ПЛОВДИВСКИ УНИВЕРСИТЕТ „ПАИСИЙ ХИЛЕНДАРСКИ“

ФАКУЛТЕТ МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА

КАТЕДРА „ОБУЧЕНИЕ ПО МАТЕМАТИКА, ИНФОРМАТИКА И ИНФОРМАЦИОННИ ТЕХНОЛОГИИ“

ПЕНКА ГЕОРГИЕВА КАРАДЖОВА

СИНЕРГЕТИЧНИ АСПЕКТИ НА ПРИЕМСТВЕНОСТТА В ОБУЧЕНИЕТО ПО МАТЕМАТИКА В СРЕДНОТО УЧИЛИЩЕ (5. – 7. КЛАС)

АВТОРЕФЕРАТ
НА ДИСЕРТАЦИОНЕН ТРУД

за присъждане на образователна и научна степен „доктор“
Област на висшето образование 1. Педагогически науки
Професионално направление 1.3. Педагогика на обучението по …
Докторска програма: Методика на обучението по математика

Научен ръководител:
Доц. д-р Добринка Василева Милушева-Бойкина

Пловдив, 2026

Дисертационният труд е обсъден и предложен за защита на разширено заседание на катедра „Обучение по математика, информатика и информационни технологии“ при Факултета по математика и информатика на ПУ „Паисий Хилендарски“.

Дисертационният труд **„Синергетични аспекти на приемствеността в обучението по математика в средното училище (5. – 7. клас)“** се състои от 256 страници, от които 178 в основната си част, съдържащи: увод, 3 глави; 9 страници използвана литература и 3 приложения в размер на 69 страници. Използваната литература включва 144 заглавия на статии и книги и 10 интернет източника. Цитираните статии и книги са 80 на кирилица и 64 на латиница.

Списъкът на авторските публикации по дисертацията се състои от 5 заглавия. Публикациите са цитирани 2 пъти.

Защитата на дисертационния труд ще се състои на 15.04.2026 г. от …… часа в Заседателната зала на Нова сграда на ПУ „Паисий Хилендарски“. Материалите по защитата са на разположение на интересуващите се в секретариата на ФМИ, Нова сграда на ПУ, кабинет 330 всеки работен ден от 8.30 до 17.00 часа.

Научно жури:

Председател:

Проф. д-р Ивайло Пеев Старибратов (Пловдивски университет „Паисий Хилендарски“ – гр. Пловдив)

Членове:

1. Проф. д-р Даринка Ненчева Гълъбова (Великотърновски университет „Св. св. Кирил и Методий“ – гр. Велико Търново)
2. Проф. д-р Здравко Вутов Лалчев (Софийски университет „Св. Климент. Охридски“ – гр. София)
3. Доц. д-р Камелия Божидарова Колева (Национален военен университет „Васил Левски“ – гр. Велико Търново)
4. Проф. д-р Тодорка Живкова Терзиева (Пловдивски университет „Паисий Хилендарски“ – гр. Пловдив)

Автор: Пенка Георгиева Караджова

Заглавие: Синергетични аспекти на приемствеността в обучението по математика в средното училище (5. – 7. клас)

Тираж: 30 бр.

Пловдив, 2026 г.

Съдържание

УВОД 4

1. Актуалност на изследвания проблем 4
2. Мотиви за избор на темата на изследването 4
3. Обект и предмет на изследването 4
4. Цели и задачи на дисертационния труд 4
5. Задачи на дисертационното изследване 5
6. Основна хипотеза на изследването: 5
7. Методи на изследване 5
8. Методология на изследването 6
9. Очаквани резултати и принос 6
10. Структура на дисертационния труд 6

ГЛАВА I. ТЕОРЕТИЧНИ ОСНОВИ НА ИЗСЛЕДВАНИЯ ПРОБЛЕМ 7

1.1. Приемственост – същност и видове приемственост в образованието 7
1.2. Приемствеността в обучението по математика – научен и методически контекст 8
1.3. Синергетика – същност, принципи и връзка със самоорганизацията 10
1.4. Елементи от синергетиката и възможности за приложението им при обучението по математика в училище 12
1.5. Синергетични аспекти на приемствеността в обучението по математика (в 5. – 7. клас) 13
ИЗВОДИ ОТ ГЛАВА ПЪРВА 14

ГЛАВА II. ТЕХНОЛОГИЧЕН МОДЕЛ И ПОДХОДИ ЗА РЕАЛИЗАЦИЯ В ПЕДАГОГИЧЕСКАТА ПРАКТИКА..... 15

2.1. Анализ на учебното съдържание и методическите практики в обучението по математика в 5. – 7. клас ... 15
2.2. Психолого-педагогически особености на развитието на личността на подрастващите ученици (11 – 14 г., 5. – 7. клас) 17
2.3. Методически особености на обучението в прогимназиалния етап 18
2.4. Структурни компоненти на технологичния модел 20
2.5. Модули в педагогическия експеримент 22
ИЗВОДИ ОТ ГЛАВА ВТОРА 23

ГЛАВА III. ОРГАНИЗАЦИЯ И ПРОВЕЖДАНЕ НА ЕМПИРИЧНОТО ИЗСЛЕДВАНЕ. РЕЗУЛТАТИ ОТ ПЕДАГОГИЧЕСКИЯ ЕКСПЕРИМЕНТ 24

3.1. Организация на емпиричното изследване 24
3.2. Критерии и показатели за диагностика на резултатите от педагогическия експеримент 24
3.3. Дейности по реализацията на педагогическия експеримент 25
3.4. Изследване на основните характеристики на дидактическите материали 25
3.5. Апробация на модела в училищна среда 25
3.6. Анализ на резултатите 25
3.7. Изводи и обобщения от проведеното емпирично изследване 26
ИЗВОДИ ОТ ГЛАВА ТРЕТА 26

ЗАКЛЮЧЕНИЕ 27

Основни приноси на дисертационния труд 28
Препоръки и перспективи за развитие на технологичния образователен модел 29
Публикации по темата на дисертационния труд 29
Забелязани цитирания 30
Благодарности 30

БИБЛИОГРАФИЯ 31

УВОД

1. Актуалност на изследвания проблем

Прогимназиалният етап (5. – 7. клас) е критичен за трансформацията на математическите знания от интуитивно-практически към абстрактно-теоретични. Именно в този преход се проявяват както възможности за надграждане, така и рискове от когнитивни прекъсвания. В този контекст възниква необходимостта от нов поглед към структурирането и методическата реализация на приемствеността, в който да се отчитат не само линейността на знанията, но и комплексните взаимодействия между ученици, съдържание, учебна среда и компетентност на учителя. Тук се открива потенциалът на синергетичния подход, който разглежда обучението като самоорганизираща се система, податлива на вътрешни връзки и нелинейна динамика.

2. Мотиви за избор на темата на изследването

Изборът на прогимназиалния етап като обект на настоящото изследване е мотивиран от неговото ключово място в системата на математическото образование и от спецификата на когнитивните, съдържателните и методическите преходи, които се осъществяват в този период. Именно в 5. – 7. клас се реализира преходът от конкретно-оперативно към формално-логическо мислене, от аритметично към алгебрично и функционално мислене, както и от интуитивно усвояване на знания към съзнателно изграждане на абстрактни математически структури. В този етап се формират устойчиви стратегии за учене, метакогнитивни умения и отношение към математиката, определящи по-нататъшното развитие на учениците, поради което приемствеността в обучението по математика тук е едновременно най-уязвима и най-значима.

3. Обект и предмет на изследването

Обект на изследването на педагогическия експеримент са учениците, с които в настоящия момент се осъществява обучението по математика по одобрените от МОН учебни програми за прогимназиален етап (5. – 7. клас).

Предмет на изследването са ***синергетичните аспекти на приемствеността*** в обучението по математика, ***осъществяването на приемственост*** при обучението по математика в прогимназиален етап и ***методическите подходи*** за тяхната реализация.

4. Цели и задачи на дисертационния труд

Основна цел на дисертационния труд е да се разработи и апробира ***модел за реализиране на приемственост*** чрез синергетичен подход в обучението по математика в 5. – 7. клас, чрез който да се подобри качеството на усвояване на математически знания и да се стимулира устойчиво познавателно развитие на учениците.

5. Задачи на дисертационното изследване

За реализиране на поставената основна цел са формулирани следните задачи на дисертационното изследване:

1) Да се анализира теоретичната основа на понятието „приемственост“ и неговото значение в обучението по математика.
2) Да се изследват принципите на синергетичния подход и възможностите за прилагането му в педагогически контекст.
3) Да се анализира учебното съдържание и методиката на преподаване в 5. – 7. клас по отношение на приемствеността.
4) Да се диагностицира реалното състояние на приемствеността чрез проучвания, наблюдения и тестиране.
5) Да се конструира технологичен модел за реализиране на ***синергетична приемственост***.
6) Да се проведе педагогически експеримент за апробация на модела и да се анализират резултатите от експеримента, за да се формулират изводи и препоръки за практиката.

6. Основна хипотеза на изследването: *реализирането на приемственост в обучението по математика в прогимназиален етап (5. – 7. клас) чрез синергетичен подход, формира у учениците* ***синергетично мислене****, чрез което те достигат по-висока степен на разбиране, усвояване и прилагане на математическите знания.*

Работни подхипотези:

1) Въвеждането на синергетични методически принципи в обучението по математика ще улесни преноса на знания между отделните класове и теми.
2) Систематичното взаимодействие между съдържание, дейности и индивидуални особености на учениците води до самоорганизация на знанията на учениците.
3) Учителската рефлексия и адаптивност са ключови за постигане на ефективна приемственост.

