

РЕЦЕНЗИЯ

от проф. д-р Николай Веселинов Кюркчиев
Пловдивски университет „Паисий Хилендарски”
за дисертационния труд

на тема: „Локална и полулокална сходимост на едноточковия и двуточковия метод на Вайершрас за апроксимация на нули на полиноми“

с автор: Милена Димова Петкова

за придобиване на образователната и научна степен „доктор” по:

област на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика;

професионално направление 4.5. Математика;

докторска програма Математически анализ.

Със заповед No P33–855/28.02.2014 г. на Ректора на Пловдивския университет „Паисий Хилендарски“ съм определен за член на научното жури във връзка с процедурата за защита на дисертационния труд на тема „Локална и полулокална сходимост на едноточковия и двуточковия метод на Вайершрас за апроксимация на нули на полиноми“ за придобиване на образователната и научна степен „доктор“ по: област на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика; професионално направление 4.5. Математика; докторска програма Математически анализ от Милена Димова Петкова – редовен докторант към катедра „Математически анализ“ на Факултет по математика и информатика (ФМИ) при Пловдивски университет „Паисий Хилендарски“.

Получил съм следните документи:

1. Молба от ас. Милена Димова Петкова до Ректора на ПУ „Паисий Хилендарски“;
2. Дисертационен труд с декларация за оригиналност;
3. Автореферат;
4. Заповед № P33-396/17.02.2010 на Ректора на ПУ „Паисий Хилендарски“ за записване в редовна докторантура с научен ръководител проф. д-р Петко Проинов – ФМИ на ПУ;
5. Заповед № P33-748/23.03.2010 на Ректора на ПУ „Паисий Хилендарски“ за определяне темата на дисертацията;
6. Заповед № 37/28.10.2011 за назначаване на комисия за провеждане на изпит за докторантски минимум от индивидуалния учебен план;
7. Протокол от 14.11.2011 за успешно издържан изпит за докторантски минимум;

8. Заповед № Р33-4088/19.10.2012 на Ректора на ПУ „Паисий Хилендарски“ за промяна на темата на дисертационния труд;
9. Заповед № Р33-689/21.02.2013 на Ректора на ПУ „Паисий Хилендарски“ за отчисляване на Милена Петкова от докторантура с право на защита, считано от 01.03.2013;
10. Протокол № 1/20.01.2014 от КС за откриване на процедура за предварително обсъждане на дисертационния труд;
11. Заповед № Р33-341/27.01.2014 на Ректора на ПУ „Паисий Хилендарски“ за разширяване на КС във връзка с предварително обсъждане на дисертационния труд;
12. Протокол № 3/17.02.2014 от КС от предварителното обсъждане на дисертационния труд;
13. Автобиография по европейски формат;
14. Диплома за образователно-квалификационна степен – магистър; серия ПУ-2006, No 020030, регистрационен No 208 от 07.07.2006;
15. Декларация за оригиналност и достоверност на приложените документи;
16. Справка за спазване на специфичните изисквания на ФМИ при ПУ „П. Хилендарски“, съгласно чл. 36 (1), т. 9 от ПРАС на ПУ за придобиване на образователна и научна степен – доктор;
17. Служебна бележка с изх. No НПД 329/07.02.2014 от поделение на НПД при ПУ за участие в научноизследователски проекти;
18. Пълен списък на научните трудове;
19. Списък на научните публикации по темата на дисертационния труд;
20. CD с всички документи.

1. Обща характеристика на дисертационния труд и материалите по процедурата

Представеният дисертационен труд на Милена Димова Петкова е с обем от 104 страници. Състои се от увод, три глави, заключение и библиография от 79 заглавия.

Тематиката и съдържанието на дисертационния труд съответстват напълно на професионалното направление и специалността.

Всички съпътстващи документи съответстват на законовите положения по процедурата за защита на дисертационен труд за придобиване на образователната и научна степен „доктор“.

2. Актуалност на изследването. Характеристика и оценка на дисертационния труд и приносите

Дисертационният труд на Милена Петкова е посветен на детайлното прецизиране на итерационния алгоритъм на Weierstrass и негови модификации по отношение на областта на сходимост и приложимост на тези процедури – една изключително интересна и важна задача в тази на пръв поглед класическа, но вечно актуална тематика.

Основните приноси в дисертационния труд на Милена Петкова са в следните направления:

А. Изследвания върху класическия метод на Weierstrass:

1. нова теорема за локална сходимост на метода (с получени априорни и апостериорни оценки за грешката), с което се прецизира областта на приложимост на този класически и най-често използван на практика метод за едновременно намиране на всички прости нули на алгебричен полином и са подобрени съществуващите резултати, получени от плеяда изследователи през последните 50 години;
2. нова теорема за полулокална сходимост на този алгоритъм с така наречените „компютърно проверяеми начални условия” (тематика, която успешно се разработва от проф. д-р П. Проинов и негови ученици), с което се открива отличната възможност за естествен „стоп-критерий” на итерационната процедура за достигане на зададената от потребителя точност ϵ , както и за „компютърна констатация” за реда на сходимост на този алгоритъм за конкретния полином и зададения вектор от начални приближения.

