

РЕЦЕНЗИЯ

на дисертационен труд

ТРОЙКИ КОМПОЗИЦИИ В ЧЕТНОМЕРНИ ПРОСТРАНСТВА С АФИННА СВЪРЗАНОСТ БЕЗ ТОРЗИЯ

за получаване на образователната и научна степен
„ДОКТОР”

област на висше образование: 4. Природни науки, математика и
информатика;

професионално направление: 4.5 Математика;

научна специалност *Геометрия и топология*

Докторант: **Муса Ибрахим Айети**

Рецензент: **доц. д-р Георги Костадинов**

1. Актуалност на научните изследвания в дисертационния труд

В изследванията върху пространства с афинна свързаност все по-голямо внимание се отделя на съществуването на допълнителни структури върху тях, тъй като то е свързано със съществена информация за геометрията на тези пространства. Категорията на диференцируеми многообразия над алгебри е обект на интензивни изследвания в последните години. Ще отбележим имената на А. П. Норден, А. П. Широков, В. В. Вишневски, В. В. Журыгин, И. В. Белко, М. А. Малахалцев, И. Ванжура, Т.В. Дюк и др. В България – Е. Павлов и други автори.

2. Обзор на съдържанието и резултатите в дисертационния труд

Дисертационният труд е изложен на 78 стр., съдържа увод, три глави, заключение и литература от 60 заглавия.

Използван е апаратът на тензорната алгебра за представяне на структурните афинори, предложен от Г. Златанов, като тензорно произведение от векторни полета и 1-форми. Това позволява изследване на една или няколко композиции в дадено пространство.

В гл. 1 се въвеждат необходимите понятия и основни факти. Композицията като еквивалент на структура на (почти) произведение се определя чрез афинорно поле – тензорно поле от тип $(1,1)$, чийто квадрат е идентитетът. Отделните позиции (разпределения) се предполагат интегрируеми (инволютивни). Според свойствата на отделните позиции, относно паралелното пренасяне по произволни линии на пространството A_{2n} или по линии, принадлежащи на едната или другата позиция

(разпределение), се определя видът на композицията: (c,c) , (ch,ch) и (g,g) . Привежда се класификацията на композиции, дадена от Норден и Тимофеев.

В гл. 2, §3 се изследва пространство с афинна свързаност A_{2n} , в което е зададена двойка спрегнати композиции. Построяват се два нови афинора, като нормирани сума и разлика на първоначалните и се намират връзки между получените четири композиции. Въвеждат се три афинни свързаности с торзия, подчинени на структурата на пространството. Пресметнати са както коефициентите им на свързаност, така и компонентите на тензора на кривината.

В §4 в многообразие $(A_{2n}, (\alpha_\alpha^\beta))$ се построяват две нови композиции, свързани с дадената: едната позиция е обща за трите. Направена е класификация според геометричните характеристики на възникващите 72 вида различни композиции. В това изследване авторът е проявил големи технически умения и изобретателност, преодолени са редица трудности.

В гл. 3, §5 обект на изследване е четимерно пространство с афинна свързаност A_4 , снабдено с двойка спрегнати композиции. Конструира се трета композиция – произведение на първите две и са установени редица необходими и достатъчни условия за вида на композициите. В резултат се доказва, че ако трите композиции са едновременно от вида (ch,ch) , то пространството A_4 е афинно. Тук отново е проявена завидна техника.

В §6, при условията на предния параграф, се изследват условията за геодезичност на тройка композиции, като съществено се използват деривационните уравнения, задаващи композицията. Доказано е, че афинорът, който е сума от афинорите на тройката композиции, също определя композиция, като са намерени необходими и достатъчни условия тя да бъде от вида (g,g) . Особен интерес тук представлява определянето на компонентите на тензора на Ричи, когато пространството е еквафинно и двойката спрегнати композиции са от вида (g,g) .

В §7 в A_4 се изследва тройка композиции от специален вид: базовите многообразия на трите имат съответно размерности 2, 3 и 1. Доказано е, че принадлежността на две от тях към класа (c,c) или (ch,ch) влече същото и за третата композиция.

