

**ПЛОВДИВСКИ УНИВЕРСИТЕТ
„ПАИСИЙ ХИЛЕНДАРСКИ”**

**ФАКУЛТЕТ ПО МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА
КАТЕДРА „ОБУЧЕНИЕ ПО МАТЕМАТИКА, ИНФОРМАТИКА
И ИНФОРМАЦИОННИ ТЕХНОЛОГИИ”**

Юлия Дойчева Кръстева

**ИНТЕГРАЦИОНЕН МОДЕЛ ЗА ОБУЧЕНИЕ
ПО КОМБИНАТОРИКА В УЧИЛИЩЕ**

АВТОРЕФЕРАТ

на дисертационен труд
за присъждане на образователната и научна степен „доктор”
Област на висшето образование: 1. Педагогически науки
Професионално направление: 1.3. Педагогика на обучението по...
Докторска програма: Методика на обучението по математика

Научни ръководители: проф. д.п.н. Сава Иванов Гроздев
доц. д-р Пенка Петрова Рангелова

Резензенти: проф. д-р Здравко Лалчев
доц. д-р Румяна Маврова

**ПЛОВДИВ
2013**

Дисертационният труд е обсъден и насочен за защита на разширено заседание на катедра „Обучение по математика, информатика и информационни технологии” при Факултета по математика и информатика на ПУ „Паисий Хилендарски” на 30.01.2013 г.

Дисертационният труд „Интеграционен модел за обучение по комбинаторика в училище” съдържа 205 страници и се състои от увод, три глави, заключение, библиография, приложения. Приложенията към него са 13 на брой. Библиографията включва 92 източника. Списъкът на авторските публикации съдържа 13 заглавия.

Защитата на дисертационния труд ще се състои на 29. 04. 2013 г. от 11.00 часа в Заседателна зала на новата сграда на ПУ „Паисий Хилендарски”.

Материалите по защитата са на разположение на заинтересуваните се в секретариата на ФМИ, нова сграда на ПУ, кабинет 330 всеки работен ден от 8:30 до 17:00 часа.

Използвани съкращения:

- ВУ – Висше училище
- СУ – Софийски университет
- ТУ – Технически университет
- ЗИП – Задължително избираем предмет
- СИП – Свободно избираем предмет
- КГ – Контролна група
- ЕГ – Експериментална група
- МОМН – Министерство на образованието, младежта и науката
- ССХУ – Средно специално художествено училище
- СМБ – Съюз на математиците в България

СЪДЪРЖАНИЕ

Обща характеристика на дисертационния труд	5
Актуалност на разглеждания проблем.....	5
Мотиви за избора на дисертационното изследване.....	5
Цел на дисертационното изследване	7
Обект на изследването.....	7
Предмет на изследването	7
Хипотеза на изследването.....	7
Методи на изследването.....	8
Използван инструментариум.....	8
Кратко съдържание на дисертационния труд.....	9
Глава 1. Теоретични основи на проблема.....	9
Глава 2. Реализация на интегративните тенденции в комбинаториката	11
Глава 3. Резултати от проведено експериментално изследване	16
Препоръки и предложения за бъдеща работа	27
Апробация	27
Авторска справка за приносите в дисертационното изследване	28
Благодарности	28
Публикациите на автора по темата на дисертационния труд.....	29
Библиография.....	31

Обща характеристика на дисертационния труд

Актуалност на разглеждания проблем

Духовността на българина е свързана с образованието, което е издигнато до степен на национална добродетел, защото чрез него народът ни вижда успешно бъдеще. Освен това историята ни е оставила множество доказателства за фундаменталното значение на знанието като сигурен начин за достигане на личен и обществен просперитет. Затова съвременното училище е призвано да подготвя младото поколение за пълноценен живот и дейност в новото демократично общество. В това общество свободната изява на личността включва отговорностите и пред самата нея, пред нацията и човечеството. Нашето образование трябва да се превърне в истински двигател на целенасочени, стратегически промени.

Пътят на образованието в настоящия век се определя от изискванията на Европейския съюз, където България членува. Освен това се има предвид Правителствената програма за интеграция, Националната програма за училищно образование, Националната стратегия за въвеждане на информационните и комуникационните технологии, Работната програма „Образование и обучение 2020 в контекста на Лисабонската стратегия” и редица други документи, засягащи образованието ни в средното училище.

В Лисабонската стратегия се казва, че знанията и уменията са социален капитал, който изисква непрекъсната грижа, и това е причината обучението през целия живот да заема една от ключовите позиции при оценяване адекватността на една образователна система спрямо потребностите на съвременното общество. Особена актуалност сред наблюдаваните раздели придобива областта „Учене през целия живот”. Основният принцип, залегнал в образователната политика на Европейския съюз е за европейското образователно пространство като форум за обмен на идеи и добри практики.

Опитът показва, че важно условие за повишаване на интереса на учениците в учебната дейност е да се **разнообрази традиционният учебен процес**. Нестандартните методики на обучение имат огромен потенциал за създаване у учениците на **творческо мислене с пренос на знание**. Въвеждането на нови технологии допринася за изграждане у децата на самочувствие за приложимост на придобитите компетенции в решаването на редица задачи, чието разрешаване би се улеснило с използването на комбинаторни знания и умения.

МОТИВИ ЗА ИЗБОРА НА ДИСЕРТАЦИОННОТО ИЗСЛЕДВАНЕ СА:

1. Опитът и практиката ни показва, че една от най-трудните теми в училищния курс по математика е „Комбинаторика”. Тя се изучава с много малко часове и на първо, и на второ равнище в края на 10. клас. Упражненията за затвърдяването ѝ са сведени до минимум, тъй като в следващите учебни години се изучават теми, чрез които не се усъвършенстват уменията на учениците по комбинаторика. Знанията остават неразбрани, неосмислени и неприложими за ситуации, различни от разглежданите в учебника и решените задачи в клас.

2. Проведените през 2008-2012 г. Държавни зрелостни изпити по математика показаха незадоволителни резултати на учениците върху задачите от комбинаторен характер. Задачите в темите се решават със свойствата и формулите за съединения без повторения. Решаването на някои задачи води до събиране или умножение на възможности. За да се подготвят за предстоящия Държавен зрелостен изпит и за изпити за постъпване във ВУ, учениците трябва да се запознаят и да овладеят средства за решаване на такива задачи.
3. Подготовката за полагане на Държавен зрелостен изпит по математика и възможностите за прилагане на комбинаториката в различни други области на науката и живота, създават условия за усвояване на методи за решаване на задачи от комбинаторен характер с ученици от 10. и 11. клас. Последното се осъществява в задължителните часове по математика и в часовете по ЗИП и СИП по този предмет.
4. Не ни е известна литература, в която е дадена методика за изучаване на темата „Комбинаторика” в България. Не са правени изследвания, посветени на методиката за усвояване на различни методи за решаване на задачи от съединения.
5. Комбинаториката дава едно добро обединение на различни идеи в една задача, защото с нея се интерпретират редица въпроси по аритметика, геометрия, биология, химия и др. Въпреки това широко приложение на комбинаториката, не са много материалите, свързани с този проблем ([5], [7], [19], [31], [32], [34], [35]). В повечето от тях са дадени единични задачи, без методически коментар, които са по възможностите само на деца с отлична математическа подготовка. Някои от разгледаните задачи са от национални олимпиади на различни страни или от международни математически олимпиади.

Учебно-изпитната програма по математика за прием на ученици след завършен 7. клас за учебната 2012/2013 година изисква учениците да **познават принципи за събиране и умножение на възможности при преброяване в конкретна ситуация**. Те трябва да умеят да описват и изчерпват всички възможности и да определят брой на възможностите при преброяване в конкретна ситуация. За да постигнат успех на изпита след 7. клас, учениците трябва значително по-рано да се запознаят с методи за решаване на задачи за преброяване на възможности. Разглеждането на задачи от комбинаторен характер представлява стимул за учениците да разсъждават, да творят, да комбинират идеи и най-вече развива тяхното логическо мислене, което ще бъде основата на техните успехи.

Чрез разработване на методи за решаване на задачи от комбинаторен характер би се запълнила една празнота в педагогическата практика.

ЦЕЛ НА ДИСЕРТАЦИОННОТО ИЗСЛЕДВАНЕ:

Разработване, експериментално приложение и оценка на теоретично обоснован технологичен модел за интегриране на комбинаторни знания в знания по други учебни теми от математиката и другите науки в обучението на ученици от 10. и 11. клас.

С методите и средства за решаване на аритметични и геометрични задачи, както и задачи от заобикалящата ни действителност, е подходящо учениците да се запознаят още в 6. клас. Това ще накара младите хора да използват своите знания и умения, за да се справят с предизвикателствата на реалния живот в настоящо и бъдещо време.

ОБЕКТ НА ИЗСЛЕДВАНЕТО са ученици от 6. клас и ученици от горен курс в средното училище.

ПРЕДМЕТ НА ИЗСЛЕДВАНЕТО са дейностите на учениците при прилагане на предложения модел за интеграция на комбинаториката с други знания от учебния материал.