Б. Изследвания върху аналог на класическия метод на Weierstrass използващ два вектора от начални апроксимации, накратко двуточков алгоритъм:

1. нова теорема за локална сходимост на двуточковия метод (с получени априорни и апостериорни оценки за грешката), с което се прецизира полученият през 1996 г резултат на Kanno, Kyurkchiev, Yamamoto;
2. нова теорема за полулокална сходимост на двуточковия алгоритъм с „компютърно проверяеми начални условия”, с възможности за елегантни приложения (вж. т.А).

Глава 1 е посветена на изследвания върху метода на Вайерщрас (преоткрит през годините от Дюран, Дочев, Кернер, Прешич и др.) за намиране на всички прости нули на алгебричен полином (направление А., т. 1).

След стойностен обзор и въведение в състоянието на проблематиката (параграф 1.1) и разглеждането на основни свойства, дефиниции и теореми от теорията на нормираните полета (параграф 1.2), докторантката формулира основния си резултат в Теорема 1.4.

Доказателството на тази теорема се базира на следните Лема 1.6 – 1.9 (най-съществена е Лема 1.9 с доказването на важните неравенства (1.12)).

При условието (1.16) – подходящ избор на функция на началните апроксимации са доказани: а) квадратична сходимост на метода на Вайерщрас, както и б) априорна и в) апостериорна оценка за грешката.

Величината $R(n,p)$ от тази теорема играе важна роля при прецизиране областта на сходимост на тази класическа процедура.

С използваната техника се получават желаните (вж. Цел 1 на дисертационния труд) подобряване на резултатите на Дочев.

Много важна за потребителите е и двустранната оценка за $R(n,p)$, получена в Лема 1.10.

Обект на разглежданията в тази Глава 1 са резултатите формулирани в Следствие 1.1 на Теорема 1.4, с които се подобрява известния резултат на Кюркчиев-Марков (формулирано като Следствие 1.2).

В приложеното Следствие 1.3 са получени обобщение и подобрение на една теорема, която в литературата се свързва са имената на Хопкинс, Маршал, Шмид и Злобек (1994).

Изследванията в тази глава приключват с доказателството, че известната теорема на Хан (2000) се явява следствие от доказаната Лема 1.9.

Полученият резултат е поместен в Следствие 1.4.

В условното направление А., т. 2 (Глава 2.), докторантката провежда изследвания върху полулокалната сходимост на метода на Вайерщрас за едновременно намиране на нулите на полиноми над произволно нормирано поле.

Ще отбележа, че първият резултат в тази насока получава Прешич през 1980 г. и повече от 30 години редица автори формулират теореми от такъв тип сходимост при различни вектори от начални апроксимации (по-известни резултати на Ченг, Петкович, Ванг, Чао, Херцег, Илич, Батра, Хан и др.).

Сериозно придвижване в тази насока и подобряване на съществуващи резултати са получени от проф. П. Проинов през 2006 г.

Същественият резултат в тази глава е формулираната и доказана Теорема 2.6. Красивият резултат се базира на много добрия избор на подходяща функция на началните условия (продължение на идеите на проф. П. Проинов).

Като естествени следствия се явяват описаните по-горе приложения, а именно възможността за "стоп - критерий" и компютърно установяване на бързината на този класически метод.

Представлява определен интерес получаването на теорема за локална сходимост на изучавания двуточков алгоритъм, аналогична на така наречената от докторантката - „кратка теорема на Дочев" и в същото време да подобри споменатия единствен до този момент (1996) резултат (направление Б., т. 1 - Глава 3, параграф 3.2).

Формулираната и прецизно доказана Теорема 3.2 (базираща се на елегантната Лема 3.1) се явява и първи резултат в светлината на компютърно- проверяеми начални условия.

Основният резултат в този параграф се явява Следствие 3.3 на Теорема 3.3 (еквивалентна на Теорема 3.2), което доказва полученото подобрене на теорема 3.1 (резултат на Каппо и съавтори).

Поместени са и числени експерименти, които са в унисон с приведените теоретични резултати.

Изрично ще отбележа, че това са много важни разглеждания, предназначени за потребителите на такива числени алгоритми.

До този момент не е известна теорема за полулокална сходимост на двуточковия метод на Вайерщрас.

Изследванията в тази насока обуславят Цел No 4 на дисертационния труд (направление Б., т. 2 - Глава 3).

В параграф 3.3 е формулирана и доказана интересна и ефектна теорема за сходимост на двуточковия аналог на метода на Вайерщрас с компютърно проверяеми начални условия.