Известно е, че всяко инволютивно гладко разпределение (позиция) поражда гладко слоение. Интересна е идеята на автора да разгледа едновременно композиция от

две тримерни позиции в A_4 , като получава условие за паралелност по линиите от съответните слоеве.

В §8 е разгледано четиримерно пространство A_4 , снабдено съответно с параконтактна структура, полуциклична и нилпотентна структури. Намерени са необходими и достатъчни условия за ковариантна постоянност на всяка от структурите, както относно дадената симетрична свързаност, така и относно несиметрична свързаност в пространството.

Заслужава да се отбележи фактът, че се разглеждат „полуструктури”, т.е. изродени структури, които напоследък представляват интерес за изследвания.

Критични бележки

1. Доказателствата на някои теореми са схематични, което затруднява четенето; напр. Теорема 3.2.
2. На места има повторение на някои равенства и означения, напр. формули (4.2) и (5.12); (2.3), (3.1) и (5.1).
3. На стр. 10 – вместо собствените вектори на матрицата, трябва да бъде собствените векторни полета на афинора.

Всички бележки не са съществени и не се отразяват на общия стил на изложението: стегнат, математически коректен.

Авторефератът отразява правилно съдържанието на дисертацията.

3. Научни приноси и публикации

Представеният труд представлява обширно изследване върху афинно свързани пространства с допълнителна структура: на произведение, параконтактна, полуциклична и нилпотентна. Въведени са 72 нови композиции и са изучени геометричните им характеристики.

В четиримерно пространство A_4 се изследват тройки композиции от специален вид. Въведена е композиция от две тримерни позиции, като е получено условие за вида на породените от тях слоевия. Намерени са необходими и достатъчни условия за паралелност на изброените по-горе допълнителни структури относно несиметрични свързаности, които са актуални във физичните модели.

Резултатите от дисертационния труд са публикувани в следните работи:

[56] Musa Ajeti, Chebyshevian compositions in four dimensional space with an affine connectedness without a torsion, Plovdiv Univ. Bulgaria, Sci. Works, Math., 38 (3), 2011, 5-15.

[57] Musa Ajeti, Triad geodesis compositions in four dimensional space with an affine connectedness without a torsion, Bulletin of Mathematical Analysis and Applications, ISSN: 1821-1291, URL, v. 4, N 1, 2012, 72-82.

[58] M. Ajeti, M. Teofilova, G. Zlatanov, Triads of compositions in an even dimensional space with a symmetric affine connection, Tensor, 73 (3), 2011, 171-187.

[59] M. Ajeti, M. Teofilova, On triads of compositions in an even dimensional space with a symmetric affine connection, Advances in Mathematics Scientific journal 1, 2012, no. 1, 45-50, ISSN: 1857-8365, UDC: 514.754 (Proceedings of the 6-th International Symposium on Geometry, Function Theory and Applications, August, 27-31, 2012, Ohrid, R Macedonia).

[60] Musa Ajeti, Ivan Badev, Triad compositions in four dimensional affine space without a torsion, Journal of Technical University Sofia, Plovdiv branch, Bulgaria, Fundamental Sciences and Applications, v. 18, 2012, 91-96.

4. Лични впечатления от докторанта

Познавам Муса Айети от неговите посещения в Пловдивския университет. От разговорите с него може да се направи заключение, че е колега с широка математическа и обща култура. Автор е на 6 учебника за средното училище в Сърбия.

5. Представени документи по конкурса

1. Заповед Р 33-1007 от 21.03.2013 за отчисляване от докторантура с право на защита.

2. Молба от М. Айети от 25.03.2013 за разкриване на процедура по защита.

3. Заповед Р 33-1101 от 26.03.2013 за определяне на научно жури.

4. Автобиография

5. Протокол № 14 от катедрен съвет на катедра „Алгебра и геометрия”.

6. Справка за спазване на специфичните изисквания на ФМИ.

6. Заключение

Моята оценка за дисертационния труд на Муса Ибрахим Айети е **положителна**. Предлагам на научното жури да присъди научно образователна степен „Доктор” на Муса Ибрахим Айети в област 4. Природни науки, математика и информатика; професионално направление 4.5. Математика; научна специалност 01.01.06 - Геометрия и топология.

10.04.2013г.

гр. Пловдив

Подпис:

/доц. д-р Г. Костадинов/