7. Методи на изследване

Използвани са теоретични, емпирични и статистически методи:

- Проучване и анализ на педагогическа, психологическа, методическа литература и учебна документация, свързани с проблематиката на настоящото изследване, за изграждане на теоретична основа на изследването.
- Наблюдение на учебен процес, сравнение, анализ, синтез, моделиране, теоретични обобщения, групови дискусии, беседи.
- Използване на натрупан личен опит при обучението по математика и при обучението по математика с приложение на синергетичен подход за реализиране приемственост в прогимназиален етап.
- Тестиране. Използване на инструментариум, включващ система от задачи за проверка знанията и уменията на учениците.

- Педагогически експеримент.
- Статистически методи за обработка и анализ на данни.

8. Методология на изследването

Изследването се основава на **интердисциплинарен подход**, като комбинира педагогически, психологически и синергетични теоретични основи. Методологическата рамка включва:

- Принципите на системността, приемствеността и целенасочената организация на обучението.
- Концепцията за обучението като нелинейна, самоорганизираща се система.
- Интеракционния модел на ученето, включващ активност, мотивация и рефлексия.

9. Очаквани резултати и принос

Очаква се изследването да доведе до:

- ✓ Създаване и апробиране на ***работещ модел за синергетична приемственост.***
- ✓ Установяване на ***съществуващи дефицити в приемствеността*** при обучението по математика в 5., 6. и 7. клас.
- ✓ Формулиране на ***методически препоръки*** за подобряване на обучението по математика.
- ✓ Принос към ***методиката на обучението по математика*** чрез интердисциплинарен прочит на един важен педагогически проблем.

10. Структура на дисертационния труд

Дисертационният труд се състои от 256 страници, от които 178 в основната си част, съдържащи: Увод, 3 глави (теоретична, практико-приложна, емпирична и аналитична), Заключение, Основни приноси и Препоръки, 9 страници използвана литература и 3 Приложения в размер на 69 страници. Използваната литература включва 144 заглавия на статии и книги и 10 интернет източника. Цитираните статии и книги са 80 на кирилица и 64 на латиница. Списъкът на авторските публикации по дисертацията се състои от 5 заглавия. Публикациите са цитирани 2 пъти.

В **увода** са представени актуалността на проблема, обекта, предмета, целите, задачите, хипотезата, методите на изследване и структурата на дисертационния труд.

В **Глава I** е представен систематичен теоретичен анализ на понятието приемственост в образованието и възможности за интеграция на синергетичния подход в обучението по математика в прогимназиален етап; представени са съвременните тенденции в обучението по математика, факторите за приемственост, моделите на когнитивно развитие и ролята на ИКТ, междупредметните връзки и контекстуализацията.

В **Глава II** са очертани теоретичната и приложната рамка на технологичния модел за обучение по математика за реализиране на приемственост при използването на синергетичен подход в 5. – 7. клас и е представен конструирания технологичен модел, структуриращ процеса на обучение чрез ясно дефинирани модули: език и

символика, стратегии за решаване на задачи, работа с грешки, дигитални технологии и STEM-контекст.

В **Глава III** е представена организацията и методологията на педагогическия експеримент, проведен в реална училищна среда с равностойни контролна и експериментална група. Разработени са критерии и показатели за диагностика на резултатите от педагогическия експеримент. Приложени са два взаимодопълващи се експериментални метода – „контролна група – експериментална група“ и „входно – изходно равнище“ и са анализирани резултатите.

В **Приложението** са представени използваните диагностични тестове, резултатите от тях и дидактически материали.

ГЛАВА I. ТЕОРЕТИЧНИ ОСНОВИ НА ИЗСЛЕДВАНИЯ ПРОБЛЕМ

1.1. Приемственост – същност и видове приемственост в образованието

В съвременното образователно пространство приемствеността се разглежда като динамична и многоаспектна връзка, осигуряваща преход между отделни образователни равнища, като същевременно гарантира непрекъснатост и континуитет на образователния процес. Именно това прави понятието сложно и интердисциплинарно, изискващо анализ както в дидактически, така и в психолого-педагогически и организационен контекст.

1.1.1. Концептуални основи на понятието „приемственост“

Корените на идеята за приемственост в образованието се проследяват още в античната философия и класическата дидактика. През XX и XXI век понятието за приемственост се обогатява чрез идеи от когнитивната психология, конструктивизма, теорията на развитието, както и от интердисциплинарни подходи като системния анализ и синергетиката. Приемствеността вече се разглежда не само като линейна хронология на знание, а като динамичен, адаптивен и контекстуален процес, включващ взаимодействие между когнитивни, емоционални, социални и метакогнитивни фактори.

1.1.2. Видове приемственост – класификации и педагогически измерения

Най-често в педагогическата литература се срещат следните типологии:

- **Според етапите на образованието:** вертикална приемственост; хоризонтална приемственост.
- **Според характера на връзките:** съдържателна приемственост; методическа приемственост; психологическа приемственост; организационна приемственост.
- **Според дидактическите цели:** функционална приемственост; ценностна приемственост; рефлексивна приемственост.

1.1.3. Теоретични модели и съвременни интерпретации

Съвременните подходи към приемствеността я третират като динамичен процес на педагогическа трансформация. Прилагането на компетентностния подход в образованието налага ново виждане за приемственост – като последователност в изграждането на ключови компетентности и трансверсални умения. Не става дума само за усвояване на знания, а за създаване на способност за тяхното прилагане, интерпретация и критично осмисляне.

1.1.4. Приемственост и нормативна уредба в българското образование

Системата на училищното образование се базира върху последователност и надграждане, като основен принцип. В учебните програми по математика за 5. – 7. клас приемствеността се реализира чрез тематични ядра, формулирани очаквани резултати от обучението и преносими знания. Въпреки това, редица емпирични изследвания показват, че съществуват проблеми с практическото осигуряване на приемственост – както в съдържанието, така и в методиката на обучение.

1.1.5. Предизвикателства пред приемствеността в STEM дисциплините

Образованието по математика и природни науки е особено чувствително към проблемите на приемствеността поради кумулативния характер на съдържанието, всеки нов обект или концепция стъпва върху предишни знания и разбирания. Прекъсване или липса на яснота по даден раздел често води до дидактически и фактически пропуски, които затрудняват усвояването на следващия материал. Практиката показва, че учениците в прогимназиален етап често срещат трудности в прехода от интуитивни към формални математически понятия, което налага по-прецизна и координирана методическа стратегия.

1.2. Приемствеността в обучението по математика – научен и методически контекст

В статията [7] разглеждаме приемствеността в обучението като система от „приемственост“, които са свързани помежду си. Според В. Милушев и Д. Френкев „Приемствеността между подсистемите за обучение на учениците се осъществява в няколко направления: приемственост в целите на обучението; приемственост в съдържанието на обучението; приемственост в организационните форми; приемственост в похватите; приемственост в средствата на обучението“ [13].

Приемствеността не се свежда единствено до съдържателна връзка между отделни теми и класове, а включва и последователност в използваните методи и подходи; синхронизация между когнитивните възможности на учениците и дидактическите изисквания; плавно преминаване от интуитивни към формални представи; развитие на уменията за аналитично, абстрактно и логическо мислене.

В основата на ефективната приемственост стои разбирането, че математическото знание има строго структурирана, кумулативна и взаимосвързана природа. Всяко пропуснато звено или неправилно усвоена концепция може да доведе до натрупване на

трудности, които възпрепятстват разгръщането на по-високи нива на мислене и проблемно-ориентирано обучение.

1.2.1. Исторически и педагогически корени на приемствеността в обучението по математика

Историческият и педагогическият преглед на развитието на идеите за приемственост в обучението по математика показва, че това понятие има значима стойност и непрекъснато се променя според контекста на образователните парадигми. От строго дедуктивните системи в Античността до съвременните синергетични и компетентностни модели, приемствеността остава основа за ефективното учене. Разглеждана в историческа перспектива, тя е не само дидактически принцип, а еволюираща педагогическа идея, насочена към осигуряване на качествено образование за всяко дете, в рамките на неговото развитие и социален аспект.

1.2.2. Структура на математическото знание и възможности за надграждане

Структурата на математическото знание е подчинена на принципите на логическа последователност, абстракция и системност и е организирана йерархично, като всяко следващо равнище на знание предполага овладяване на предходните. От гледна точка на **приемствеността**, това предполага:

- ***Вертикална последователност*** – знанията от по-ниски класове са основа за усвояването на съдържанието в по-горните.
- ***Хоризонтални връзки*** – едновременни теми (напр. в алгебра и геометрия) се поддържат взаимно чрез използване на общи принципи и логически връзки.
- ***Спираловиден модел на обучение*** – връщане към вече изучено съдържание на по-високо ниво с разширяване и задълбочаване на знанията.

Важен аспект в надграждането на знанието е ***дидактическата трансформация*** – адаптиране на учебното съдържание към възрастовите и когнитивни особености на учениците като: абстрактните понятия в началото се въвеждат чрез конкретни модели и визуализации; при усвояване на нови теми се използват аналогии с вече познати понятия; насърчава се интердисциплинарното мислене.

