

СТАНОВИЩЕ

от проф. д-р Андрей Иванов Захариев,
катедра „Математически анализ“, Факултет по математика и информатика,
Пловдивски университет „Паисий Хилендарски“
на дисертационен труд за присъждане на образователната и научна степен
„доктор“

по: област на висше образование: 4. Природни науки, математика и информатика;

професионално направление: 4.5. Математика
докторска програма: Математически анализ

Автор: Лаура Айети Аземи - докторант в самостоятелна форма на обучение

Тема: *Върху двойки неподвижни точки и двойки точки на най-добро приближение за циклични, нециклични и полу-циклични изображения.*

Научни ръководители: проф. д.м.н. Боян Георгиев Златанов
доц. д-р Христина Николова Кулина

1. Общо описание на представените материали

Със заповед № РД-22-966 от 28.04.2025 г. на Ректора на Пловдивския университет „Паисий Хилендарски“ (ПУ) съм определен за член на научното жури за осигуряване на процедура за защита на дисертационен труд на тема: *Върху двойки неподвижни точки и двойки точки на най-добро приближение за циклични, нециклични и полуциклични изображения* за придобиване на образователната и научна степен „доктор“ в област на висше образование: 4. Природни науки, математика и информатика; професионално направление: 4.5. Математика; докторска програма: Математически анализ

Автор на дисертационния труд е Лаура Айети Аземи – докторант на самостоятелна подготовка) към катедра Математически анализ с научни ръководители проф. д.м.н. Боян Георгиев Златанов и доц. д-р Христина Николова Кулина от Пловдивски университет „Паисий Хилендарски“.

Представеният от Лаура Айети Аземи комплект материали на хартиен носител е в съответствие с Чл.36 (1) от Правилника за развитие на академичния състав на ПУ, включва следните документи:

1. молба по образец до ректора за откриване на процедура;
2. автобиография по европейски формат;
3. протокол от предварителното обсъждане в катедрата и становище от научния ръководител, относно готовността за предварително обсъждане;
4. автореферат (на български и чужд език);
 - 4.а. на български език 64 стр.
 - 4.б. на английски език 32 стр.

- 4.в. на български език 32 стр.
5. декларация за оригиналност и достоверност на приложените документи;
6. справка за съответствие с минималните национални изисквания;
7. списък на публикациите;
8. дисертационен труд;
9. копия на публикациите по темата на дисертационния труд;
10. документ за внесена такса, съгласно Тарифата;
11. комплект документи на хартиен носител от т. 1 до т. 10 – 3 броя;
12. комплект документи на електронен носител от т. 1 до т. 10 – 3 броя.

Докторантът е приложил 3 броя публикации, две от които са списания и една в сборник от доклади на съответните конференции.

2. Кратки биографични данни за докторанта.

Тази информация се съдържа в приложената автобиография по европейски формат.

3. Актуалност на тематиката и целесъобразност на поставените цели и задачи.

Един преглед на базите от данни на SCOPUS и Web of Science показва, че в последните години има сериозен ръст на публикациите посветени на изследванията в областта на различен типове обобщения на теоремите за неподвижни точки, както и на техните приложения в теорията на олигополните пазари. Това отразява глобализацията на икономиката при която остават все по-малко икономически субекти на пазарите, които притежават все по-големи дялове от съответните пазари. Публикациите в тези направления са както теоретични в математически списания, така и такива с приложни аспекти в икономически списания. Моето мнение е, че представените изследвания са не само актуални и ще представляват интерес за широк кръг от читатели, както математици така и икономисти. Ще отбележа, първата публикация на докторанта от 2022 г. е публикувана в списание **Mathematics, 10(8), (2022), 1304.IF=2.258, квантил Q1** и вече има 4 цитирания, които са индексирани в базите от данни WoS и/или SCOPUS, което е убедително доказателство както за актуалността на изследваните в дисертационния труд задачи така и за тяхното качество.