Основният резултат се базира на забелязаната от проф. Проинов (2012) тясна връзка между локални и полулокални теореми за сходимост на методи предназначени за едновременна апроксимация на нули на полиноми – от една страна и изследванията на докторантката в предходния параграф 3.2.

Формулираната Теорема 3.5 е коректна, което се констатира и от проведените числени експерименти в параграф 3.4.

3. Преценка на публикациите и личния принос на докторанта

Съгласно Специфичните изисквания на ФМИ при ПУ за придобиване на образователната и научна степен „доктор” в професионално направление 4.5 Математика, кандидатът трябва да има поне 3 публикации в рецензирани издания, едно от които да е списание.

Докторантката използва съществено в дисертационния си труд 3 публикации (съвместно с научния ръководител – проф. д-р Проинов) в следните авторитетни списания (с Impact Factor):

- Comptes Rendus de l'Academie Bulgare des Sciences, 66 (2013), 809-818;

- Journal of Complexity, 2013, <http://dx.doi.org/10.1016/j.jco.2013.11.002> ;

-Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics, 2013, <http://dx.doi.org/10.1007/s13160-014-0138-4>

с което са удовлетворени споменатите изисквания.

Изрично ще отбележа, че общият Impact Factor на публикациите по дисертационния труд е висок - $IF = 1.88$.

По време на докторантурата, Милена Петкова изнесе няколко доклада на вътрешен семинар (Научен семинар “Итерационни методи и неподвижни точки”, ФМИ при ПУ) и на Юбилейна национална научна конференция с международно участие „Традиции, посоки, предизвикателства”, Смолян, 19-21.10.2012 и личните ми впечатления за нея са отлични.

Ще отбележа, че ас. М. Петкова има още 2 публикации (съвместни) в други направления на приложната математика.

Активно участва в Научни проекти към НПД на ПУ (НИ11-ФМИ-004, 2011-2012; НИ13-ФМИ-002, 2013-2014 – вж. надлежно представената справка, No НПД 329/07.02.2014).

Считам, че е налице достатъчна публичност на резултатите на докторантката.

Ас. Милена Петкова притежава задълбочени знания и умения за провеждане на сериозни научни изследвания в областта на математическия анализ, обща и специална теория на итерационните процеси - техните специфични приложения, както и способности за самостоятелна научна работа и работа в екип.

4. Някои забележки и препоръки по представения Дисертационен труд:

1. В уводните бележки към дисертационния труд за двуточковия алгоритъм на Вайерщрас е приведена констатацията (вж. Yamamoto и съавтори), че този итерационен метод е ефективен при пресмятане на многократни корени. Би било добре, да се отбележи, че се открива възможността за визуалното констатиране на броя на итерационните редици, които клонят към някой корен на полинома, а с това и приблизителното определяне на кратността на всяка нула. Разбира се, това са разглеждания, които излизат извън рамката и целите на дисертационния труд, но биха спомогнали за още по-добрата защита на претенциите за актуалността на предлаганите резултати и колко важно за потребителя на такива методи са компютърно проверяемите начални условия от доказаните теореми, особено когато трябва да се пресмятат “гроздове” от нули или ϵ - различими нули;
2. В Глава 1, параграф 1.3 е приведена Лема 1.7. Според мен, доказателството на посоченото неравенство е излишно, по простата причина, че то многократно е използвано от редица корифеи в тази област на числения анализ (вж. напр. К. Дочев, Бл. Сендов, В. Попов и М. Петков, а по спомени на покойния чл. кор. В. Попов – неравенството е свързано с името на известния Балкански математик - класик Митринович). Лично аз не съм срещал доказателство на неравенството (в тази посока). Освен, ако докторантката привежда за първи път доказателство на това неравенство. Но това е трябвало да бъде изрично споменато!

Изрично ще отбележа, че посочените по-горе забележки не водят до неточност в математическия смисъл на изложението и по никакъв начин не омаловажават сериозните теоретични обобщения – обект на настоящия дисертационен труд.

Считам, че представеният дисертационен труд и публикации са на високо научно ниво, като съдържат оригинални резултати както с научна, така и с научно-приложна стойност.

Заключение: Оценката ми за дисертационния труд, автореферата, научните публикации и научните приноси на **Милена Димова Петкова** е положителна.

Представеният дисертационен труд отговаря напълно на всички изисквания, условия и критерии по Закона за развитието на академичния състав в Република България (ЗРАСРБ), Правилника за прилагане на ЗРАСРБ, ПРАС на ПУ и специфичните изисквания на Факултет по математика и информатика при Пловдивски университет „Паисий Хилендарски“ по ПРАС на ПУ.

Постигнатите резултати ми дават основание да предложа да бъде присъдена образователната и научна степен „доктор“ на Милена Димова Петкова по: област на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика; професионално направление 4.5. Математика; докторска програма Математически анализ.

31.03.2014 г.

гр. Пловдив

Подпис:

/проф. д-р Николай Кюркчиев/