1.2.3. Основни принципи и предпоставки за приемственост в обучението по математика

Приемствеността в обучението по математика изисква осъзнато планиране, методическа обоснованост и устойчивост в преподаването, като се опира на определени дидактически принципи (принцип на последователност и логическа връзка; принцип на достъпност; принцип на системност и интеграция; принцип на активност и самостоятелност; принцип на вариативност и адаптивност; принцип на рефлексия и обратна връзка), организационни условия и психолого-педагогически предпоставки (когнитивно развитие на учениците; мотивация за учене; образователна среда и ресурси; роля на учителя; съгласуваност на учебните програми).

Дидактически и методически механизми за осигуряване на приемственост:

- Диагностика в началото на учебната година.
- Повтаряне и обобщаване.
- Интердисциплинарни връзки.
- Препратки и аналогии към изучено съдържание.

Устойчивата приемственост е възможна, когато преподаването се основава на научно обосновани принципи, подкрепено от методическа яснота, мотивационна подкрепа и целенасочена организация на съдържанието.

1.2.4. Рискове при нарушена приемственост в обучението по математика

Нарушаването на приемствеността в обучението по математика води до натрупване на понятийни пропуски, фрагментирано знание, затруднено разбиране на новото съдържание и спад в мотивацията за учене. Методическата и съдържателната несъгласуваност между образователните етапи поражда когнитивни бариери, негативни нагласи и възпрепятства развитието на математическото мислене. Липсата на координация, целенасочено надграждане и индивидуализирана образователна траектория компрометира устойчивото усвояване на знанията, което налага стратегическо планиране и прилагане на синергетичен подход за осигуряване на плавност и цялост в обучението.

1.2.5. Подходи и методически средства за осигуряване на приемственост

Осигуряването на приемственост в обучението по математика изисква цялостен дидактически подход, който съчетава логиката на математическото знание, възрастовите особености на учениците и педагогическата компетентност на учителя. Тя се реализира чрез интегриран, конструктивистки и спираловиден подход, диференциация и индивидуализация, подкрепени от адекватни диагностични и методически средства. Приемствеността представлява динамичен процес на последователно надграждане на знания и умения, чиято ефективност зависи от системност, съгласуваност и рефлексивност в обучението.

1.3. Синергетика – същност, принципи и връзка със самоорганизацията

Разглеждането на синергетиката в настоящия дисертационен труд има не само теоретично значение, но и важна методологическа роля. Чрез анализа на синергетичните принципи и тяхната педагогическа интерпретация се полага основата за изграждането на цялостен модел на обучение по математика, в който се търси приемственост и вътрешна свързаност на учебното съдържание, както и динамична адаптация спрямо нуждите и възможностите на учениците.

1.3.1. Произход и развитие на синергетиката като научна парадигма

Синергетиката възниква през втората половина на XX век като интердисциплинарна научна парадигма, изследваща процесите на самоорганизация и възникване на нови свойства в отворени, нелинейни и динамични системи. Формулирана от Х. Хакен и развита от редица учени, тя утвърждава принципа, че цялото е повече от сумата на неговите части и намира приложение в различни области,

включително педагогиката. В образователен контекст синергетиката се използва като методологическа рамка за анализ на процесите на учене, взаимодействие и развитие, като позволява обяснение на прехода от неустойчиви към устойчиви познавателни структури и подкрепя съвременното разбиране за обучението като динамична и самоорганизираща се система.

1.3.2. Основни понятия в синергетиката: отворени системи, флуктуации, атрактори, самоорганизация

Четирите ключови понятия в синергетиката – отворени системи, флуктуации, атрактори и самоорганизация – не само описват процеси в природата, но имат и силна евристична стойност в образователния контекст. Образователната среда и ученикът се разглеждат като отворени системи, в които малки отклонения (флуктуации) могат да инициират качествени промени и да доведат до нови устойчиви познавателни модели (атрактори). Самоорганизацията е процес, при който ***подреденост, структура и ново поведение възникват спонтанно*** в резултат на взаимодействието между елементи на системата, без централно управление или външен натиск. В обучителния процес самоорганизацията се проявява, когато учениците ***сами започват да регулират своето поведение, усвояване и сътрудничество***, изграждайки устойчиви стратегии за учене.

1.3.3. Принципи на синергетиката и интерпретацията им в педагогически контекст

Принципите на синергетиката (хомеостатичност, йерархичност, нелинейност, отвореност, неустойчивост, динамична йерархичност и наблюдаемост) разкриват механизма на прехода от стабилност към развитие и обратно, при което неравновесието и хаосът не се възприемат като разрушителни, а като потенциал за нов ред и ново качество. Принципите на хомеостатичност и йерархичност описват стабилните състояния на образователната система, а нелинейността, неустойчивостта и отвореността разкриват механизмите на качествени преходи и развитие. Нестабилността и флуктуациите в учебния процес се интерпретират като ресурс за промяна и формиране на нови устойчиви познавателни структури. Принципът на наблюдаемост обосновава активната роля на субекта и позиционира учителя като фасилитатор на условия за автономност и самоорганизация. Този подход създава методологична основа за осмисляне и осигуряване на приемствеността в обучението по математика.

1.3.4. Приложение на синергетиката в педагогиката и обучението – обзор на теоретични подходи

Разгледани са различни **модели на обучение** [1], [4], [9], [11], [17], вдъхновени от синергетиката, които се противопоставят на традиционните линейни и стандартизирани представи за обучение, като допускат спонтанност, индивидуални траектории на развитие и креативно разрушаване на остарели структури в мисленето.

1.4. Елементи от синергетиката и възможности за приложението им при обучението по математика в училище

1.4.1. Възможности за пренос на синергетичните идеи в дидактиката на математиката

Синергетичният подход позволява нов прочит на целите на математическото обучение – не просто усвояване на знания и умения, а развитие на способности на ученика да се самоорганизира в процеса на мислене, да реагира творчески на нестандартни ситуации, да изгражда собствени когнитивни структури в отговор на учебни предизвикателства. В съответствие със синергетичния модел, малки педагогически въздействия – добре подбрана задача, насочващ въпрос, провокативен проблем – могат да се окажат решаващи флуктуации, водещи до качествен скок в разбирането.

1.4.2. Обучението по математика като нелинейна и отворена система

Процесът на математическо мислене включва фази на търсене, проби и грешки, които активират механизми на самоорганизация и наподобяват динамиката на сложни системи. Синергетиката интерпретира познавателните затруднения и състоянията на нестабилност като точки на бифуркация, в които се откриват възможности за избор между различни пътища на развитие. Именно тези гранични състояния между ред и хаос се оказват ключови за дълбокото, устойчиво и смислово усвояване на математическото знание като малки педагогически въздействия могат да доведат до качествени промени в разбирането.

1.4.3. Самоорганизация в математическия учебен процес

Ученикът може да достигне до нови когнитивни структури, дълбоко разбиране и интелектуално израстване не толкова в резултат на еднопосочно преподаване, а чрез активното си участие в учебния процес и чрез взаимодействие със съдържанието, другите ученици и учителя. В процеса на работа се активират механизми на самоорганизация, чрез които учениците управляват собствените си стратегии на мислене и се адаптират към познавателни трудности. Самоорганизацията се проявява не само на индивидуално, но и на групово равнище, когато учебната среда функционира като отворена система с възможности за избор, диалог и обмен на идеи, което води до формиране на устойчиви модели на съвместна работа и колективно конструиране на математическо знание.

1.4.4. Синергетични модели на взаимодействие между учител и ученик

Диалогът, положителната обратна връзка и продуктивната нестабилност функционират като механизми за самоорганизация и развитие, в съзвучие с идеите на [15], [25] и конструктивистката дидактика. Учителят създава условия за флуктуации и познавателни пробиви, а ученикът е активен субект със собствена когнитивна динамика. Класната стая се интерпретира като отворена, самоорганизираща се система, в която чрез взаимодействие и колективна интелигентност възникват устойчиви познавателни структури. Синергетичният подход подкрепя реализирането на

приемственост в обучението на равнище мислене, разбиране и пренос на когнитивни модели и изисква формиране на синергетично мислеща личност у учителя.

1.4.5. Предимства и предизвикателства при внедряване на синергетични елементи в обучението по математика

Въпреки свързаните с него педагогически, методологични и институционални затруднения, синергетичният подход в обучението по математика предполага съществено преосмисляне на ролята на учителя, учебната среда и начина на оценяване. Неговото прилагане разкрива значим потенциал за формиране на метакогнитивни умения, саморегулация и устойчива учебна култура, в която грешките функционират като ресурс за самоорганизация и познавателно развитие. Приложението на синергетиката в математическото образование представлява не просто педагогически избор, а ***философия на взаимодействието и развитието***, в която обучението се разглежда като жив, отворен и възникващ процес – в съзвучие с природните и социални динамики на реалността [6], [10].

В контекста на настоящото дисертационно изследване ***синергетичното мислене*** се разглежда като форма на математическо мислене, характеризираща се с нелинейна организация, самоорганизация и функционална взаимосвързаност на знанията, която позволява гъвкаво прилагане на усвоените математически концепции и стратегии в нови учебни ситуации, а ***синергетичната приемственост*** се разглежда като дидактически организиран процес на непрекъснато и нелинейно надграждане на знанията, при който взаимодействието между учебното съдържание, предходния опит на учениците и методическите решения води до самоорганизация и устойчиво развитие на математическите представи на учещите субекти.