Целта на изследването, предварителните наблюдения и теоретичният анализ позволяват да дефинираме своите предвиждания в следната **РАБОТНА ХИПОТЕЗА**:

Прилагането на разработения технологичен модел за интегриране на комбинаторни знания и други знания от училищния курс в обучението по математика ще допринесе за повишаване компетентността на учениците и тяхното активно участие в учебния процес. За постигане на целта на изследването и доказване на хипотезата си поставихме за изпълнение следните **ОСНОВНИ ЗАДАЧИ**:

1. Да се установят необходимите условия и предпоставки за повишаване ефективността от обучение по темата
 - 1.1 Подходящо структуриране на учебното съдържание и знания по темата.
 - 1.2 Активизиране дейностите на учениците чрез подходящ подбор на задачи.
 - 1.3 Създаване на подходяща методическа разработка във връзка с темата.
2. Да се определят компетентностите, които трябва да се формират и чието овладяване е база за повишаване ефективността на учениците.
3. Да се изгради технологичен модел за интегриране на знанията по комбинаторика с тези в други учебни предмети.
4. Надграждане и задълбочаване на логически знания.
5. Да се определят критерии и показатели и да се разработи съответен диагностичен инструментариум за отчитане на резултатите от експеримента.
6. Да се проведе педагогически експеримент по предложения технологичен модел и да се анализират получените резултати от апробацията за установяване на неговата продуктивност (ефективност).

МЕТОДИ НА ИЗСЛЕДВАНЕТО:

1. Теоретичен анализ на научната литература по проблема, анализ на учебната документация и проучване на педагогически опит по отношение на възможностите за интегриране на комбинаториката с други знания от учебния материал.
2. Анализ на съответното учебно съдържание.
3. Методи на научното познание: наблюдение, сравнение, анализиране и обобщение.
4. Педагогически експеримент – предварителен, констатиращ, обучаващ със статистическа обработка и качествен анализ на получените данни от изследването.
5. Организиране на непосредствено наблюдение на съответните учебни занятия и опосредствено наблюдение – проучване на продукта от дейността на учениците.

ИЗПОЛЗВАН ИНСТРУМЕНТАРИУМ:

1. Тест за входно ниво (Тест 1) – за установяване предварителната подготовка на учениците и за изравняване на групите, участващи в експеримента.
2. Заключителен тест (Тест 2) – за установяване крайните резултати от експеримента, т.е. постиженията на учениците в края на обучението.
3. Контролни работи, курсови и самостоятелни работи. Реферати.

Кратко съдържание на дисертационния труд

Дисертационният труд е структуриран в увод, три глави, заключение, библиография и приложения.

В увода са представени актуалността на темата и мотивите за изследването.

ГЛАВА 1 „Теоретични основи на проблема” съдържа пет параграфа.

В параграф 1.1 „Възникване на комбинаториката”, въз основа на проучване и анализиране на научната литература, са изяснени периодите на възникване и развитие на комбинаториката. В следващия **параграф 1.2** е направено пълно **изследване на изучаването на комбинаториката в училище.** Програмата за образование по математика в България от 1890 г. [36] показва, че съединения с и без повторения се изучават в училище заедно с Нютоновия бином и неговите свойства. В програмата от 1903 г. се изоставя изучаването на Нютоновия бином, а в програмата от 1918 г. се премахват и съединенията с повторения.

В този параграф (1.2) са отразени проучванията на всички учебници и учебни пособия по математика от 1951 г. до 2012 г. Учебниците по алгебра за XI клас на Н. Обрешков и Р. Раденков за учебните години от 1951 до 1955 ([13], [14], [15], [16], [17]) започват с темата „Съединения без повторения”. Едва през 1989 г. - 1990 г. темата „Комбинаторика” влиза в учебниците за задължителна подготовка както на второ, така и на първо равнище. Тя се преподава като последен раздел (последна тема) по математика за учебната година в 10. клас. В [6] материалът от темата е разделен на 5 урочни единици; в [20] - 2 урочни единици; в [12] - 1 урочна единица; а в [4] - 3 урочни единици. Часовете по програма за изучаването на уроците от този раздел са 4 (за второ равнище) и 2 (за първо равнище). Във всеки от учебниците се започва със съединения и основни правила за броеве на възможности. Дефинират се пермутации, вариации и комбинации без повторения и се дават формули за пресмятане на техния брой.

В параграф 1.3 - Пропедевтика за темата „Комбинаторика” е анализирано съдържанието на учебниците и учебните пособия от 1. - 7. клас на всички авторски колективи. Проучени са всички теми (от 2000 г. – 2012 г.), които са давани на математически състезания и турнири, организирани от МОМН и от Съюза на математиците в България. Стигнахме до заключението, че все по-често на математически състезания и турнири се дават комбинаторни задачи. На Националното външно оценяване за 4. клас 2012 г. също имаше задача с комбинаторен характер. След тези констатации смятаме и то с основание, че е необходимо в часовете по математика да се въведе разглеждане и решаване на комбинаторни задачи при по-малките ученици. Ние **предлагаме една система от тематично подобрени задачи с комбинаторен характер.** Във връзка с поставените цели най-напред разглеждаме приложение на комбинаториката в аритметиката, след това в геометрията и накрая, но не на последно място по значение, разглеждаме задачи от заобикалящата ни действителност. Всичко това може да се намери в [27], [28].

Параграф 1.4 е „Комбинаторни задачи и реализация на целите на обучението по математика”. С цел да се повиши интересът към математиката, трябва да се решават занимателни задачи, които да провокират учениците да четат и използват допълнителна математическа литература. Елементи на комбинаториката могат да се

изучават и в началното училище, защото от децата не се искат допълнителни знания, а само добър навик да броят елементи и да наблюдават чертежи с различни геометрични фигури. Много от разглежданията могат да преминат под формата на игри с използване на подходящи нагледни материали: разноцветни триъгълници, квадрати, кръгове, кубове и други.

Параграф 1.5 е „Интеграция в обучението“. Една от основните тенденции в съвременното развитие на науката е интеграцията на научни знания. Това може да се обясни с всеобщата връзка и развитие. Интеграцията в научната сфера е отражение на материалното единство на света, а също и в дейността на хората. Тази интеграция намира своето естествено отражение и в целите на образованието в нашата страна. Очевидна е необходимостта от търсене на възможности за вътрешнопредметни и междупредметните взаимодействия в учебното съдържание, което ще допринесе познавателният процес да стане ефективен и съдържателен. Интеграцията на изучавания материал по комбинаторика може да се представи със следната Схема 1:

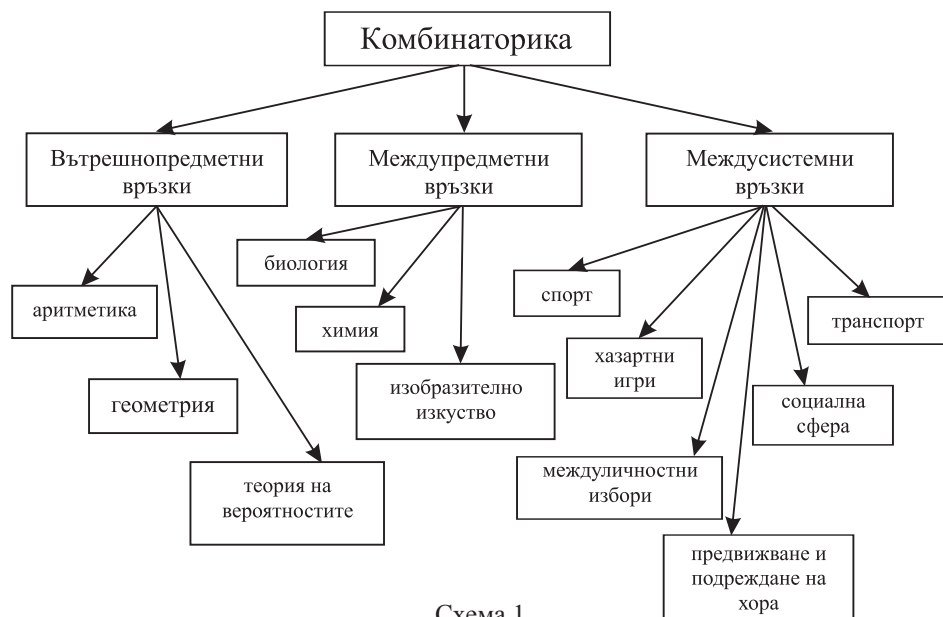


Схема 1

Изводи от Глава 1:

В резултат на проведеното в Глава 1 изследване са очертани следните по-важни изводи, които дават насока за работа в следващите глави:

1. В учебната програма по математика за средното училище са предвидени 8 часа на първо и 10 часа на второ равнище за раздела комбинаторика, в края на 10. клас. За това време трябва да се разгледат 7-8 урочни единици, да се разберат и усвоят понятията, свързани с тях, да се осмислят и запомнят няколко формули и да се решат разнообразни задачи с комбинаторен характер. Освен това този материал е последен за учебната година и няма нито време, нито други теми, в които той може да се затвърди. Предложените в учебниците задачи и решени примери са малко на брой и доста еднообразни по съдържание.

