

Анотации на научните и учебните трудове

(съгласно чл. 65 (1) от ПРАСПУ)

на гл. ас. д-р Ива Руменова Докузова

катедра „Алгебра и геометрия”, Факултет по математика и информатика,
Пловдивски университет „Паисий Хилендарски”

за участие в конкурс за заемане на академичната длъжност „доцент“ по област на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика; професионално направление 4.5. Математика (Геометрия и топология)

За участие в конкурса са представени 15 научни публикации, една монография и 2 учебника. От научните публикации 9 са самостоятелни, 2 са с един съавтор и 4 са с двама съавтори, като 11 са в списания (8 в чужбина) и 4 са в трудове на научни конференции. Три от публикациите са с имакт фактор (общ импакт фактор JCR:2,276), 6 публикации са с SJR, 7 публикации са индексирани в Web of Science и/или Scopus, 10 публикации са в индексирани в Zentralblatt Math и/или MathSciNet (AMS).

Научни публикации:

1. I. Dokuzova, ***Some properties of one connection on spaces with an almost product structure***, Journal of the Technical University at Plovdiv. Fundamental Sciences and Applications, Series A: Pure and Applied Mathematics (2005-2006), vol. 11, 21--27, ISSN: 1310-8271.

<http://www.tu-plovdiv.bg/content/files/JTU.11+ 97.pdf>

Някои свойства на една свързаност в пространства със структура на почти произведение

Резюме. Разглеждаме риманово многообразие със структура на почти произведение J и метрика g . С помощта на свързаността на Леви-Чивита ∇ за метриката g и две гладки векторни полета дефинираме афинна свързаност $\bar{\nabla}$. Установяваме, че в основния клас на римановите многообразия със структура на почти произведение с неинтегруема структура J , свързаността $\bar{\nabla}$ е симетрична и удовлетворява условие, аналогично на условието за ∇ , характеризиращо този клас. В този клас получаваме, че условието за паралелност на J относно $\bar{\nabla}$ влече паралелност на J и относно ∇ . В многообразие на локална декомпозиция ($\nabla J = 0$) разглеждаме изображението $\nabla \rightarrow \bar{\nabla}$ и доказваме, че ако $\bar{\nabla}$ е локално евклидова свързаност, тогава ∇ е също локално евклидова свързаност.

2. I. Dokuzova, *An ABJ-connection on almost complex manifolds with Norden metric*, Plovdiv University Scientific Works. Mathematics (2007), 35(3), 47 – 55, ISSN:0204-5249, [MR3241381](https://doi.org/10.13107/PWSM.2007.35.3.47), Zbl 1479.53033.

<http://fmi-plovdiv.org/GetResource?id=241>

Една ABJ-свързаност върху почти комплексни многообразия с норденова метрика

Резюме. В почти комплексно многообразие M с норденова метрика g и почти комплексна структура J , с помощта на римановата свързаност ∇ за метриката g и две гладки векторни полета, дефинираме афинна свързаност $\bar{\nabla}$. Доказваме, че ако M е AB -многообразие (т.е. квазикелерово), тогава $\bar{\nabla}$ е симетрична и за нея е в сила условие, аналогично на условието за ∇ , което характеризира класа на квазикелеровите многообразия. Тази свързаност наричаме ABJ -свързаност. Доказваме, че ако структурата J е паралелна относно $\bar{\nabla}$, то тя е паралелна и относно ∇ . Разглеждаме два частни случая на изображението $\nabla \rightarrow \bar{\nabla}$, за които при келерово многообразие с норденова метрика доказваме, че ако $\bar{\nabla}$ е локално евклидова ABJ -свързаност, тогава ∇ е локално евклидова свързаност.

3. I. Dokuzova, *One connection on a locally decomposable Riemannian space*, Mathematics and Education in Mathematics, Proceeding of the Thirty Seventh Spring Conference of of the Union of the Bulgarian Mathematicians, Borovets, 2008, 128--131, ISSN: 1313-3330. http://www.math.bas.bg/smb/2008_PK/NP_37PK.pdf

Една свързаност върху риманово пространство на локална декомпозиция

Резюме. В риманово многообразие на локална декомпозиция със структура на почти произведение J дефинираме една J -свързаност $\bar{\nabla}$. Намираме инвариантен тензор относно изображението $\nabla \rightarrow \bar{\nabla}$, където ∇ е римановата свързаност. Показваме, че ако $\bar{\nabla}$ е локално евклидова свързаност, то многообразието е почти айнщайново. Изразяваме тензора на кривина за ∇ чрез римановата метрика и структурата J на разглежданото многообразие. Доказваме, че за това многообразие напълно реалната кривина е константа.