1.5. Синергетични аспекти на приемствеността в обучението по математика (в 5. – 7. клас)

1.5.1. Взаимовръзка между синергетичния подход и идеята за приемственост

Приемствеността се разбира не като линейна последователност от учебни теми, а като динамичен, чувствителен и адаптивен процес, в който синергетичните механизми – самоорганизация, нестабилност и ново възникване – осигуряват прехода към по-високо равнище на математическо мислене. Учителят, в тази рамка, действа като медиатор на развитието, създавайки условия за вътрешна когнитивна реорганизация на ученика и подкрепяйки появата на устойчиви образователни структури.

1.5.2. Приемствеността като процес на самоорганизация в обучението по математика

В синергетичната парадигма, прилагана към образованието, приемствеността се разглежда като резултат от множество нелинейни взаимодействия между предходни и нови знания, учебни стратегии, мотивация и когнитивни възможности на ученика. Флуктуациите могат да бъдат разпознати в преходните моменти, когато ученикът среща затруднения, неразбирания или съпротиви в учебния процес. Това са сигнали за

търсене на нови устойчиви състояния (атрактори), чрез които да се постигне когнитивно стабилизиране.

1.5.3. Синергетичен прочит на учебните програми и съдържание за 5. – 7. клас

Синергетичният прочит на учебните програми не предполага тяхното механично пренаписване, а тяхното преосмисляне, да се подчертае ролята на повторяемостта, задълбочаването и вътрешната свързаност на темите. Успешното реализиране на синергетичната перспектива зависи не само от структурата на съдържанието, но и от гъвкавостта на учебните подходи, способността за диалог и отвореното обучение, което уважава вътрешната динамика на ученето.

1.5.4. Роля на учителя като медиатор на синергетичната приемственост

Учителят в синергетичната парадигма е не просто носител на знания, а архитект на образователна екосистема, в която приемствеността не се налага отвън, а се развива органично чрез вътрешната логика на съдържанието и нуждите на учениците. Чрез управление на нестабилността, изграждане на смислови връзки и подкрепа за самоорганизация, учителят съдейства за устойчиво и развиващо се математическо образование.

1.5.5. Примери за прилагане на синергетични стратегии в прогимназиален етап

Методиката следва да бъде не просто поредица от уроци, а модел на еволюираща учебна среда, в която ученикът е активен субект:

- Проектен подход с нелинейна структура на темите.
- Предизвикване на „флуктуации“ и спонтанни промени в хода на урока.
- Стратегии за колективна самоорганизация.
- Интеграция на интуитивно и аналитично мислене.
- Преходни уроци между класовете с надграждаща структура.

ИЗВОДИ ОТ ГЛАВА ПЪРВА

1) ***Приемствеността*** в обучението по математика следва да се разглежда като системен и процесуален феномен, в който знанието се предава, надгражда и преструктурира чрез взаимодействие между ученик, учител, учебно съдържание и образователна среда. Това разбиране надхвърля традиционния линеен модел и предполага динамична адаптация към когнитивното развитие на ученика.
2) ***Синергетичната парадигма*** предоставя адекватен концептуален апарат за осмисляне на обучението като нелинейна, отворена и самоорганизираща се система. В този контекст, образователният процес се характеризира със състояния на неустойчивост, флуктуации и възникване на нови устойчиви структури, което го прави съвместим със съвременните изисквания към образованието.
3) ***Приемствеността*** **може да се интерпретира чрез** ***принципите на синергетиката*** като естествено възникваща връзка между предходни и нови знания, обусловена не само от логическа последователност, но и от вътрешна

когнитивна необходимост, мрежова взаимосвързаност и контекстуална релевантност.

4) ***Учебният процес*** в прогимназиален етап се разгръща през фази на преход и стабилизация, като именно тези преходни моменти играят ключова роля в изграждането на устойчиво знание. Флуктуациите, породени от нови теми или подходи, имат потенциал да катализират когнитивна трансформация и да активират механизми на самоорганизация.
5) ***Учителят*** в синергетичния модел изпълнява не само контролираща функция, а действа като медиатор, който поддържа динамично равновесие и създава условия за възникване на учебни структури чрез диалог, сътрудничество и конструктивна неопределеност. Това предполага промяна в педагогическите роли и необходимост от нови дидактически умения.
6) ***Учебното съдържание*** в математиката за 5.–7. клас позволява синергетичен прочит, при който последователността на темите се разглежда през призмата на „атрактори“ – централни идеи или концептуални възли, около които се структурира знанието. Идентифицирането на такива ядра способства за целенасочено изграждане на приемственост и концептуална цялост.
7) ***Приложението на синергетични стратегии в практиката*** (кооперативно учене, решаване на отворени задачи, интердисциплинарни връзки, проектна учебна дейност и др.) показва повишена ефективност по отношение на дълбочината на разбиране, вътрешна мотивация за учене и устойчивост на знанията. Тези стратегии активират както индивидуалната, така и колективната интелигентност в класната стая.
8) В обобщение, ***синергетичният подход*** предоставя иновативен и научно обоснован инструментариум за проектиране на учебната среда в съответствие с естествената динамика на познавателните процеси и изграждане на приемственост чрез вътрешно развитие, а не чрез външен натиск или формален преход.

ГЛАВА II. ТЕХНОЛОГИЧЕН МОДЕЛ И ПОДХОДИ ЗА РЕАЛИЗАЦИЯ В ПЕДАГОГИЧЕСКАТА ПРАКТИКА

2.1. Анализ на учебното съдържание и методическите практики в обучението по математика в 5. – 7. клас

2.1.1. Структура и логика на учебното съдържание по математика в прогимназиалния етап

Учебното съдържание в 5. – 7. клас е добре организирано за синергетичен прочит. Тематичните ядра и логиката на надграждане създават условия за изграждане на кохерентна, самоорганизираща се и адаптивна математическа система в съзнанието на учениците. Следващата стъпка е методическа – прилагане на тези структурни възможности чрез съответстващи педагогически и технологични решения.

2.1.2. Методически подходи и дидактически практики, използвани в прогимназиалния етап

Методическите практики в прогимназиалния етап преминават от доминиращо алгоритмично преподаване към по-гъвкави и центрирани към ученика стратегии. Именно чрез съчетаването им и тяхната стратегическа употреба в подходящ контекст може да се постигне синергичност между преподаване, съдържание и ученик. Това е основа за устойчива приемственост в обучението по математика, приемственост, която е непрекъснат и логично свързан процес на усвояване на знания, умения и компетентности, при който всяка следваща учебна стъпка надгражда предходната по съдържателен, разбираем и приложим начин.

2.1.3. Анализ на съвременните учебници и помагала по математика за 5. – 7. клас

Анализът показва, че макар съвременните учебници да се доближават до принципите на съвременното обучение – структурираност, визуална подкрепа и системност – те все още не напълно отговарят на изискванията на синергетичния подход, който предполага по-голяма степен на нелинейност, самоорганизация, рефлексия и активно ученическо участие. За да се подпомогне синергетичната приемственост, е необходима допълнителна работа по осигуряване на учебни материали, които подкрепят интуитивното, откривателско и интердисциплинарно учене, съчетано с възможности за самостоятелно структуриране на знанията.

2.1.4. Възможности за прилагане на синергетичен подход в съществуващите практики

Синергетичният подход не изисква разрушаване на съществуващите методики, а тяхното доразвиване чрез интегриране на принципите на самоорганизация, диалогичност, адаптивност и системност. Потенциалът за такава трансформация вече е заложен в практиките, стига те да бъдат разгледани през нова методологическа призма. Прилагането на този подход може да повиши мотивацията, автономията и смислената приемственост в обучението по математика.

2.1.5. Необходимост от усъвършенстване на методическите практики в контекста на синергетичната дидактика

Съвременната дидактика в обучението по математика има потенциал да бъде синергетично преориентирана, но това изисква съзнателна промяна в разбирането за ролята на учителя, функциите на задачите и динамиката на класната стая; осмисляне на:

1) ограниченията на традиционния методически подход;
2) синергетични критерии за ефективна методическа практика;
3) интегриране на обратна връзка като „управляващ механизъм“;
4) нуждата от интердисциплинарни и контекстуализирани задачи;
5) образователните технологии като медиатори на синергия.

2.2. Психолого-педагогически особености на развитието на личността на подрастващите ученици (11 – 14 г., 5. – 7. клас)

2.2.1. Характеристики на когнитивното развитие в пред- и ранно юношество

Психологическите изследвания на [19], [20], анализират преминаването към формални операции въз основа на задачи, изискващи хипотетично-дедуктивно мислене и доказват, че учениците в този възрастов интервал започват да преминават от етапа на конкретните операции към етапа на формалните логически операции. Според Р. Сиглер когнитивното развитие може да бъде илюстрирано чрез метафората за „припокриващи се вълни“, при която „използването на различни стратегии нараства и намалява във времето“ [24]. Тази гледна точка резонира със синергетичната теория, според която развитието на мисленето е нелинеен процес с флуктуации, скокове и нови равновесия [18].

2.2.2. Емоционално и социално развитие на учениците в прогимназиалния етап

Невропсихологични изследвания [14] показват, че в този период настъпва значително преструктуриране на префронталната кора и лимбичната система, което води до повишена емоционална чувствителност, трудности в саморегулацията, но и до засилен интерес към сътрудничество и социално учене. Учители, които демонстрират емоционална подкрепа, внимание към индивидуалните нужди и насърчават приобщаваща култура, създават условия за по-добро овладяване на учебния материал и за изграждане на устойчиво положително отношение към учебния предмет, в частност към математиката.