2. Не ни е известна литература в България, в която е дадена методика за изучаване на темата „Комбинаторика”. Не са правени изследвания, посветени на методиката за усвояване на различни методи за решаване на комбинаторни задачи.
3. Във всеки от трите раздела на Държавния зрелостен изпит по математика има задача от комбинаторен характер. Това показва, че комбинаторните задачи заемат около 10% от темата за изпита.
4. При решаване на задачи от аритметика, планиметрия, стереометрия, биология, химия, от социалната сфера и други се налага да се определи броят на елементите на някакво крайно множество. Това налага да се изведат правила и формули за пресмятане на този брой.
5. В резултат на анализа и обобщението по повод разглежданата тема считаме, че комбинаториката дава едно добро обединение на различни идеи в една задача, защото с нея се интерпретират редица въпроси по аритметика, геометрия, биология, химия и др.

ГЛАВА 2. Реализация на интегративните тенденции в комбинаториката

Интегративните тенденции са много динамични, с голяма мобилност, затова предполагат разнообразие от методи, чрез които да се реализират в образованието. Променят се познанията на учениците, **взаимоотношенията между предметните области и знания, променя се отношението между преподаване и учене и всичко това се нуждае от творческа, конструктивна мисъл на учителя.** Той трябва да съгласува всичко непринудено в процеса на обучение. **Няма универсални шаблони за прилагане на интеграционните тенденции.** Разнообразието от форми за тяхното осъществяване дава творческа свобода на учителя. Той трябва сам да прецени равнището, на което да реализира интегративните тенденции.

Въпросът за интегративните науки намира отговор в [1, с. 74] „В последно време се обособиха и така наречените интегративни науки наред с философията и математиката, които винаги са изпълнявали такава функция. Като пример за обща съвременна интегративна наука се посочва кибернетиката – наука за управлението. Щом математиката е в основата на интеграцията с другите науки, то и нейният раздел „Комбинаторика” ще се прояви като такава наука. Знанията, придобити в този раздел, имат осезаемо влияние върху различни страни на човешката дейност. Те са знания с висока степен на преносимост и дават възможност да се решават много нестандартни задачи и влияят силно върху творческото и логическото мислене на учениците.

В Глава 2 първо са разгледани **вътрешнодисциплинните интегративни тенденции.** Те решават редица въпроси от аритметиката, алгебрата, планиметрията, стереометрия, теорията на вероятностите. След това преминаваме към **междудисциплинните връзки,** които са една необходима форма за реализация на интегративните тенденции. Тези връзки възникват между две или повече сродни дисциплини и дават конкретни пътища за реализация на интеграционните процеси. „Взаимодействието между дейността, знанията, уменията и навиците в различните предметни области води до възникването и формирането на цялостната представа за действителността” [1, с. 84].

Интегративните тенденции в обучението изпълняват важни и многообразни функции както при реализирането на самия процес, така и в развитието на учениците.

Интегразивните процеси имат разнообразни цели, но крайната им цел е да се достигнат частнонаучни теоретични знания. В този смисъл интеграцията се осъществява с вътрешнопредметни и междупредметни взаимодействия.

На този етап е трудно да се определи съответствие между интегразивни тенденции от една страна и нивото на познавателна дейност от друга. Границите на това съответствие са неопределени. Тези граници се определят, като се има предвид психическото, физическото, научното и социалното равнище на учениците и е отговорност на преподавателя им.

В параграф 2.1 „Комбинаториката в аритметични задачи” ние разглеждаме интеграцията на комбинаториката в аритметиката. В този параграф задачите са обособени в три групи по начина на тяхното решаване. Обърнали сме особено внимание на правилото за произведение на възможности.

I група: Аритметични задачи и правилото за умножение на възможности

II група: Задачи за намиране на многоцифрени числа с използване на свойствата на съединения без повторения

III група: Задачи от делимост на числата, които се решават с използване на биномната формула на Нютон

В този параграф са решени 36 комбинаторни задачи с аритметичен характер и е разработена методика за решаването им.

Параграф 2.2 „Комбинаторика в помощ на геометрията”

Геометричните задачи, при решаването на които се използва комбинаторика, сме обособили в следните седем групи:

I група: Определяне броя на отсечки, съставени от даден брой точки и обратно.

II група: Определяне броя на правите по дадени краен брой точки, за които може да има наложени различни допълнителни условия

III група: Определяне броя на пресечните точки на дадени прави или отсечки

IV група: Намиране на пресечни точки с използване на правилото за намиране на произведение от възможности

V група: Определяне броя триъгълници с върхове в даден брой точки, за които има наложени условия.

VI група: Определяне броя на четириъгълници с върхове даден брой точки, за които има поставено изискване

VII група: Определяне броя на равнините през дадени точка или права

Разгледани са и са решени 42 комбинаторни задачи с геометричен характер. Дадена е методика за решаване, направени са изводи.

Предложените седем групи задачи са практически ориентирани към нуждите за пълноценна подготовка на учениците. Следвайки логиката в подредбата на задачите и тяхното многообразие, се създават условия учениците самостоятелно да разширят равнището на своите компетентности.

В параграф 2.3 „Теория на вероятностите и комбинаторика” е разгледана вътрешнопредметната (интрадисциплинарната) интеграция на комбинаториката в теория на вероятностите. Ограничили сме се в приложението на комбинаториката за пресмятане на вероятност P (класическа вероятност) за настъпване при даден опит на едно събитие A :

$$P(A) = \frac{m}{n}, \text{ където } m \text{ е броят на благоприятните случаи, а } n \text{ – броят на възможните случаи.}$$

В някои от задачите вероятността да настъпи дадено събитие може да се пресметне директно, използвайки данните от задачата. В по-голямата част от задачите за определяне на вероятност на дадено събитие броят на благоприятните и всевъзможните случаи не може да се намери директно. Налага се тяхното намиране да се извърши с комбинаторни подходи. В този параграф сме систематизирали и решили с пълна обосновка 19 задачи от Държавен зрелостен изпит по математика (2008 г. - 2012 г.).

Можем да отбележим, че разглежданията в предходните два параграфа подготвиха учениците за решаване на задачи за пресмятане на вероятност за настъпване на дадено събитие.

Параграф 2.4 „Междупредметни връзки”

Връзката на математиката (в частност на комбинаториката) с другите учебни предмети е форма на връзка на теорията с практиката. За да е пълноценна тази връзка, трябва учителят по математика да е на ниво да ползва знанията от другите учебни дисциплини.

За сметка на **междупредметните връзки не трябва да се допуска:**

- снижаване на научността на учебния материал, а обратно да се дава по-голяма научност на изложението;
- разноезичие при използване на понятия, символика, закономерности;
- използване на изкуствени примери;
- затормозяване на познавателните процеси и активността на учениците с натрупване на много факти и явления.

Интегразивните тенденции и процеси играят ролята на свързващо звено между логиката на научните знания и нуждите на изучаваните учебни дисциплини. **Интегразивната дейност е отворена, актуална и поощряваща индивидуалността** и свободата на учениците, техния избор и откривателство. Взаимодействието между дейността, знанията, уменията и навичите, придобити в различни предметни области, води до възникването и формирането на цялостна представа за заобикалящата ни действителност. Използването на определени знания от една дисциплина в друга като средство за разбиране и усвояване на определени процеси и инструментариум за решаване на конкретни задачи дава възможност децата да анализират сложни явления и да правят правилни логически изводи.

Хоризонталната интеграция има значение за реализирането на по-действена връзка с предметните области на знанието и действителността.

В параграф 2.4 се спираме на приложението на познанията на учениците, придобити в раздел комбинаторика, за решаване на задачи по биология, химия и изобразително изкуство. Задачите в този параграф сме обособили в следните три групи:

I. Приложение на познанията по комбинаторика в биологията

II. Приложение на познанията по комбинаторика в химията

III. Приложение на познанията по комбинаторика в изобразителното изкуство

От много време комбинаториката се използва като метод на организиране и структуриране на материята в определени форми. Често тя се разглежда и като художествено изразно средство, свързано с материално-конструктивната основа. Комбинаториката се приема като критерий за оценка на отношението към конструкцията и начина на строеж. Ясна е връзката между комбинаториката и естетиката на формообразуването, комбинаториката и красотата. Нейна основна цел е да определи степента на художествен израз на конструкцията и в

същото време да бъде механизъм, който регулира формата и съдържанието на дизайнерската творба [37].

Структурната комбинаторика [21] е учебна дисциплина в 8. клас на ССХУ по приложни изкуства. Тя е метод за запознаване с общите закономерности в строежа на формите при изграждането на художествената среда, дава знания и практически умения, необходими за художественото проектиране.

В процеса на разработка на предложения дисертационен труд бяха проведени редица разговори и обмяна на опит с колеги по биология, химия и изобразително изкуство. Ползата беше за всички учители, но най-вече за учениците. Децата видяха в действителност приложенията на знанията и уменията, които са придобили в часовете по математика, решавайки комбинаторни задачи. Всички се докоснаха до случаи, при които чрез комбинаториката се улеснява достигането до правилен отговор. Учениците сами се убедиха в преноса на знания от една дисциплина в друга и видяха на практика прилагането на математически знания по други учебни дисциплини.

