е неравенство, където участват операторът на Вайерщрас, породен от полинома и началното приближение. Това е компютърно проверяемо условие, което прави резултата важен от практическа гледна точка. Доказаните 8 леми в тази глава, показват добра математическа техника на автора и позволяват в Теореми 2.3 и 2.4 да се обобщат тези резултати и да се докажат:

- условия за сходимост и коректност на итерацията на Чебишов;
- априорни и апостериорни оценки на грешката;
- кубична скорост на сходимост (това е естествено), тук по-скоро е интересен вида на оценката, съдържаща два множителя като функция на итерацията;
- локализация на корените, т.е. намерено е достатъчно условие, при което полиномът има прости нули, принадлежащи на непресичащи се дискове.

Приведените четири числени примера, един е върху полином от степен 20, са добра илюстрация как Теорема 2.4 работи на практика. Численият пример 2.3 дава нагледна представа за близостта между корените и началните приближения, по-малка от 1 за всеки корен. Сигурен съм, че авторът разполага с примери, в които началните приближения са „твърде далече" от корените, но въпреки това методът на Чебишов запазва ефективността си. Обратното би било изненадващо.

Трета глава:

Изследва се сходимостта на метода на Чебишов за едновременно намиране на нулите на полином, когато кратностите им са известни. Авторът разглежда метода, предложен от Илиев и Семерджиев през 1999 г., които доказват при определена близост на началните приближения до корените, кубична скорост на сходимост в равномерна норма на метода на Чебишов за полином от степен $\boldsymbol{n}$ с корени $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_s$, съответно с кратности $m_1, m_2, \dots, m_s$, $m_1 + m_2 + \dots + m_s = \boldsymbol{n}$.

Основните резултати в тази глава са Теореми 3.2 и 3.3. В първата теорема са намерени условия, от които следва коректността на метода и кубичната скорост на сходимост. Интересно е следствието 3.1, в което оценката за сходимост е в $\boldsymbol{p}$ норма, $1 \leq \boldsymbol{p} \leq \infty$, т.е. при $\boldsymbol{p}=\infty$ това следствие обобщава резултата на Илиев и Семерджиев.

Пододобно на резултата в Теорема 1.5 оценката

$$||x^k - \xi|| \leqslant \theta^k \lambda^{\frac{(3^k-1)}{2}} ||x^0 - \xi||$$

в Теорема 3.2, при намерени изрази за θ и λ , позволява да се получат удобни условия за проверка на коректността и скоростта на сходимост на метода на Чебишов при едновременното намиране на кратни корени с известна отнапред кратност. Това е направено в Следствие 3.2.

Публикации, научни доклади, апробация на резултатите:

По дисертацията има 4 публикации в научни списания, (това са и всички публикации на докторанта). Две от тях са съвместни с проф. Пройнов, а общият им Импакт фактор е 1.771. Едната публикация е в чужбина - Applied Mathematics and Computation, ELSEVIER. Резултатите са докладвани на 4 научни форума, но за мене е по-важно, че те са известни на колегите на докторанта от ФМИ на ПУ, които работят активно в тази област и както е случаят с резултатите в Глава 3, те са получили основните резултати, които той е обобщил и подобрил в дисертацията.

Няма данни за цитиране на резултатите.

Докторантът участва в 2 научни проекта към НПД на ПУ.

Актуалност на резултатите и научни приноси на докторанта:

За актуалността на тематиката говори големият брой известни математици, както в миналото, така и сега, които активно работят в областта на численото пресмятане на корените на полиноми. Показателно е, че наред с редица български математици (между тях Обрешков, Дочев и др.), географията на този вид изследвания включва Германия, Китай, Япония, Франция, Италия, Сърбия и др.

От анализа, който направих по-горе за всяка глава, става ясно, че са получени нови, важни за компютърно приложение резултати, които подобряват редица известни и ползвани в практиката методи. Накратко може да се каже, че дисертацията е едно много добро изследване на възможностите и предимствата, които методът на Чебишов предоставя и богатството на идеи за развитие на този метод – случаи на прости корени, кратни корени, условия върху началните приближения и т.н.

Искам да почертая и факта, че докторантът очевидно е добре запознат със съвременното състояние на изследванията в разглежданата област.

Представеният дисертационен труд от докторанта Слав Чолаков покрива напълно специфичните изисквания за присъждане на образователната и научна степен „доктор”, приети на заседание на ФС на ФМИ при ПУ „Паисий Хилендарски“, проведено на 18 май 2011 г. (Протокол № 37/18.05.2011 г.). Всички изисквания са изпълнени, но ще спомена само условието, което считам за най-съществено:

III. Освен дисертационния си труд, кандидатът за получаване на степен представя публикации, отразяващи съществени части на труда, както следва:

1. ***За образователната и научна степен „доктор” в професионално направление 4.5 Математика – поне 3 публикации в рецензирани издания, едно от които да е списание.***

Забележки:

Нямам забележки по същество, но както и в предишни рецензии смятам, че макар и частично, но трябва да се атакува и по-трудния проблем за глобална сходимост на итерационните методи за едновременно намиране на корените на полином, а именно:

Множеството от начални приближения за методите от тип Вайерщрас-Дочев (Чебишов и др.), за които методът е разходящ, има мярка нула.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ:

Въз основа на казаното по-горе считам, че дисертационният труд на докторанта Слав Иванов Чолаков напълно отговаря на условията залегнали в:

Глава втора: ПРИДОБИВАНЕ НА ОБРАЗОВАТЕЛНАТА И НАУЧНА СТЕПЕН "ДОКТОР" и НАУЧНАТА СТЕПЕН "ДОКТОР НА НАУКИТЕ" (ЗАКОН за развитието на академичния състав в Република България, обн., ДВ, бр. 38 от 21.05.2010 г.; изм. с Решение № 11 на Конституционния съд на РБ от 5.10.2010 г. - бр. 81 от 15.10.2010 г.; изм. и доп., бр. 101 от 28.12.2010).

Оценката ми за дисертационния труд, автореферата, научните публикации и научните приноси на Слав Иванов Чолаков е положителна.

Предлагам на Уважаемото Научно жури да присъди на магистър Слав Иванов Чолаков образователната и научна степен „доктор" - област на висше образование: 4. *Природни науки, математика и информатика*; **професионално направление:** 4.5 *Математика*; **докторска програма**: *Математически анализ*.

26.08.2014

С уважение:

/доц. А.Андреев/