2.2.3. Мотивация за учене и учебни стратегии в периода на прехода

Учениците, които вярват, че интелигентността се развива с усилия, по-лесно се справят с предизвикателства, изграждат устойчивост и саморегулират ученето си. К. Двек подчертава значението на предоставяне на подкрепяща среда, която насърчава усилието, а не само резултата [16]. Според Zimmerman [26], саморегулираното учене включва три фази: планиране, мониторинг и саморефлексия – всяка от които се развива активно през ранния пубертет. Важно условие за тяхното развитие е насърчаването на метакогнитивни умения от страна на учителя.

2.2.4. Особености на обучението по математика в съответствие с възрастовите характеристики

Според Piaget & Inhelder [21] етапът на формалните операции започва около 11–годишна възраст, но при много деца този преход е постепенен и непълен. Това налага в обучението по математика да се използват дидактически стратегии, които обединяват конкретното и абстрактното – чрез визуализации, моделиране и свързване с реални житейски ситуации. Учителят трябва да медиира прехода между конкретното и абстрактното, като създава плавна дидактическа приемственост. Изследванията [22], [23] показват, че автономията и свързаността са ключови мотиватори за ученици в ранна юношеска възраст.

2.2.5. Синергетичен подход към развитието на личността и ученето

Синергетичният подход разглежда личността на ученика не като статична структура, а като отворена, самоорганизираща се система, в която ученето е резултат от сложни нелинейни взаимодействия между вътрешни и външни фактори – когнитивни, емоционални, социални и културни. Синергетичната перспектива предполага дидактика, в която обучението се адаптира към моментното състояние на системата „ученик“, като учителят действа като медиатор, а не като контролиращ агент. Синергетиката в обучението в качеството ѝ на нова образователна парадигма насърчава активното участие, интегриране на знания и развиване на комплексни умения.

2.3. Методически особености на обучението в прогимназиалния етап

2.3.1. Дидактически принципи и цели в обучението по математика (5. – 7. клас)

Целите и принципите в обучението по математика следва да се разглеждат не изолирано, а в рамките на една дидактическа екосистема, в която синергията между съдържание, методи и възрастова специфика създава условия за смислена и устойчива приемственост. В дисертационния труд е представено нашето виждане относно възможностите за синергетично приложение на ***дидактическите принципи (на научност, на достъпност, на системност и последователност, на активност и самостоятелност, на съзнателност и трайност, на нагледност, на индивидуализация и диференциация, на връзка с живота и практиката, на интердисциплинарност***) в обучението по математика в 5. – 7. клас.

2.3.2. Избор и прилагане на методи на обучение

Методиката на обучение в прогимназиалния етап (5. – 7. клас) е ключова за постигане на ефективно, ангажиращо и устойчиво математическо учене. Учителят трябва да подбира комбинация от традиционни и иновативни методи, съобразени с дидактическите цели, учебното съдържание и възрастовите особености на учениците. В дисертационния труд предлагаме целесъобразни методи (обяснително-илюстративен, репродуктивен, проблемно-обучаващ, изследователски, игрови методи, проектно-базирано обучение, дискусионен и дебатен подход) и тяхното приложение в 5. – 7. клас.

2.3.3. Роля на учебните задачи и примери в изграждането на математическо мислене

Учебните задачи и примери представляват основен дидактически инструмент в обучението по математика. Разграничаваме следните видове задачи и тяхната роля в мисловния процес:

- Рутинна алгоритмична задача – развива автоматизация и точност.
- Задача с открит край – стимулира дивергентно мислене.
- Проблемна задача – активира стратегическо и критично мислене.
- Моделираща задача – подпомага преноса към реалността.
- Интерактивна задача – засилва участие чрез сътрудничество и комуникация.

Учебните задачи в прогимназиалния етап трябва да се третират не само като средство за упражнение, а и като активен механизъм за когнитивно и метакогнитивно развитие. Според Милушева-Бойкина и Милушев, конструирането на математически задачи е специална форма на познавателна дейност, която води до по-дълбоко осмисляне на концепции и логически връзки в математиката. Те предлагат рефлексивно-синергетичен подход, съчетавайки методиката за решаване и съставяне на задачи с познавателна активност и развитието на мисленето в училище [12].

2.3.4. Работа с грешки, затруднения и обратна връзка

В контекста на съвременното обучение по математика в 5. – 7. клас грешката е ценен индикатор за начина, по който ученикът структурира знанията си, а не просто липса на знание. Грешките трябва да се анализират каузално, т.е. да се търсят причините за възникването им – било то дефицити в разбирането на понятия, грешни стратегически избори или липса на пренос между различни знания. Синергетичният подход позволява да се възприемат ученическите грешки като флуктуации в една отворена система, в която стабилността на знанието се изгражда чрез обратна връзка и адаптация. От тази гледна точка, обратната връзка действа като регулатор, който подпомага стабилизирането на ново равнище на познавателна организация.

Относно типовете формативно оценяване и елементите, включени в традиционното оценяване сме съгласни с мнението на Гроздев & Кирилова, които подчертават, че „тези два типа на оценяване не са взаимно изключващи се и по никакъв начин не се противопоставят един на друг.“ [3].

2.3.5. Ролята на ИКТ и дигиталните ресурси в обучението по математика

Информационните и комуникационни технологии (ИКТ) заемат все по-съществено място в обучението по математика, особено в прогимназиалния етап [2], [5]. Те предоставят възможности за интерактивно представяне на съдържанието, визуализация на абстрактни понятия, персонализиране на учебния процес и насърчаване на ученическата активност. Учебните програми по математика в 5. – 7. клас насърчават прилагането на ИКТ в процеса на моделиране, представяне на данни и решаване на реални проблеми. Дигиталните инструменти подпомагат постигането на ключови компетентности, включително математическа грамотност, дигитална компетентност и учене през целия живот.

2.3.6. Значение на междупредметните връзки и контекста

Междупредметните връзки кореспондират с идеи, застъпени в конструктивизма – знанието се изгражда активно чрез свързване на нова информация с вече налична, и с обучителната синергетика – интеграцията между учебни дисциплини води до повишена кохерентност в познавателния процес и активиране на различни когнитивни канали.

2.4. Структурни компоненти на технологичния модел

Технологичният модел, разработен в настоящото дисертационно изследване и представен в публикация [8], се базира на идеята за *динамично взаимодействие между съдържание, методи, форми и средства на обучение*, които изграждат *обучаваща система с висока адаптивност*, чувствителна към промените в образователната среда и индивидуалните потребности на учениците.

2.4.1. Концептуална основа на модела

Концептуалната основа на технологичния модел за синергетична приемственост в обучението по математика се изгражда върху няколко взаимосвързани теоретични и методически рамки, които осигуряват научна обоснованост, педагогическа приложимост и възможност за емпирично валидиране и включва:

1) *Синергетичен подход към образованието*
2) *Приемствеността като педагогически и системен принцип*
3) *Теории за развитие на мисленето и ученето*
4) *Дидактически принципи и методическа приемственост*
5) *Фокус върху формирането на компетентности*

2.4.2. Цели и дидактически функции на модела

Основната цел на модела е да създаде условия за самоорганизация и устойчиво формиране на математическите знания и компетентности чрез прилагане на системен, нелинеен интегративен подход, ***синергетичен подход***.

Дидактическите функции на модела са: мотивационна, когнитивна, регулативна, диференцираща, рефлексивна, интегративна и прогностична.

2.4.3. Компоненти на технологичния модел

Технологичният модел, изграден върху синергетичната парадигма, включва взаимосвързани компоненти, които осигуряват неговата системност, гъвкавост и ефективност в условията на обучение по математика в 5. – 7. клас. Основните компоненти на модела (*фиг. 1.*) са:

- целеви,
- съдържателен,
- процесуален,
- диагностичен,
- рефлексивен,
- организационен,
- мотивационен.

Фиг. 1. Схематично представяне на връзките

Всеки от тези компоненти взаимодейства с останалите, образувайки динамична система, способна да се адаптира към конкретните условия на обучение, особеностите на учениците и спецификата на математическото съдържание. Същевременно те поддържат и разгръщат синергетичните качества на модела – взаимодействие, чувствителност към начални условия, скокообразни промени и стабилизиране в нови равновесия на ученето.

2.4.4. Принципи на изграждане и функциониране на модела

Основните принципи (на приемственост, на самоорганизация, на нелинейност, на адаптивност и гъвкавост, на активно и съвместно учене, на осмислена обратна връзка, на системност и интегративност) формират теоретичната рамка, която определя начина на проектиране, реализация и оценяване на модела. Те осигуряват неговата синергетична природа и потенциала му да подкрепи едновременно когнитивното, социалното и личностното развитие на учениците.

2.4.5. Връзка между модела и учебното съдържание по математика (5. – 7. клас) – параметри за педагогическа реализация

Връзката между модела и съдържанието се реализира на няколко равнища: концептуално, структурно и процесуално. Така предложеният технологичен модел не се налага външно на съдържанието, а произтича от неговата логика, подкрепя учебните цели и съдейства за изграждането на дълбоко, свързано и преносимо математическо знание у учениците от 5. до 7. клас. Технологичният модел цели да предизвика синергетични ефекти, при които взаимодействието между отделните методически компоненти води до качествено ново обучително състояние. Очаква се подобрена приемственост между класовете, повишена ангажираност на учениците, засилено критическо и абстрактно мислене, както и устойчива вътрешна мотивация за учене по математика. Моделът активира самоорганизационни процеси в ученето чрез адаптивна подкрепа и динамично надграждане на знанията.