Параграф 2.5 „Междусистемна интеграция на комбинаториката”

Една от функциите на интергративните тенденции в обучението е **психологическата**. Тя предполага организиране и структуриране на учебното съдържание повече на психологическа, отколкото на логическа основа. **При тази функция на преден план излизат нуждите, интересите, любопитството и активността на учениците.** Психологическата функция се свързва с конкретния опит и практическите ситуации на всекидневието, пренебрегват се научните абстракции, поощрява се собственият начин на мислене. Стреми се да се стимулира интересът. Психологическата функция поставя ударението върху конкретното, а не върху абстрактното, върху научаването на учениците сами да учат и да изграждат навици. [1, с. 92]

Социалната функция осигурява комплексни междудисциплинарни подходи към определени явления [1, с. 95]. **С тези две функции се осигурява връзката на обучението с живота и с важни дялове от социалната действителност.**

Получените знания в раздела комбинаторика трябва да се реализират с разглеждане на задачи от ежедневието. Полезното знание се научава най-добре, като се използва и прилага в най-разнообразни области на реалния живот, а не остава само на ниво познаване на факти.

Нито една теория не е в състояние да промени действителността, ако не се превърне в живо дело на хората, в практическа действителност. И най-добрите планове за преустройство на света остават само проект, ако те не се реализират.

Всеизвестно е, че теорията като дейност на човека възниква и се развива от нуждите на практиката. Затова **в обучението по математика практическите задачи са много ценни за учениците при условие, че те са свързани непосредствено с опита на ученика.** Освен това трябва да се има предвид, че в многообразните форми на практическа дейност се прилагат теоретични знания и по този начин се проверява тяхната правилност. Практиката като критерий на истината е тясно свързана с приложението на теоретични знания в практическата дейност на хората. Можем да кажем, че правилно приложено дадено знание води до успех при овладяване на реалната действителност, то потвърждава неговата ценност.

Необходимостта от практическо приложение на придобитите от учениците знания в процесите на заобикалящата ни действителност е важно, защото при всяко приложение на теоретически знания възникват въпроси, които изискват от теорията нови търсения.

Процесът на връзка между математическата теория и задачите от определена област на заобикалящия ни свят, които се решават със средствата на тази теория, може да се изобрази с помощта на следната блок-схема 2 [33, с. 123].

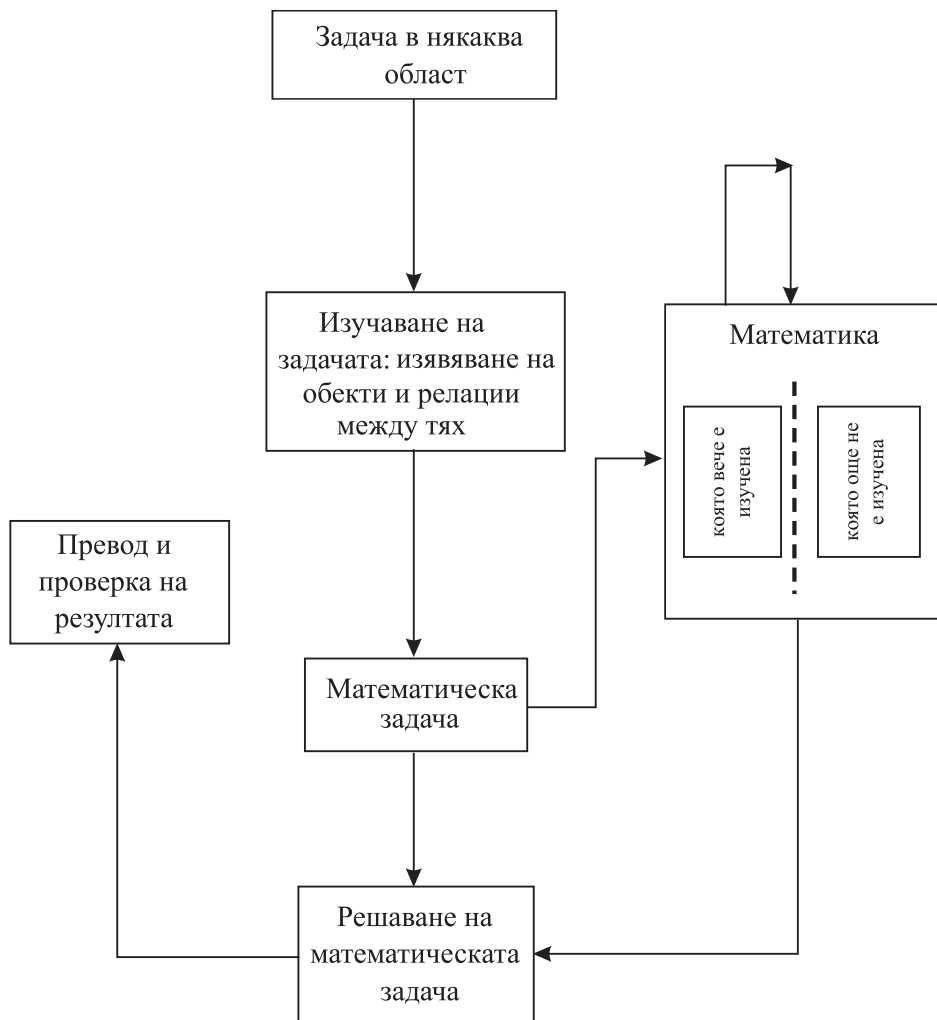


Схема 2

На схемата се вижда как пунктираната „граница“ между вече познатото, осмислено, изучено в математиката и още непознатото, неизвестно, неизучено в тази дисциплина се премества. По този начин се разширява областта на теоретичните знания под въздействието на потребностите на заобикалящия ни свят при решаване на задачи, породени от него.

С разглежданията в параграф 2.5 показваме възможностите на комбинаториката за решаване на многообразни задачи в различни области на човешката дейност. Разделили сме задачите в шест групи.

I вид. Задачи със спортна насоченост

II вид. Задачи с междуличностни избори

III вид. Задачи от социалната сфера

IV вид. Задачи с транспортни вариации

V вид. Задачи от сферата на хазартните игри

VI вид. Задачи за придвижване и подреждане на хора

С предложените шест групи от задачи на учениците се показва, **че математиката е средство за изучаване на реални ситуации от живота** и въвеждането на понятия и модели способстват за използването им по други предмети и практически дейности на хората.

По този начин се осъществяват и постигат основните цели на обучението по математика, но също така се постигат и общообразователните цели на обучение и възпитание.

Изводи от Глава 2:

1. Решени са 143 комбинаторни задачи. Разработена е методика на решаване. Направени са логически изводи и са дадени алгоритми за решаване.
2. Задачите са разделени по групи, според математическата дисциплина към която се отнася математическото съдържание на задачата.
3. Интегрират се комбинаторни знания в знания по други теми от математиката и в други учебни дисциплини.
4. Учениците ясно осъзнават, че **характерна черта на математиката е нейната универсалност** и общност на методи и подходи.
5. Формирани са и са систематизирани задачи, свързани с вътрешнопредметни връзки на комбинаториката, с междупредметните и междусистемните ѝ връзки.
6. Изградена е методика за решаване на задачи с комбинаторен характер. Систематизирани са известните и са разработени нови методи и средства за решаване на задачи по комбинаторика.

Глава 3 е озаглавена „**Резултати от проведено експериментално изследване**”. Състои се от три параграфа.

Параграф 3.1 е „**Организация и варианти за провеждане на експеримента**”

За изясняване на основните направления, по които протече изследването, ще посочим, че те са осъществени чрез теоретично проучване на проблема, анализ на учебната документация и педагогически опит по отношение на възможностите за интегриране на математиката с други знания от масовата практика; изграждане концепция за изследване; провеждане на педагогически експеримент.

В хода на изследването е използван комплекс от методи за събиране на емпиричен материал (теоретичен анализ, проучване на педагогически опит, отразено в Глава 1), за обработка на емпиричен материал (математико – статистически анализ, качествен и количествен анализ на емпиричните данни).

В хода на изследователската дейност важно място зае организацията и провеждането на емпирическият експеримент. Определени са етапите му като през първия етап (констативния експеримент) се установи равнището на комбинаторните знания и умения от 6. клас и горен курс. Направени бяха анализи и изводи, в резултат на които се създаде от нас технологичният модел за изучаване на комбинаториката в 6. клас и 10.-11. клас.

Целта на предварителния експеримент е да се апробира и установи качеството и ефективността на първоначално разработения експеримент. На този етап беше изключително важно да установим достъпността и значимостта на експерименталното съдържание за учениците.

Третият етап има най-важно значение. Той обхваща провеждането на основния експеримент и отчитането и реализирането на получените резултати въз основа на приетите критерии и показатели. Целта на този експеримент бе да се провери продуктивността на усвояния технологичен модел. Моделът бе приложен при ученици от различни училища в различни градове (виж Таблица 1). Експериментът се проведе в два варианта. Вариант А – в него се използва традиционното обучение. При този вариант се придържахме към съдържанието на учебника и допълвахме със задачи от някои теми от Вариант Б. Във връзка с това бяха определени темите и тяхното учебно съдържание за обучение на ученици от КГ. Вариант Б е предназначен за ученици, които проявяват интерес към математиката, но и имат повече часове по математика. За 6 клас – ЗИП математика, за 10. -11. клас – профилирано обучение.