4. Познаване на проблема

Както е добре известно и по мое мнение, в настоящия момент, никой изследовател не е в състояние да се запознае и да усвои всички публикувани резултати по дадена научна тема (дори и в относително „тясно“ направление). Основни причини за това са: наличието на огромен брой източници, както и външно наложен ограничен достъп до информацията (технически недостъпни и/или финансово недостъпни). В този аспект познаването на даден научен проблем означава, че изследователят притежава определен

набор от научни сведения по темата, които заедно предоставят необходимото качество, дълбочина, обхват на познание и са достатъчни за дадено конкретно изследване. По моя преценка Лаура Айети Аземи познава задълбочено както моментното състояние така и в исторически план научните проблеми разгледани в дисертационния си труд. Това мое впечатление се основава на представената от нея дисертация. Предвид факта, че първата от публикациите на докторанта и научния и ръководител е от 2022 г., ми дава основание да заключа, че докторантът е имал възможността да се обучава повече от 3 години по темата на дисертационния труд и да навлезе в тематиката и използваните методи което означава че Лаура Айети Аземи е започнала съвместната си научна работа с един от научните си ръководители преди тази година. Последвалите резултати са публикувани в периода 2023 - 2025 години, което показва системна и задълбочена подготовка, което е позволило на докторанта да представи завършен дисертационен труд при записването си като докторант в самостоятелна форма на обучение. В заключение ще отбележа, че по моя преценка литературата съдържа само източници, които имат пряко отношение към изследванията в дисертацията без паразитни цитирания.

5. Методика на изследването

Основен апарат на провеждане на изследванията в рецензията са методите и научни факти от няколко математически направления: реален и функционален анализ; топология; вариационни принципи; теория на олигополните пазари, статистически методи за моделиране върху бази от данни. За изследванията по тази тематика не може да се каже, че се използва точно едни метод или дори няколко добре известни метода, а по-скоро се прилагат различни знания, умения и техники, които изследователя съумява да съчетае, така че да реши поставените задачи.

6. Характеристика и оценка на дисертационния труд

В дисертационния труд са направени обобщения на фундаменталния резултат на Банах за съществуване и единственост на неподвижни точки. Тези обобщения са в различни направления като включват двойки от неподвижни точки, тройки от неподвижни точки, двойки точки на най-добро приближение, циклични изображения, нециклични изображения и полуциклични такива, когато прилежащото пространство е както равномерно изпъкнало банахово пространство, така и само рефлексивно или метрично. Важен приложен аспект а намирането на оценка на грешката при използване на редици от последователни приближения за двойки от оптимални точки (които са естественото обобщение на точките на най-добро приближение за цикличните изображения) при нециклични изображения. Ще отбележа, че получените резултати са илюстрирани не само с абстрактно подбрани приложения, а и с такива които възникват при изследване на пазарно равновесие в олигополни пазари върху реални данни. Сериозен интерес представлява резултата, който обобщава вариационния принцип на

Екеланд върху множества породени от изображения със смесеното монотонно свойство, когато прилежащото метрично пространство е частично наредено.

7. Приноси и значимост на разработката за науката и практиката.

Представеният за защита дисертационен труд е в размер от 136 страници със следната структура на съдържанието: увод, четири глави, заключение и библиография от 90 заглавия.

Уводът се състои от две части: Предговор съдържащо кратко описание на изследваните в дисертацията проблеми и Глава 1 (озаглавена Preliminaries) където са представени всички понятия и теореми, необходими при изложението на получените от докторанта резултати в следващите глави с номера 2, 3 и 4.

В Глава 2 се изследват двойки точки на най-добро приближение за циклични и полуциклични изображения. Полуцикличните изображения са появяват естествено, когато разглеждаме пазар с двама участника, които променят своите нива на производство, като се съобразяват едновременно от собствените резултати и тези на конкурента. Тъй като класическата евклидова метрика не описва удачно печалбите на участниците, докторантът използва еквивалентната сумиращата такава, която е по-пригодна при изследването на олигополни пазари, като преодолява проблема, че относно нея разглежданото банахово пространство не е равномерно изпъкнало, а само рефлексивно такова. Въведени са нови понятия, като двойки неподвижни точки и двойки точки на най-добро приближение за полуциклични изображения. Понятието за двойка оптимални неподвижни точки за нециклични изображения е обобщено и за изображения на две променливи, като са намерени достатъчни условия за съществуване и единственост на наредени двойки от оптимални точки, когато прилежащото пространство е равномерно изпъкнало и са намерени априорни и апостериорни оценки на грешката, когато модулът на изпъкналост е от степенен порядък.