В технологичния модел тематичното ядро „Числа. Алгебра“ се организира **като спираловидно развиваща се система от взаимосвързани понятия**, а не като линейна последователност от отделни теми. Основните алгебрични идеи – числова зависимост, символизация, обобщаване и моделиране – се въвеждат постепенно и надграждащо, в съответствие с възрастовите и когнитивните особености на учениците. В **Приложения** са показани възможности за практическа реализация на технологичния модел чрез тематичното ядро „Числа. Алгебра“, като се проследява надграждането на понятието „число“ в прогимназиалния етап (5. – 7. клас). Представени са примерни задачи с методически коментари към тях, които демонстрират синергетичния подход, приемствеността и спираловидното развитие на знанията.

2.5. Модули в педагогическия експеримент

2.5.1. Структура и цели на модулния подход

Модулният подход в педагогическия експеримент е избран като основа на дидактическата организация поради своята гъвкавост, възможност за адаптиране към нуждите на учениците и съответствие със синергетичния модел на обучение. Модулът като структурна единица предлага завършеност на образователно съдържание, съчетаващо когнитивни, методически и комуникативни аспекти, което улеснява целенасоченото въздействие върху формирането на математически компетентности и гарантира приемственост между отделните учебни класове. Модулният подход в този контекст е не само техническа организация на съдържание, а дидактическа рамка, съчетаваща в себе си структурност, гъвкавост и трансдисциплинарност, в услуга на устойчивото усвояване на математически знания и умения в прогимназиалния етап.

2.5.2. Модул 1: Приемственост в езика и символиката на математиката

Модул 1 е насочен към плавното и съзнателно въвеждане, затвърдяване и надграждане на математическия език и символика, така че учениците да изградят увереност в използването му, както в устна, така и в писмена форма. Целта е не само правилно възпроизвеждане на термини, символи и знаци, а разбиране на тяхната функция като носители на математическо знание.

2.5.3. Модул 2: Стратегии за решаване на задачи и развиване на математическо мислене

Развиването на математическо мислене в прогимназиалния етап изисква съзнателна работа по изграждането на стратегии за решаване на задачи, които да бъдат не просто усвоени, а и преносими в нови контексти. ***Модул 2*** е съсредоточен върху това да осигури приемственост в подходите към задачите, надграждайки базови умения от началния етап и подготвяйки учениците за абстрактното и аналитично мислене, характерно за по-горните класове.

2.5.4. Модул 3: Учебни грешки, трудности и адаптивна интервенция

Образователният процес в прогимназиалния етап е наситен с познавателни предизвикателства, свързани с разширяване на учебното съдържание и преход към по-абстрактни математически структури. В ***Модул 3*** грешките и затрудненията се разглеждат като възможности за обучение, самоосъзнаване и педагогическа подкрепа.

2.5.5. Модул 4: ИКТ и дигитални среди в синергия с математическото съдържание

В ***Модул 4*** интегрирането на ИКТ и дигиталните среди се разглеждат като елементи в отворена, динамична образователна система, която взаимодейства с когнитивните, емоционалните и социалните аспекти на ученето.

2.5.6. Модул 5: Междупредметни връзки и контекстуализация на знанието

В рамките на синергетичния подход ***Модул 5*** цели да осъществи активна и осъзната взаимовръзка между математиката и други учебни дисциплини, както и с практически ситуации от ежедневието, науката и технологиите.

2.5.7. Модул 6: Показатели за ефективност и рефлексивна оценка на модулите

Ефективността на разработените и апробирани модули в педагогическия експеримент се оценява чрез система от качествени и количествени показатели, които отразяват както постигнатите учебни резултати, така и степента на ангажираност, разбиране и развитие на ключови компетентности у учениците. Подходът в ***Модул 6*** е рефлексивен, т.е. включва не само външна диагностика, но и вътрешна оценка чрез самооценка, метакогнитивна осъзнатост и обратна връзка.

ИЗВОДИ ОТ ГЛАВА ВТОРА

1) Обучението по математика в прогимназиален етап изисква дидактически решения, които съчетават приемственост, адаптивност и иновативност. Особеностите на възрастовата група (11 – 14 години) налагат внимателно конструиране на методи и средства, които едновременно да надграждат предходното знание и да подготвят учениците за по-високи когнитивни нива.
2) Психолого-педагогическите характеристики на учениците от 5. – 7. клас (когнитивна нестабилност, преход от конкретно към абстрактно мислене, търсене на смисъл и мотивация) трябва да бъдат интегрирани в обучението като водещ фактор. Това изисква динамични стратегии за обучение, активно участие, разнообразие на дейности и подходи.
3) Методическите особености на обучението в този етап включват прилагане на широк набор от дидактически методи – от класически до дигитални – в зависимост от поставените цели и особеностите на учениците. Учебните задачи, грешките и ИКТ инструментите се използват не само като средства, но и като ресурси за изграждане на разбиране, мислене и саморефлексия.
4) Представеният технологичен модел е изграден върху стабилна концептуална основа, включваща синергетични принципи, дидактически цели, ясна структура и връзка с учебното съдържание. Компонентите на модела са съгласувани както помежду си, така и с реалностите на училищната практика.
5) Модулният подход предоставя ефективна рамка за постигане на синергетични ефекти в обучението по математика. Всеки модул има своя специфична роля и принос към общата система, а цялостното взаимодействие между тях води до засилване на мотивацията, задълбочаване на разбирането, по-добра адаптация и устойчиво знание.
6) Синергията между методи, съдържание, технологии и междуличностна динамика (учител–ученик, ученик–ученик) е ключов фактор за успеха на модела. Тя не се постига чрез механично съвместяване, а чрез създаване на условия за самоорганизация, обратна връзка и развиваща педагогическа среда.

ГЛАВА III. ОРГАНИЗАЦИЯ И ПРОВЕЖДАНЕ НА ЕМПИРИЧНОТО ИЗСЛЕДВАНЕ. РЕЗУЛТАТИ ОТ ПЕДАГОГИЧЕСКИЯ ЕКСПЕРИМЕНТ

3.1. Организация на емпиричното изследване

Чрез апробация на модела в реална училищна среда се цели да се установи степента, в която прилагането му води до развитие на устойчива познавателна мотивация у учениците; развитие на математическо мислене; повишаване на учебните резултати. Експериментът е насочен и към проверка на достоверността на формулираната в началото на настоящото дисертационно изследване работна хипотеза.

Педагогическият експеримент е проведен през три последователни учебни години с шест паралелки от един випуск ученици (общо 136 ученика) от СУ „Св. Константин-Кирил Философ“, които са разделени на две групи – експериментална и контролна. Целта е да се проследи развитието на резултатите от прилагането на предложената методика за целия период на обучение по математика в прогимназиалния етап.

За постигане на тази цел са формулирани и изпълнени следните задачи:

1) Да се организира педагогически експеримент в реална училищна среда, обхващащ три последователни учебни години (5. – 7. клас).
2) Да се сформират експериментална и контролна група с равен брой ученици, при равностойно начално равнище на математическите постижения.
3) Да се приложи конструираният технологичен модел в обучението на експерименталната група, като в контролната група се използват традиционни методи.
4) Да се проведат входни, междинни и крайни тестове за оценка на постиженията на учениците в двете групи.
5) Да се анализират и сравнят резултатите от тестовете с цел оценка на ефективността на модела.

Данните за анализа се извличат от разработени тестови задачи, прилагани в ключови моменти от обучението – в началото на 5. клас (входно равнище), в края на 5. клас (формиращ експеримент 1), в края на 6. клас (формиращ експеримент 2) и в края на 7. клас (изходно равнище). Този подход позволява както проследяване на резултатите, така и идентифициране на устойчиви тенденции в усвояването на математическото съдържание.

3.2. Критерии и показатели за диагностика на резултатите от педагогическия експеримент

Формулирана е система от критерии и показатели, съобразени с целите и хипотезата на дисертационния труд. Те отразяват както равнището на овладяване на математическите знания, така и степента на разбиране и умението за приложение, което дава възможност за цялостна оценка на ефективността на предложения синергетичен модел за обучение. Показателите към всеки критерий са свързани с количествени

индикатори и позволяват да се съпоставят резултатите на контролната и експерименталната група.

3.3. Дейности по реализацията на педагогическия експеримент

Педагогическият експеримент е реализиран в реални училищни условия, в съответствие с принципите и методологията, заложени в изследователската рамка. За всеки от изследваните периоди (5., 6., 7. клас) е спазена традиционната структура на провеждане на педагогически експеримент (три етапа) – предварителен (констатиращ) експеримент, формиращ експеримент, заключителен експеримент. За постигане на по-висока обективност и надеждност на резултатите в рамките на изследването бяха приложени два типа педагогически експеримент – експеримент от типа *„контролна група – експериментална група“* и експеримент от типа *„входно равнище – изходно равнище“*.

3.4. Изследване на основните характеристики на дидактическите материали

Дидактическите материали, използвани в рамките на експерименталното обучение, са проектирани с цел да осигурят пълноценното прилагане на разработения във втора глава технологичен модел и да подпомогнат постигането на поставените в експеримента цели. Изследването на техните характеристики е проведено с оглед оценка на дидактическа адекватност, мотивиращ потенциал, логическа и езикова яснота, възможности за диференциация и практическа приложимост.