Таблица 1

Експеримент	Учебна година	Град, училище, клас	Брой ученици	Варианти	Инструментариум
Констативен	2009/2010	6 клас ОУ „Васил Левски”, ОУ „Душо Хаджидеков”, СОУ „Св. Патриарх Евтимий”, СОУ „Никола Вапцаров”, СОУ „Софроний Врачански” – Пловдив ОУ „Никола Вапцаров” – Асеновград	160		Анкета (интервюта)
		10-11 клас ОМГ ”Акад. Кирил Попов” – Пловдив ПМГ „Акад. Боян Петканчин” – Хасково	134		
Предварителен	2010/2011	6 клас ОУ „Васил Левски”, ОУ „Душо Хаджидеков”, СОУ „Св. Патриарх Евтимий”, СОУ „Никола Вапцаров”, СОУ „Софроний Врачански” – Пловдив ОУ „Никола Вапцаров” – Асеновград	160	А, Б	Измерване на интеграцията
		10-11 клас ОМГ ”Акад. Кирил Попов” – Пловдив ПМГ „Акад. Боян Петканчин” – Хасково	134		

Основен	2011/2012	б клас ОУ „Васил Левски”, ОУ „Душо Хаджидеков”, СОУ „Св. Патриарх Евтимий”, СОУ „Никола Вапцаров”, СОУ „Софроний Врачански” – Пловдив ОУ „Никола Вапцаров” – Асеновград	160	А, Б	Тест за входно ниво Заклучителен тест
		10-11 клас ОМГ ”Акад. Кирил Попов” – Пловдив ПМГ „Акад.Боян Петканчин” – Хасково	134		

Този технологичен вариант включва в съдържанието определена теория по разглежданите теми и поставя акцент върху идеите за решаване на комбинаторни задачи съобразно подготовката на учениците.

Темите, които бяха определени за този вариант, са следните:

Тема 1. Намиране броя на определени фигури по даден чертеж

Тема 2. Намиране броя на отсечки, прави, многоъгълници по даден брой точки и намиране на пресечни точки на прави и отсечки

Тема 3. Построяване на дървото на възможностите за ситуации от живота

Тема 4. Приложение на правилата за умножение и събиране на възможности в житейски задачи

Тема 5. Определяне броя на k -цифрените числа с и без повтарящи се цифри, записани с всичките дадени k цифри

Тема 6. Намиране броя на k -цифрени числа с и без повтарящи се цифри, от n на брой дадени цифри, където $n > k$

Тема 7. Намиране броя на делителите на многоцифрено число

Тема 8. Комбинаторика за решаване на планиметрични задачи

Тема 9. Общи задачи с използване на пермутации, комбинации и вариации без повторения

Задачите, които сме избрали да участват в темите от 1 до 7, са предназначени за ученици от 6. клас – Вариант Б. Задачите от Тема 5 до Тема 9 са предназначени за ученици от горен курс - Вариант Б. Имаме общи теми (Тема 5, Тема 6, Тема 7), които са както за ученици от 6. клас, така и за ученици от 10. -11. клас. Общите теми обаче са разгледани с учениците от горен курс със съответното надграждане и допълнителни задачи от параграф 2.1 на Глава 2.

За отчитане резултатите от експеримента възприехме широко използваната когнитивна таксономия и категориите - възприемане и определяне на ценността на извършената дейност от таксономията на ефективните цели на Блум и сътрудници. Резултатите от изследването са анализирани и интерпретирани по представените критерии, показатели и параметри за отчитането им (Таблица 2).

За измерване постиженията на учениците от 6. клас и 10.-11 клас по критерии когнитивни постижения на учениците отчитаме съответно:

- ★ по показател знание - терминологичните знания;
- ★ по показател разбиране - способността на ученика да разкрива същността на наученото или формиране представи за комбинаториката;

- ★ по показател приложение - установяване умения на учениците да използват своите знания за понятия, правила, идеи и други в новия контекст при решаване на задачи и проблеми, свързани с приложение в практиката, живота и другите науки;
- ★ по показател анализ - констатираме умения на учениците да откриват съставните части на цялото, определена връзка или зависимост;
- ★ по показател синтез - умения на ученика да съставя план за дейност като обедини и подреди необходимите елементи за създаване на субективно нов продукт;
- ★ по показател оценка - умения на учениците да оценят конкретна ситуация в зависимост от конкретна цел и да вземат решения.

Показател оценка има особено значение в настоящото изследване, тъй като чрез него констатираме формирането на основополагащите умения в сферата на комбинаториката.

За отчитане на критерия „отношение към извършената дейност” от съществено значение е показателят „възприемане на извършената дейност”, тъй като чрез него установяваме готовността на учениците да се запознаят и занимават с комбинаторика. Като инструментариум използвахме тестовете. Тестът за входно ниво ни служи за изравняване на групите, участващи в експеримента, а чрез заключителния тест се диагностицират крайните резултати на експеримента. Резултатите са необходими за математико- статистически и корелационен анализ.

Таблица 2

Критерии, показатели, инструментариум и параметри за отчитане на резултатите от обучението			
Критерии	Показатели	Инструментариум	Параметри
Когнитивни постижения на учениците	1.Знания 2.Разбиране 3.Приложение 4.Анализ 5.Синтез 6.Оценка	Тест за входно ниво	1.Количествена оценка от 2 до 6, поставена на базата на получения брой точки 2.Количествен и качествен анализ 3.Статистически анализ 4.Корелационен анализ
Отношение към извършената дейност	1.Възприемане на извършената дейност 2.Определяне на ценността на извършената дейност	Заключителен тест	1.Количествен и качествен анализ 2.Статистически анализ

Параграф 3.2 е „Резултати от експериментално изследване с ученици от 6. клас”

В сега действащите учебници по математика за учениците от тази възраст (за разлика от предходните учебници) се появиха отделни задачи от този вид. Те са предложени като занимателни задачи към различни теми от учебниците. За учениците е

трудно да се справят с този вид задачи, защото в подготовката им липсва **целенасочено обучение по решаването на задачи от комбинаторен характер**. Естествено е, че тези задачи трябва да са съобразени с техните възрастови особености, със знанията, които притежават по математика, и уменията им за пренос на тези знания в други области на науката и живота. Затова ние се насочихме към обучението на ученици от 6. клас. Ще отбележим още, че в началото на календарната 2012 г. в учебно-изпитната програма по математика за прием на ученици след завършен 7. клас за учебната 2012-2013 година в раздела „Логически знания. Моделиране” е необходимо учениците да познават **правилата за събиране и умножение на възможности при преброяване в конкретни ситуации**. Това ни даде увереност в започналото изследване за обучение на ученици от 6. клас по придобиване на знания и умения за решаване на задачи от комбинаторен характер, което дава възможност за по-голямо разнообразие на теми и задачи.

Основният експеримент обхваща обучението на учениците през периода 2011-2012 година.

Разработката е направена в два варианта – единият за КГ, чието обучение е в рамките на задължителните учебни помагала, а другият – за ЕГ, за които е разработен специален модел за обучение – технологичен вариант Б, включващ темите от 1 до 7, разработени в параграф 3.1.

За учениците от КГ не са предвидени часове по ЗИП математика. С тях са решени всички задачи с комбинаторен характер от учебниците и някои от задачите на теми от 1 до 7 в параграф 3.1 в края на часовете по математика. Дадени са им правилата за умножение и събиране на възможности. Не са поставени задачи за домашна работа.

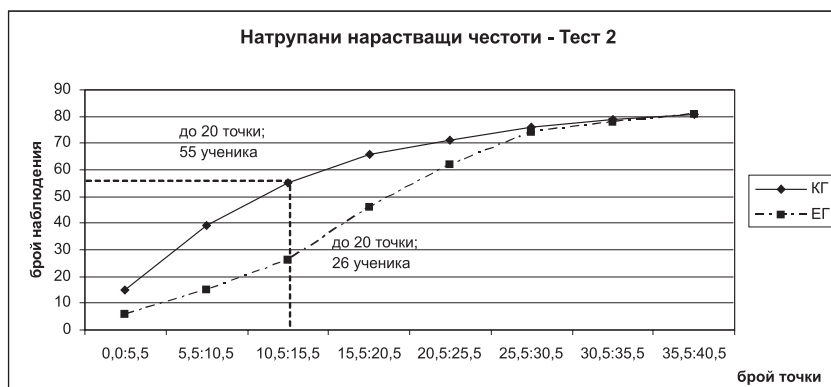
Първият тест е проведен в началото на експеримента за установяване на входното равнище на учениците, включени в изследването. Учениците от всеки клас бяха разделени на две групи и работеха по равностойни варианти, за да се осигури по-голяма самостоятелност. Всеки от тестовете съдържа по четири задачи, базирани на таксономията на Блум. Задачите са така подбрани, че да разкриват постиженията по отношение на знания, разбиране и приложение на конкретното учебно съдържание. За решаване на задачите от **Тест 1** бе отделен един учебен час. Всяка от задачите се оценяваше с по 10 точки при пълно и вярно описание на решението. Крайната оценка се получава по формулата $k = 2 + 0,1n$, където n е броят на получените точки. Ако е допусната техническа грешка, но са проведени верни разсъждения, които водят до решение, се отнема една точка.