В Глава 3 е докторанта е обобщил фундаменталния вариационният принцип на Екеланд върху множества породени от изображения със смесеното монотонно свойство в частично наредени метрични пространства. Полученият резултат е използван за намиране на достатъчни условия за съществуване и единственост на тройки неподвижни точки за наредени тройки от изображения със смесеното монотонно свойство. Ще отбележа, че редица вече известни резултати за тройки неподвижни точки се явят следствия от получения от докторанта резултат. По моя преценка получените от докторанта резултати по математически анализ описани в глави 2 и 3, както като количество така и като качество са напълно достатъчни за придобиването на образователната и научна степен „доктор“.

Предмет на Глава 4 са приложенията получените в глави 2 и 3 резултати при изследването на олигополни пазари, както на и други непубликувани резултати. Тези резултати са посветени на моделирането на олигополен пазар с трима участника на базата

на реални данни от него. Конструирани са подходящи модели на функции на реакцията за участниците, които да притежават смесеното монотонно свойство. Направен е статистически анализ на предсказанията с конструираните модели данни. От илюстративните примери се вижда, че съществуват пазари в които по естествен начин функции със смесеното монотонно свойство описват статистически достоверно реалните данни на съответните пазари. Добро впечатление прави и, че необходимата информация относно за пазарно равновесие по Курно (*Antoine-Augustin Cournot*) за олигополни пазари, както и обобщението му при използване на функции на реакция вместо максимизиране на печалбата чрез статистически методи за оценка на модели с използване на реални бази от данни са въведени в глава 4, където се използват, което облекчава читателя. Резултатите получени в тази глава илюстрират възможностите за приложение на получените теоретични резултати при изследването на пазарното равновесие за олигополни пазари.

В заключението са описани коректно приносите в представения дисертационен труд.

8. Преценка на публикациите по дисертационния труд

Дисертационният труд е изграден на базата на 3 публикации на докторанта (две в списания и една от доклади на конференции). Едната от публикациите е публикувана в престижното списание „**Mathematics**“ с импакт-фактор **2.258**, **квартил Q1** а другата е в индексирана в SCOPUS с SJR=0.152. Този преглед показва, че докторантът със своите 105 точки сериозно надвишава минималните национални изисквания според ППЗРАСРБ 30 точки. Като допълнение ще отбележа че статията в „**Mathematics**“ има 4 цитирания, които са индексирани в базите от данни WoS и/или SCOPUS, което е убедително доказателство както за актуалността на изследванията в публикуваните статии така и за качеството на представените в тях резултати.

Резултатите са апробирани на три научни форума.

Авторефератът коректно систематизира резултатите от дисертацията.

Не съм констатирал „плагиатство“ в работите на кандидата по смисъла на ЗРАС в РБ.

9. Лично участие на докторанта

По моя преценка дисертанта има съществен личен принос в проведените изследвания както и за получени резултати

10. Автореферат

Авторефератът правилно и коректно систематизира резултатите от дисертацията.

11. Критични забележки и препоръки

Нямам критични бележки, за стил и оформление на получените резултати. Препоръчвам на автора да продължи своята работа в тематиката на дисертационния труд, да се опита да реши и публикува поставените в края на всяка глава отворени задачи, а също така да оформи и да публикува резултатите от глава 4.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Дисертационният труд съдържа научни и научно-приложни резултати, които представляват оригинален принос в науката. Представените документи отговарят на всички изисквания на Закона за развитие на академичния състав в Република България (ЗРАСРБ), Правилника за прилагане на ЗРАСРБ, Правилника за развитие на академичния състав на ПУ.

Дисертационният труд показва, че докторантът Лаура Айети Аземи притежава задълбочени теоретични знания и професионални умения по научна специалност математически анализ като демонстрира качества и умения за самостоятелно провеждане на научно изследване.

Поради гореизложеното, убедено давам своята строго положителна оценка за проведеното изследване, представено от рецензираните по-горе дисертационен труд, автореферат, постигнати резултати и приноси, и предлагам на почитаемото научно жури да присъди присъжда образователната и научна степен „доктор“ на **Лаура Айети Аземи** по област на висшето образование: 4. Природни науки, математика и информатика, професионално направление: 4.5 Математика, докторска програма: Математически анализ.

10.05.2025 г.
гр. Пловдив

Подпис:
/проф. д-р Андрей Захариев/