3.5. Апробация на модела в училищна среда

Апробацията на разработения във втора глава модел за обучение по математика бе осъществена в реална учебна среда, в рамките на три последователни учебни години – от началото на 5. до края на 7. клас. Основна цел на апробацията беше да се провери доколко моделът е приложим в условията на масовото училище и какви резултати се постигат чрез неговото системно прилагане.

3.6. Анализ на резултатите

Сравняването на резултатите от контролна и експериментална група е основен подход при оценката на ефективността на нова методика на преподаване или педагогическа стратегия. Когато две групи ученици преминават през различни обучителни условия, сравняването на техните резултати позволява да се направят изводи относно успешността на приложената методика.

3.6.1. Анализ на резултатите от предварителния /констатиращ/ тест

Сравнението между контролната и експерименталната група не установява статистически значими разлики нито по параметрични, нито по непараметрични критерии, а размерът на Cohen’s d (ефект ЕГ – КГ) е практически нулев. Това дава основание да се приеме, че двете групи са равностойни по отношение на изследваните знания и умения преди въвеждането на технологичния модел на обучение. Следователно, всякакви различия в резултатите при изходящата диагностика в края на

7. клас могат да бъдат интерпретирани с висока степен на обоснованост като ефект от приложената експериментална методика.

3.6.2. Анализ на резултатите от заключителния експеримент

Размерът на ефекта (Cohen's d ≈ 0,99) показва **голям практически значим ефект** в полза на експерименталната група. Това е пряко емпирично доказателство, че обучението по конструирания технологичен модел води до значително по-високо ниво на математическа подготовка в края на 7. клас, в сравнение с традиционното обучение. Следователно може да се заключи, че разработеният технологичен модел оказва съществено положително влияние върху развитието на математическите знания и умения на учениците в прогимназиалния етап.

3.6.3. Сравнителен анализ на резултатите от тригодишния експеримент

Данните ясно показват, че обучението по конструирания технологичен модел води до значително и устойчиво подобрение в постиженията на учениците. Разликите между групите са статистически значими според Welch t-тест и HL оценителя, като ефектът се засилва във времето. Това представлява силно доказателство за ефективността и практическата полезност на приложената методология.

3.6.4. Лонгитюден анализ на резултатите от тригодишния експеримент

Развитието на постиженията в експерименталната група следва ясно възходяща траектория, докато в контролната група се наблюдава спад още през 5. клас и последващо задържане около по-ниски стойности. Разликата между двете групи се увеличава на всеки следващ етап, което потвърждава резултатите от статистическите тестове за ***значим ефект на приложения технологичен модел на обучение***.

3.6.5. Лонгитюден сравнителен анализ на развитието на когнитивните равнища (знание, разбиране, приложение)

Сравнението между двете групи в лонгитюден аспект недвусмислено потвърждава, че различията в резултатите се задълбочават с напредване на обучението. Това дава основание да се приеме, че наблюдаваният положителен ефект при експерименталната група е резултат от целенасоченото и системно прилагане на разработения технологичен модел на обучение.

3.7. Изводи и обобщения от проведеното емпирично изследване

В съвкупност резултатите позволяват да се направи научно обоснован извод, че **конструираният технологичен модел на обучение по математика има ясно изразен и практически значим положителен ефект** върху динамиката и крайното равнище на постиженията на учениците в прогимназиалния етап.

ИЗВОДИ ОТ ГЛАВА ТРЕТА

Изследванията, описани в трета глава, показват, че интегрирането на технологичния модел за обучение по математика с оглед реализиране на приемственост при използването на синергетичен подход в обучението по математика в прогимназиален етап води до положителни резултати в няколко основни посоки:

1) Добра организация и методологическа последователност – ясно дефинираните цели, критерии за подбор на участници, етапи и инструменти за измерване осигуряват стабилна основа за провеждане на експеримента. Това повишава надеждността на получаваните данни.
2) Реализацията на експеримента в естествена учебна среда допринася за валидност на резултатите. Учениците са обучавани чрез прилагане на конструирания технологичен модел в продължение на три учебни години, което дава възможност да се проследи устойчивостта на ефекта от модела.
3) Дидактическите материали, използвани в експеримента, са с висока степен на съответствие с когнитивните и възрастови особености на учениците. Те подпомагат не само затвърдяване на знания, но и развитието на логическо мислене, адаптивност и умения за работа в нови ситуации.
4) Апробацията на модела в училищна среда потвърждава неговата приложимост и ефективност. Отчита се по-голяма ангажираност и самостоятелност от страна на учениците, както и по-добро разбиране на учебното съдържание.
5) Наблюдават се подобрения в резултатите от тестовете по ключови математически теми, особено при задачи, изискващи логическо обосноваване, моделиране и използване на стратегии за решаване.
6) Анализът на резултатите категорично потвърждава хипотезата, че чрез обучението по конструирания технологичен модел учениците достигат по-висока степен на разбиране, усвояване и прилагане на математическите знания.

В заключение, изложението в трета глава потвърждава, че прилагането на синергетичния модел, основан на модулна структура и методологическа цялостност, представлява ефективен подход за повишаване на качеството на математическото обучение в прогимназията.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамките на изследването е формулирана и обоснована хипотезата, че системното прилагане на технологичен модел, основан на синергетичен подход в обучението на ученици от 5. – 7. клас води до повишаване на качеството на математическите постижения, до намаляване на устойчивите учебни грешки и до по-висока степен на учебна мотивация и ангажираност. Моделът интегрира дидактически принципи, когнитивни механизми и технологични решения, като поставя акцент върху активното, смислено и устойчиво овладяване на знания.

Формулираната хипотеза е напълно потвърдена. Резултатите от експеримента показват, че целенасоченото и последователно прилагане на синергетичен технологичен модел е надеждна дидактическа стратегия за оптимизиране на учебния процес в прогимназиален етап и има потенциал за разширяване в следващи образователни степени.

Разработката открива нови възможности за научни изследвания – в посока адаптиране на модела за обучение по други предмети, разширяване на системата за работа с грешки, разработване на дигитални среди за диагностика и проследяване, както и валидиране на модела в различни типове училища.

В заключение може да се твърди, че предложеният технологичен модел представлява значим принос към методиката на обучението по математика, като осигурява практически и научно аргументиран механизъм за реализиране на приемственост, за повишаване качеството на обучение по математика и за развитие на компетентности, съответстващи на изискванията на съвременното образование.

Основни приноси на дисертационния труд

Поставените в увода основни цели и задачи на дисертационното изследване са изпълнени. Основните приноси на настоящия дисертационен труд могат да се характеризират като научно-приложни и практико-приложни. Връзките между приносите, задачите на изследването, мястото им на описание в дисертационния труд и направените публикации са показани в *таблица 1.*

Таблица 1. Връзки между приносите, задачите на изследването, мястото им на описание в дисертационния труд и направените публикации

Принос	Задачи	Глава	Публикации
Научно-приложни приноси			
НП1.	1	Глава I 1.2. ;Глава II 2.3	2, 3, 4
НП2.	5	Глава II 2.4.	5
НП3.	2, 3, 4	Глава I 1.4.; Глава II 2.1.; 2.5.	1, 3, 4
Практико-приложни приноси			
ПП1.	6	Глава III 3.1.; 3.3.; 3.5.	
ПП2.	6	Глава II 2.5.; Глава III 3.2.	
ПП3.	6	Глава III 3.6.	
ПП4.	6	Глава II 2.4.1.; Прил. 3. 3.1.	

Научно-приложни приноси на дисертационното изследване са:

НП1. Изградена е теоретична база на понятието „приемственост“ в контекста на синергетичния подход и е обосновано значението на приемствеността за обучението по математика.

НП2. Разработен е технологичен модел и е приложен при обучението по математика в прогимназиалния етап.

НП3. Анализирани са учебното съдържание и методиката на преподаване в 5. – 7. клас по отношение на приемствеността и е диагностицирано реалното ѝ състояние. Изследвани са възможностите за прилагане на синергетичен подход в педагогически контекст.

Практико-приложни приноси на дисертационното изследване са:

ППП1. Конструираният дидактически модел е апробиран в реална училищна среда.

ППП2. Разработен е дидактически инструментариум, включващ шест модула и система от критерии и показатели за диагностика.

ППП3. Въз основа на анализ и статистическа обработка на резултатите от експеримента е потвърдена хипотезата на дисертационния труд и са формулирани съответни изводи и препоръки за практиката.

ППП4. Разработени са методически насоки за учителя, насърчаващи целенасочено използване на синергетичния подход при планиране, провеждане и анализ на учебни ситуации.

Препоръки и перспективи за развитие на технологичния образователен модел

Технологичният образователен модел, разработен и апробиран в изследването, показва значителен потенциал за развитие. Неговата гъвкавост, модулна структура и ориентация към приемственост, синергетика и активни методи на обучение го правят подходящ както за надграждане, така и за внедряване в по-широк мащаб. Перспективите за усъвършенстване са многопосочни – в посока дигитализация, интердисциплинарност, диагностика, аналитичност и учителска подготовка. При системно развитие и подкрепа моделът може да се превърне в устойчива практика с висока научна и практическа стойност.