Анализ на резултатите от Тест 2

След проведеното обучение през периода 2011–2012 година с двете групи (ЕГ и КГ) отново проверихме техните знания и умения за решаване на задачи от комбинаторен характер. Проверката бе осъществена с помощта на Тест 2, в който отново бяха включени четири задачи. Резултатите от теста и обобщените резултати са представени в Таблица 3. В тази таблица, освен честотите на срещане на определен резултат, са дадени и натрупаните нарастващи честоти. Веднага се откроява различието в резултатите от Тест 2 след проведеното обучение за решаване на задачи с комбинаторен характер: 68% от учениците от КГ имат до 15 точки, докато този резултат имат само 32% от учениците от ЕГ. Това ясно се вижда и от построената линейна диаграма на базата на натрупаните нарастващи честоти (Фигура 1).

Таблица 3

интервал	КГ			ЕГ		
	честота	натрупани честоти	отн. честота	честота	натрупани честоти	отн. честота
0,0:5,5	15	15	0.1852	6	6	0.0741
5,5:10,5	24	39	0.4815	9	15	0.1852
10,5:15,5	16	55	0.6790	11	26	0.3210
15,5:20,5	11	66	0.8148	20	46	0.5679
20,5:25,5	5	71	0.8765	16	62	0.7654
25,5:30,5	5	76	0.9383	12	74	0.9136
30,5:35,5	3	79	0.9753	4	78	0.9630
35,5:40,5	2	81	1.0000	3	81	1.0000



Фигура 1

Отново бе извършен допълнителен анализ, като стойностите на основните статистически величини са представени в Таблица 4.

Таблица 4

Групи	Група 1 (КГ)	Група 2 (ЕГ)
Асиметрия Sk^*	0,770	-0,082
Ексцес Ku^*	0,255	-0,383
Стандартно отклонение s	9,255	9,061

Най-често срещани грешки в решението на задачите от Тест 2 са следните:

1. Голяма част от учениците не са разложили вярно на прости множителни числата от задача 4 (за двете групи). В разложението участват двуцифрените прости множители 11, 13, 17, което ги е затруднило. Освен това в дадените числа има много нули, с които не са се справили успешно.

2. В задача 2 на втора група са събирали вместо да умножават получените възможности.

3. За задача 2 на първа група са правили опити да изпишат търсените трицифрени числа и не са успели. Не са разбрали как да приложат правилото на умножение на възможности

4. Голяма част от учениците не умеят да изписват пълни и цялостни обяснения на решенията, а са записали само числови изрази, които дават търсения резултат.

Въз основа на направения количествен и качествен анализ на резултатите от проведеното изследване можем да направим извода, че **разработеният модел за формиране на комбинаторни компетентности е постигнал целта си**. Голяма част от учениците вече могат да описват и изчерпват всички възможности в конкретна ситуация.

Параграф 3.3 „Организиране и провеждане на експериментално изследване с ученици от горен курс”

Разработената система от задачи в глава 2 показва широкото използване на комбинаториката за решаване на различни видове задачи от аритметиката, алгебрата, планиметрията, стереометрията, теорията на вероятностите, биологията, химията, изобразителното изкуство, бита и др.

За учениците, които се обучават по второ равнище, експериментът се проведе по Вариант Б, включващ пет теми, разработени в 3.1.

В разработените пет теми (Тема 5, Тема 6, Тема 7, Тема 8 и Тема 9 в параграф 3.1) за учениците от 10.-11. клас първите три са посветени на правилата за сбор и произведение на възможности. Показано е тяхното приложение при решаване на задачи за намиране броя на многоцифрени числа без и с повтарящи се цифри и определяне на броя на всички делители на едно многоцифрено число.

Ако някое от правилата може да се замени с броеве на пермутации или вариации, това е отработено с учениците. В Тема 8 са разгледани разнообразни планиметрични задачи и са изложени различни съображения за тяхното решаване. В Тема 9 са разгледани задачи, в които се налага да се умножат помежду си комбинации, вариации и пермутации. Това са задачите, които определено затрудниха голяма част от учениците.

Една част от учащите (от ЕГ) търсиха самостоятелно допълнителни задачи от комбинаторен характер в конкурсите на ВУ от последните години и в изучените до този момент варианти на ДЗИ.

Двама ученици работиха в група. Чрез интернет и от книжни носители събираха, решаваха сами и търсеха консултация и в резултат на всичко това те разработиха реферат на тема **„Преброяване на триъгълници”**, който докладваха в училище и представиха за ученическата секция на 42 Пролетна конференция на СМБ.

Сега ще преминем към анализ на получените резултати от входното ниво на учениците, т.е. на Тест 1. Той се проведе в края на юни 2011 г., когато те бяха в 10. клас. Учениците, участващи в експеримента, бяха разделени на две подгрупи, за да се осигури по-голяма самостоятелност в работата им.

При провеждането на експеримента и в двете подгрупи са спазени следните условия:

- 1) Времето за провеждане на теста е един астрономически час, т.е. спазено е условието за еднаквост на времето;

- 2) Максималният брой точки при тестовете е 40. Оценката се пресмята по формулата $k = 2 + 0,1n$, където n е броят на получените точки;
- 3) За двете групи всяка от задачите се оценява с едни и същи точки, като се следи за точно и пълно описване на решението;
- 4) Ако ученикът е разсъждавал вярно и е дал обосновка на решението, но е допуснал грешка от изчислителен характер, то резултатът се намалява с една точка.

Резултатите, получени от учениците в отделните училища на Тест 1, са отчетени персонално. Тези данни показват, че резултатите в двете групи – ЕГ и КГ не се различават съществено. В изследването за оценяване на учениците се прилага точковата система. Постигнатите резултати имат числова характеристика по шестобалната система.

Извършваме проверка за нормалното разпределение на съвкупностите на двете групи (КГ и ЕГ). За целта първо изработваме таблица на честотите за резултатите от Тест 1 (Таблица 5), която отразява брой появявания на един и същ общ брой точки, получен от учениците.

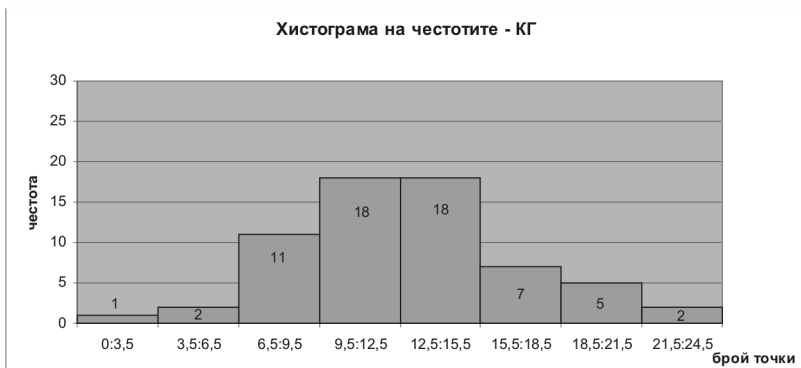
Таблица 5

Таблица на честотите - Тест 1, 10. клас																							
брой точки	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
КГ	1	0	0	0	0	2	0	3	3	5	6	4	8	5	3	10	2	0	5	0	4	1	2
ЕГ	0	0	0	0	0	0	1	0	1	6	13	4	7	5	3	9	1	1	5	0	12	1	1

Базирайки се на Таблица 6 за честотата на срещане на определено измерване за резултатите от Тест 1 на учениците от КГ, построяваме хистограма (с дължина на интервалите три единици), от която могат да се направят следните заключения (Фигура 2): най-много стойности има в интервалите (9,5 : 12,5) и (12,5 : 15,5), т. е. най-много ученици имат резултат от 10 до 15 точки при този тест, което съставлява 56% от всички тествани ученици; до 10 точки имат 20% от учениците.

Таблица 6

КГ				
	честота	относителна честота	натрупани честоти	относителна честота
0:3,5	1	0.0156	1	0.0156
3,5:6,5	2	0.0313	3	0.0469
6,5:9,5	11	0.1719	14	0.2188
9,5:12,5	18	0.2813	32	0.5000
12,5:15,5	18	0.2813	50	0.7813
15,5:18,5	7	0.1094	57	0.8906
18,5:21,5	5	0.0781	62	0.9688
21,5:24,5	2	0.0313	64	1.0000



Фигура 2

Анализ на резултатите от Тест 2

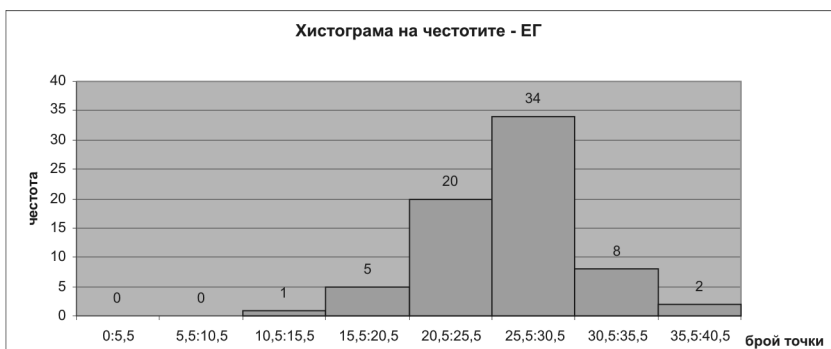
След проведеното обучение в 10. клас през периода 2010–2012 година с двете групи отново проверихме техните знания и умения за решаване на задачи от комбинаторен характер. Проверката бе осъществена с помощта на Тест 2. Обобщените резултати от теста са представени в Таблица 7, като интервалите разглеждаме с дължина 5 единици. Откроява се различието в резултатите от Тест 2 след проведеното обучение за решаване на задачи с комбинаторен характер в 10. клас: докато в КГ най-високият резултат е в интервал (20,5 : 25,5), то в ЕГ има резултати в интервала (35,5 : 40,5). Това ясно личи и от построените хистограми на базата на честотата на срещане на отделните измервания за резултатите от Тест 2 (Фигура 3 и Фигура 4):

Таблица 7

интервал	КГ				ЕГ			
	честота	относителна честота	нагрупани честоти	относителна честота	честота	относителна честота	нагрупани честоти	относителна честота
0:5,5	1	0.0156	1	0.0156	0	0.0000	0	0.0000
5,5:10,5	15	0.2344	16	0.2500	0	0.0000	0	0.0000
10,5:15,5	24	0.3750	40	0.6250	1	0.0143	1	0.0143
15,5:20,5	17	0.2656	57	0.8906	5	0.0714	6	0.0857
20,5:25,5	7	0.1094	64	1.0000	20	0.2857	26	0.3714
25,5:30,5		0.0000	64	1.0000	34	0.4857	60	0.8571
30,5:35,5		0.0000	64	1.0000	8	0.1143	68	0.9714
35,5:40,5		0.0000	64	1.0000	2	0.0286	70	1.0000



Фигура 3



Фигура 4

Отново бе извършен допълнителен анализ, като стойностите на основните статистически величини са представени в Таблица 8.

Таблица 8

	КГ	ЕГ
Максимален брой точки	40	40
Среден брой точки	14.00	26.37
Дисперсия	22.127	21.599
Стандартно отклонение	4.704	4.647
Коефициент на асиметрия Sk^*	-0.082	-0.136
Коефициент на ексцес Ku^*	0.110	-0.059

Най-често допуснатите грешки в решението на задачите от Тест 1 са следните:

1. Учениците могат да пресмятат P_n , C_n^k , V_n^k при конкретни стойности на n и k и се затрудняват в задача 3 (първа група) и задача 2 (втора група). Там трябваше да преработят $V_x^2 \cdot C_x^{x-1}$ и $\frac{P_{x+2}}{P_3 \cdot V_{x-1}^{x-4}}$.

Една голяма част от тях не се справиха с намирането на C_x^{x-1} и V_{x-1}^{x-4} . Други не са опростили вярно получените резултати.

2. В задача 5 на първа група някои са умножили вместо да събират възможностите.

3. В задача 7 на първа група не са дали верни и точни обяснения.

4. Малко ученици са решили задача 9 на първа група.

5. В задача 7 на втора група са пресмятали V_{53}^{13} , а не C_{53}^{13} .

За резултатите от тест 2 можем да отбележим следните слабости:

1. Малка част от учениците са сгрешили на задача 9 от първа и втора група – разглеждали са вместо вариация от 5 елемента от 3-ти клас, комбинация от 5 елемента от 3-ти клас.

2. Една част от учениците не са описали пълно и обосновано задача 12 и на двете групи.

Заклучение: Организираното обучение на учениците от ЕГ допринесе за формирането у тях на умения за разпознаване на задачите от комбинации и вариации, които много често те смесваха. Освен това правилата за умножение и събиране на възможности бяха разбрани и прилагани правилно от повечето от обучаваните ученици.

Много от отбелязаните след Тест 1 грешки вече са преодоленни.

Въз основа на направения количествен и качествен анализ на получените при изследването резултати можем да кажем определено, че **разработената от нас система от задачи работи**. Хипотезата на изследването е потвърдена и поставените цели са изпълнени.

Изводи от ГЛАВА 3

1. Констатациите от Тест 1 ни дават основание за предлагане на разработването на една система от задачи, чрез които ще се подпомогнат учениците по изучаване на комбинаториката и ще се отстранят констатираните недостатъци. Разработените от нас помагала [27] и [28] създават условия за провеждането на една качествена пропедевтика за обучението по комбинаторика.

2. Разработените варианти на обучение, по които се проведе експеримента с ученици от 6. клас и 10.-11. клас, позволяват да бъдат реално открити техните предимства и недостатъци.

3. Чрез обучението по Вариант Б се констатира, че придобитите знания и действията на обучаваните са по-осъзнати относно избора на идеята за решаване на задачи от комбинаторика.

4. Обучението по Вариант Б обогатява опита на учениците за решаване на задачи от комбинаторика. В значителна степен са формирани умения за адекватно комбинаторно мислене. Те са много по-сигурни в съдържанието на комбинаторните понятия, по-пълно ги разбират, не се затрудняват при използването им.

5. Учениците, обучавани по Вариант Б, в резултат на по-задълбоченото усвояване на знанията, проявяват и творческа активност. След проучване на литературни източници и Интернет, учениците разработиха курсови работи по темата, сами съставяха задачи към някои от темите.

6. При обучението по Вариант А (характерен за традиционното обучение) учениците се ръководиха предимно от схемата „опит-грешка”.

ПРЕПОРЪКИ И ПРЕДЛОЖЕНИЯ ЗА БЪДЕЩА РАБОТА

1. Да се допълни разработената система от тематично подбрани задачи от вътрешнопредметните, междупредметните и междусистемните връзки на комбинаториката.
2. Да се разнообразят идеите и средствата за решаване на задачи с комбинаторна насоченост.
 - ★ Разширяване на обхвата на ученици от различни възрастови групи, проявяващи интерес към темата.
 - ★ Подбор на теми, подходящи за разработка на проекти.
 - ★ Увеличаване на интереса у учениците да решават и да съставят задачи по темата.
3. Да се разработи тематично пособие с необходимите подходи за ученици от горен курс. В него да се включат задачи, за които се иска пълно и подробно описание и задачи, в които се съобщава само отговорът.

АПРОБАЦИЯ НА РЕЗУЛТАТИТЕ

Основните резултати от дисертационното изследване са апробирани в проведеното експериментално обучение с ученици от 6. клас и ученици от 10.-11. клас, а също и чрез докладване на редица конференции:

1. Международна научно практическа конференция „Ключовите компетенции в образованието - стратегии и практики”, 20-22 септември 2011 г., Тракийски университет, Стара Загора.
2. Научно-практическа конференция „Иновационни практики в образованието”, 8-10 декември 2011 г., Университетски център „Бачиново”, Благоевград.
3. 41 Пролетна конференция на СМБ, 9-12 април 2012 г., Боровец.
4. Българо – Унгарска научна конференция „Учене през целия живот - реалност и предизвикателства”, 6-8 юни 2012 г., Слънчев бряг.
5. Научно-практически форум „Иновации в обучението и познавателното развитие”, 29 – 31 август 2012 г., Бургас.
6. Юбилейна научна конференция с международно участие на тема „Традиции, посоки, предизвикателства”, 19-21 октомври 2012 г., Пловдивски университет „Паисий Хилендарски”, филиал Смолян.
7. Научна конференция с международно участие „МАТТЕХ 2012”, 22 – 24 ноември 2012 г., Шуменски университет „Еп. Константин Преславски”, Шумен.

АВТОРСКА СПРАВКА ЗА ПРИНОСИТЕ НА ДИСЕРТАЦИОННОТО ИЗСЛЕДВАНЕ

Основните приноси се свеждат до:

Научни:

- I. Разработена е система от тематично подбрани задачи, свързани с вътрешнопредметните, междупредметните и междусистемните връзки на комбинаториката.
- II. Обособени са идеите и средствата за решаване на задачи по комбинаторика с ученици от 6. клас и горен курс.

Научно – приложни:

- III. Разработен е Вариант Б за прилагане на правилата за сбор и произведение на възможности в конкретни ситуации при обучение на ученици от 6. клас.
- IV. Предложеният Вариант Б е разширен и обогатен във връзка с използването на формулите за пермутации, комбинации и вариации от ученици в 10.-11. клас.
- V. Изработени са критерии, показатели и инструментариум за отчитане на резултатите от обучението.

Връзки между приносите, задачите, мястото на описание в дисертационния труд и направените публикации.

Принос	Задачи	Параграф	Публикации
I	3	2.4; 2.5	27; 28
II	1.1;1.2;1.3	2.1; 2.2; 2,3	11; 29; 30
III	1	3.1	8; 9; 25
IV	2	3.1	10; 23
V	5;6	3.2; 3.3	3; 26

Благодарности

Изказвам най-сърдечна благодарност на научните си ръководители проф. д.п.н. Сава Иванов Гроздев и доц. д-р. Пенка Петрова Рангелова за съдействието и помощта при разработването на настоящата дисертация. Благодарна съм и на доц. д-р Румяна Маврова и доц. д-р Евгения Ангелова, които помогнаха и значително подобриха изложението на дисертационния труд.