Публикации по темата на дисертационния труд

1. Karadzhova, P., D. Boykina. (2021). Synergetic Fundamentals Of Mathematics Education, In: *Proceedings of the Anniversary International Scientific Conference „REMIA 2021“*, 22 – 24 October 2021, с. 187-193, ISBN: 978-619-202-711-7
2. Караджова, П., Д. Бойкина. (2022). Синергетични аспекти на приемствеността в обучението, В: *Science and Education a New Dimension*. Pedagogy and Psychology, X (102), Issue: 263, 2022 Febr. https://doi.org/10.31174/SEND-**PP2022-263X102**-04
3. Караджова, П. (2022). Приемственост при използването на синергетичен подход в обучението по математика при работа с текстови задачи. *Студентски алманах (9) Педагогическия факултет, Тракийски университет − Стара Загора, Юбилейна международна научна конференция „Образование и съвременни предизвикателства“ 24 – 25 юни 2022 г*. с. 16-21, ISSN 2603-3178
4. Караджова, П. (2024). Синергетиката в обучението като нова образователна парадигма. *Терени* (8), *Семинар за докторанти и млади учени: Академични траектории. 1 – 4 септември 2023 г. Център „Родопи“, с. Славейно,* СУ „Св. Климент Охридски“, с. 136-145. DOI:10.60053/TER.2024.8.136-145
5. Караджова, П. (2025). Технологичен модел за осигуряване на синергетична приемственост в обучението по математика. *Юбилейна международна научна конференция „Синергетика и рефлексия в обучението по математика“, 22-24 октомври 2025 г., Пампорово*. УИ „Паисий Хилендарски“, с. 75-82, ISBN: 978-619-7768-41-1.

Представени доклади на международни и национални конференции:

1. Доклад на тема „Synergetic Fundamentals Of Mathematics Education“, Anniversary International Scientific Conference „REMIA 2021“, 22 – 24 октомври 2021, Пловдив.
2. Доклад на тема „Приемственост при използването на синергетичен подход в обучението по математика при работа с текстови задачи“, Юбилейна международна научна конференция „Образование и съвременни предизвикателства“, 24 – 25 юни 2022 г., Стара Загора.
3. Доклад на тема „Синергетиката в обучението като нова образователна парадигма“, Семинар за докторанти и млади учени: Академични траектории. 1 – 4 септември 2023 г., Център „Родопи“, с. Славейно.
4. Доклад на тема „Технологичен модел за осигуряване на синергетична приемственост в обучението по математика“, Юбилейна международна научна конференция „Синергетика и рефлексия в обучението по математика“, 22-24 октомври 2025 г., Пампорово.

Забелязани цитирания

Цитирана статия:

Караджова, П. (2024). Синергетиката в обучението като нова образователна парадигма. *Терени* (8), *Семинар за докторанти и млади учени: Академични траектории. 1 – 4 септември 2023 г. Център „Родопи“, с. Славейно,* СУ „Св. Климент Охридски“, с. 136-145. DOI:10.60053/TER.2024.8.136-145

От:

1. Momcheva, G., T. Glushkova. (2025). Visualizations: the Synergy of Digital and Mathematical Competencies. *Anniversary International Scientific Conference “Synergetics and Reflection in Mathematics Education”, October 22-24, 2025, Pamporovo,* University Press – Paisii Hilendarski, pp. 95-100. ISBN: 978-619-7768-41-1.
2. Маринов, Д., Д. Бойкина. (2025). Интерактивен урок за изучаване на темата „Производна на функция“. *Юбилейна международна научна конференция „Синергетика и рефлексия в обучението по математика“, 22-24 октомври 2025 г., Пампорово*. УИ „Паисий Хилендарски“, с. 89-94, ISBN: 978-619-7768-41-1.

Благодарности

Изказвам своята искрена благодарност и признателност към научния си ръководител доц. д-р Добринка Милушева-Бойкина, за подкрепата и доверието в мен, за отделеното време и ценните напътствия, за разбирането и търпението.

Благодаря на членовете на катедра „Обучение по математика, информатика и информационни технологии“ за отзивчивостта и конструктивните препоръки при работата по настоящия дисертационен труд.

Изказвам благодарност и към семейството си, което винаги ме е разбирало, подкрепяло и насърчавало.

БИБЛИОГРАФИЯ

[1] Буданов, В. Г. (1996). Эпоха бифуркаций и синергетика в образовании. – *Московский синергетический форум*. Тезисы. М., с. 42

[2] Гайдарова, М, Т. Терзиева, А. Рахнев. (2020). ИКТ базирани подходи за повишаване ефективността на образователния процес. Юбилейна международна научна конференция „Синергетика и рефлексия в обучението по математика“, 16-18 октомври 2020 г., Пампорово. УИ „Паисий Хилендарски“, ISBN: 978-619-202-595-3.

[3] Гроздев, С., Б. Кирилова. (2015). Формативното оценяване в педагогическа практика от Американски колеж в София, *Didactical Modeling – Volume 5. Доклад представен на 09.02.2015 г. на семинара „Дидактическо моделиране“,* ИМИ – БАН, 10 с.

[4] Гълъбова, Д. (2012). *Педагогическа синергетика*. Велико Търново: УИ „Св. св. Кирил и Методий“, 210 с., ISBN: 978-954-524-879-5

[5] Гъров К., В. Бизова-Лалева. (2013). Геометричен модел на задачи от движение с използване на динамичен софтуер, Science and Education a New Dimension: Pedagogy and Psychology, Vol.9, Budapest, ISSN 2308-5258.

[6] Десев, Л. (2015). *Синергетика. Въведение и речник*. София: Екопрогрес, 464 с., ISBN 978-954-2970-37-8.

[7] Караджова, П., Д. Бойкина. (2022). Синергетични аспекти на приемствеността в обучението, В: *Science and Education a New Dimension*. Pedagogy and Psychology, X (102), Issue: 263, 2022 Febr. https://doi.org/10.31174/SEND-**PP2022-263X102**-04

[8] Караджова, П. (2025). Технологичен модел за осигуряване на синергетична приемственост в обучението по математика. Юбилейна международна научна конференция „Синергетика и рефлексия в обучението по математика“, 22-24 октомври 2025 г., Пампорово. УИ „Паисий Хилендарски“, с. 75-82, ISBN: 978-619-7768-41-1.

[9] Князева, Е. Н. и С. П. Курдюмов. (2002). *Основания синергетики. Режимы с обострением, самоорганизация, темпомиры*, Москва: Алетея, 414 с. ISBN 5-89329-517-X

[10] Колева, К. (2021). *Логическите задачи. Монография*, В.Търново: ИТИ,144 с., ISBN: 978-619-7602-05-0

[11] Милушев, В. (2010). Елементи от рефлексията и синергетиката в обучението по математика. В: *„Синергетика и рефлексия в обучението по математика”, Доклади на юбилейната международна конференция*, 10-12 септември 2010, Бачиново, с. 213-220.

[12] Милушева-Бойкина, Д., & Милушев, В. (2014). Изследване на дейността съставяне на учебни математически задачи. *В журнала: Science and Education a New Dimension: Pedagogy and Psychology.–II (9)*, (19), с. 81-85.

[13] Френкев, Д. Г. & В. Б. Милушев (2005). За някои аспекти на приемствеността при обучаването в решаване на текстови задачи. В: „*Някои аспекти на приемствеността в обучението по математика в началното училище*“. Под ред. на П. Д. Петров, Ст. Загора, ИК „Кота“, с. 75 – 88.

[14] Blakemore, S. J., & Mills, K. L. (2014). Is adolescence a sensitive period for sociocultural processing?. *Annual review of psychology*, *65*(1), 187-207.

[15] Bruner, J.S. (1960). *The process of education: a landmark in educational theory*. Cambridge: Harvard University Press.

[16] Dweck, C. S. (2000). *Self-Theories: Their Role in Motivation, Personality, and Development*. Psychology Press.

[17] Grozdev, S. (2007). *For High Achievements in Mathematics: The Bulgarian Experience (Theory and Practice).* Sofia: „Ruta“, 295 p., ISBN: 978-954-92139-1-1

[18] Haken, H. (1983). *Synergetics: An Introduction: Nonequilibrium Phase Transitions and Self-Organization in Physics, Chemistry and Biology*. Springer, Berlin.

[19] Inhelder, B., & Piaget, J. (1958). *Adolescent thinking*. In B. Inhelder, J. Piaget & A. Parsons, S. Milgram (Trans.), *The growth of logical thinking: From childhood to adolescence* (pp. 334–350). Basic Books.

[20] Piaget, J. (1970). *Science of Education and the Psychology of the Child.* New York: Orion.

[21] Piaget, J., & Inhelder, B. (2008). *The psychology of the child*. Basic books, 192 p., ISBN 0786725338, 9780786725335.

[22] Ryan, R. M., & Deci, E. L. (2000). When rewards compete with nature: The undermining of intrinsic motivation and self-regulation. In *Intrinsic and extrinsic motivation* (pp. 13-54). Academic Press.

[23] Sansone, C., & Harackiewicz, J. M. (Eds.). (2000). *Intrinsic and extrinsic motivation: The search for optimal motivation and performance*. Academic Press.

[24] Siegler, R. S. (1996). *Emerging Minds: The Process of Change in Children's Thinking.* New York, NY: Oxford University Press.

[25] Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes.* Cambridge, MA: Harvard University Press.

[26] Zimmerman, B. J., D. H. Schunk, (2001). *Self-regulated learning and academic achievement: Theoretical perspectives* (2nd ed.). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.