ПУБЛИКАЦИИТЕ НА АВТОРА ПО ТЕМАТА НА ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД

1. Рангелова, П., Ю. Кръстева. Геометрични задачи и комбинаторика. Международна научно практическа конференция . Тракийски университет. Доклад и отпечатан на електронен носител. Стара Загора, 2011. ISBN 978-954-691-071-4.
2. Рангелова, П., Ю.Кръстева. Да започнем по-рано с комбинаторни задачи. Научно-практическа конференция Югозападен университет „Неофит Рилски”. Доклад. Иновационни практики в образованието. Университетско издателство „Неофит Рилски”, Благоевград, 2011, 192-198. ISBN 978-954-680-780-9.
3. Кръстева, Ю. Преброяване на пресечни точки на отсечки и прави. Математика и информатика. бр.1, София, 2012, 54-59. ISSN 1310-2230.
4. Рангелова, П., Ю. Кръстева. Преброяване на възможности за 5.- 6. клас. Математика плюс. бр.2. София, 2012, 17-20. ISSN 0861-8321.
5. Рангелова, П., Ю. Кръстева. Комбинаторни задачи и придобиване на ключови компетентности. Българо – Унгарска научна конференция „Учене през целия живот - реалност и предизвикателства”. АДО „Дунав”. Слънчев бряг, 2012, 98-104.
6. Кръстева, Ю., П. Рангелова. Някои приложения на комбинаториката, реализирани в един обобщаващ урок. Образование и технологии, бр.3, Бургас, 2012, 264-269. ISSN 1314-1791.
7. Рангелова, П., Ю. Кръстева. Решить проблемы и построить для нахождения числа чисел и их делителей. Матеріали міжнародної науково-методичної конференції. Частина 1, Суми, 2012, 80-81. ISBN 978-966-473-103-1.
8. Рангелова, П., Ю. Кръстева. Да се учим да броим възможности (1 част). Математика, бр. 5, 2012, 48-52. ISSN 0204-6881.
9. Рангелова, П., Ю. Кръстева. Да се учим да броим възможности (2 част). Математика, бр. 6, 2012, 24-27. ISSN 0204-6881.
10. Гроздев, С., П. Рангелова, Ю. Кръстева. Идеи за осъществяване на пропедвтиката по комбинаторика от 1. -7. клас. Юбилейна научна конференция с международно участие на тема „Традиции, посоки, предизвикателства”, Пловдивски унуверситет „Паисий Хилендарски”, филиал Смолян, 2013, 145-150. ISBN 978-954-8767-43-9.
11. Рангелова, П., Ю. Кръстева, Е. Ангелова. Едно изследване върху изучаването на комбинаторни задачи в 6. клас. Научна конференция с международно участие „МАТТЕХ 2012”, Шуменски университет „Еп. Константин Преславски”, Шумен. (Статията е приета за печат).

Издадени учебни пособия

12. Рангелова, П., Ю. Кръстева. Задачи за изброяване на възможности за ученици от 2.-4.клас. Архимед 2000 ЕООД. София, 2012. ISBN: 978-954-779-134-3.
13. Рангелова, П., Ю. Кръстева. Задачи за изброяване на възможности за ученици от 5.-7.клас. Архимед 2000 ЕООД. София, 2012. ISBN: 978-954-779-138-1.

Други дейности

14. Открит урок на тема „Комбинаторика” с ученици от 11. клас на ПМГ ”Акад. Боян Петканчин”, www.gio.escom.bg, Хасково, 7.05.2012 г.
15. Реферат на тема „Преброяване на триъгълници”. Разработен от Янко Николов Бахчеванов и Христо Владимиров Петров – ученици от 12^a клас на ПМГ „Акад. Боян Петканчин”, град Хасково. Изпратен за 42 Пролетна конференция на СМБ.

БИБЛИОГРАФИЯ

1. Андреев, М. Интегративни тенденции в обучението. Народна просвета. София, 1986.
2. Ганчев, И. Обучението по математика в системата на междупредметни връзки. Народна просвета. София, 1985г.
3. Гроздев, С., П. Рангелова, Ю. Кръстева. Идеи за осъществяване на пропедвтиката по комбинаторика от 1. -7. клас. Юбилейна научна конференция с международно участие на тема „Традиции, посоки, предизвикателства”, Пловдивски унуверситет „Паисий Хилендарски”, филиал Смолян, 2013, 145-150. ISBN 978-954-8767-43-9.
4. Додунеков, С. и др. Математика 10. клас (профилирана подготовка). Регалия. София, 2002. ISBN: 954-745-036-0.
5. Запрянов, З., М. Маринкова. Сборник от задачи и тестове по комбинаторика, вероятности и статистика. Труд. София, 2008г. ISBN 978-954-528-815-9.
6. Запрянов, З., Г. Ганчев, И. Георгиева. Математика за 10. клас (профилирана подготовка). Просвета. София, 2001. ISBN 954-01-1042-4.
7. Кожухарова, Г., Т. Кожухаров, К. Пашова. Ръководство по комбинаторика и теория на вероятностите. Регалия 6. София. 1999. ISBN 954-8147-79-3.
8. Кръстева, Ю., П. Рангелова. Комбинаторни задачи и придобиване на ключови компетентности. Сборник доклади „Учене през целия живот – реалност и предизвикателства”. Слънчев бряг, 2012, 98-104.
9. Кръстева, Ю., П. Рангелова. Някои приложения на комбинаториката, реализирани в един обобщаващ урок. Образование и технологии, бр.3, Бургас, 2012, 264-269. ISSN 1314-1791.
10. Кръстева, Ю. Преброяване на пресечни точки на отсечки и прави. Математика и информатика. бр.1, София, 2012, 54-59. ISSN 1310-2230.
11. Кръстева, Ю., П. Рангелова. Преброяване на възможности (подходящо за 5 и 6 клас) Математика плюс. бр.2, 2012, 17-20. ISSN 0861-8321.
12. Лозанов, Ч., Т. Витанов, П. Недевски. Математика 10. клас (профилирана подготовка) Анубис. София, 2008. ISBN 978-954-426-352-2.
13. Обрешков, Н., Р. Раденков, Алгебра за XI клас на общообразователните училища, Народна просвета. София, 1951.
14. Обрешков, Н., Р. Раденков, Алгебра за XI клас на общообразователните училища, Народна просвета. София, 1952.
15. Обрешков, Н., Р. Раденков, Алгебра за XI клас на общообразователните училища, Народна просвета. София, 1953.
16. Обрешков, Н., Р. Раденков, Алгебра за XI клас на общообразователните училища, Народна просвета. София, 1954.
17. Обрешков, Н., Р. Раденков, Алгебра за XI клас на общообразователните училища, Народна просвета. София, 1955.
18. Обрешков, Н., Р. Раденков, Алгебра за XI клас на общообразователните училища, Народна просвета. София, 1956.

19. Паскалев, Г., П. Пенчев. Задачи за подготовка за математически олимпиади. Народна просвета. София, 1983.
20. Паскалев, Г., З. Паскалева. Математика 10. клас (второ равнище). Архимед. София. 2001. ISBN 954-90761-2-1.
21. Райчев, Р. Комбинаторика. Учебник за 8. клас на ССХУ. Народна просвета, София, 1987. 01/9534316232/4785-100-87.
22. Райчев, Р. Структурна комбинаторика. Терзиев и синове ЕДЕМ -21, София, 1995. ISBN 954-541-017-5
23. Рангелова, П., Ю. Кръстева. Геометрични задачи и комбинаторика. Международна научно практическа конференция „Ключовите компетенции в образованието - стратегии и практики”. Тракийски университет. Доклад и отпечатано на електронен носител. Стара Загора, 2011. ISBN 978-954-691-071-4.
24. Рангелова, П., Ю. Кръстева. Да започнем по-рано с комбинаторни задачи. Научно - практическа конференция “Иновационни практики в образованието”. Университетско издателство „Неофит Рилски”. Благоевград, 2011, 192-198. ISBN 978-954-680-780-9.
25. Рангелова, П., Ю. Кръстева. Решить проблемы и построить для нахождения числа чисел и их делителей. Материали міжнародної науково-методичної конференції. Частина 1, Суми, 2012, 80-81, ISBN 978-966-473-103-1.
26. Рангелова, П., Ю. Кръстева, Е. Ангелова. Едно изследване върху изучаването на комбинаторни задачи в 6. клас. Научна конференция с международно участие „МАТТЕХ 2012”, Шуменски университет „Еп. Константин Преславски”, Шумен. (Статията е приета за печат).
27. Рангелова, П., Ю. Кръстева. Задачи за изброяване на възможности за ученици от 2.-4. клас. Архимед 2000 ЕООД. София, 2012. ISBN: 978-954-779-134-3.
28. Рангелова, П., Ю. Кръстева. Задачи за изброяване на възможности за ученици от 5.-7. клас. Архимед 2000 ЕООД. София, 2012. ISBN: 978-954-779-138-1.
29. Рангелова, П., Ю. Кръстева. Да се учим да броим възможности (1 част). Математика, бр.5, 2012, 48-52. ISSN 0204-6881.
30. Рангелова, П., Ю. Кръстева. Да се учим да броим възможности (2 част). Математика, бр.6, 2012, 24-27. ISSN 0201-6881.
31. Списание „Математика” бр.1.1965,с.11-12.
32. Списание „Математика” бр.2.1965,с.22-25.
33. Столяр, А. Педагогика на математиката. Народна просвета, София, 1976.
34. Холл, М. Комбинаторика, Москва, 1970.
35. Чуканов, В. Комбинаторика. Народна просвета, 1977.
36. Юбилеен сборник на физико-математическото дружество във София по случай 40-годишния му юбилей. София, 1939.
37. Интернет liternet.bg/publish19/v_minkova/index.html - за изобразително изкуство.