4. G. Dzheleпов, D. Razpopov, I. Dokuzova, *Almost conformal transformation in a class of Riemannian manifolds*, In: Research and Education in Mathematics, Informatics and their Applications – REMIA 2010, Proceedings of the Anniversary

Почти конформна трансформация в клас на риманови многообразия

Резюме. Разглеждаме тримерно риманово многообразие M с допълнителна афинорна структура q , чиято трета степен е идентитетът. Локалните компоненти на метриката g и структурата q образуват циркулантни матрици, т.е. те са циркулантни структури. Структурата q е паралелна по отношение на римановата свързаност. Нека g_1 е образът на g чрез почти конформно конформно изображение. Намираме условия, при които q е паралелна по отношение на свързаността, породена от g_1 . Индуктивно построяваме безкрайна редица g, g_1, g_2, \dots , от почти конформно свързани метрики, които са циркулантни и положително дефинитни. В допирателното пространство T_pM , $p \in M$, определяме мярката на ъгъла между произволен вектор x и образа му qx чрез метриците $g, g_1, g_2 \dots$. Показваме, че породената от метриците числова редица от мерките на ъгъла между x и qx е сходяща и клони към нула.

5. I. Dokuzova, D. Razpopov, **On affine connections in a Riemannian manifold with a circulant metric and two circulant affinor structures**, Mathematics and Education in Mathematics. Proceedings of the Fortieth Jubilee Spring Conference of the Union of the Bulgarian Mathematicians, Borovets, 2011, 176-181, ISSN:1313-3330. http://www.math.bas.bg/smb/2011_PK/tom/index.html

Върху афинни свързаности в риманово многообразие с циркулантна метрика и две циркулантни афинорни структури

Резюме. Нека в тримерно риманово многообразие с допълнителна тензорна структура q , чиято трета степен е идентитетът, локалните компоненти на метриката g и структурата q формират циркулантни матрици. Нека q е паралелна относно римановата свързаност ∇ за g . Разглеждаме почти конформно изображение между g и друг метричен тезор \bar{g} и намираме връзка между кривинните тензори за g и \bar{g} . Ако свързаността $\bar{\nabla}$ за \bar{g} е локално евклидова, то: изразяваме тензора на кривина за g чрез метриката g и структурата q ; доказваме, че тензорът на Ричи за g е изроден; изразяваме секционната кривина на произволна площадка $\{x, qx\}$ чрез скаларната кривина на многообразието.

6. G. Dzheleпов, I. Dokuzova, D. Razpopov, *On a three dimensional Riemannian manifold with an additional structure*, Plovdiv University Scientific Works. Mathematics (2011), 38(3), 17--27, ISSN: 0204-5249, [MR3243094](#).

<http://fmi-plovdiv.org/GetResource?id=1131>

Върху примерно риманово многообразие с допълнителна структура

Резюме. Нека в тримерно риманово многообразие с допълнителна тензорна структура q , чиято трета степен е идентитетът, локалните компоненти на метриката g и на q образуват циркулантни матрици. Намираме условия, при които структурата q е паралелна по отношение на римановата свързаност, породена от метриката. При тези условия получаваме зависимости между секционните кривини на произволни двумерни площадки $\{x, qx\}$, $\{x, q^2x\}$, $\{qx, q^2x\}$ в допирателното пространство в произволна точка от многообразието. Показваме, че в произволно допирателно пространство съществува ортогонална база от типа $\{x, qx, q^2x\}$ и даваме пример за такава база. Използвайки ортонормирана база $\{x, qx, q^2x\}$, в случая когато q е паралелна структура относно римановата свързаност за метриката, изразяваме секционната кривина на произволна двумерна площадка чрез секционната кривина на площадката $\{x, qx\}$.

7. I. Dokuzova, *Almost conformal transformation in a four dimensional Riemannian manifold with an additional structure*, International Electronic Journal of Geometry (2013), 6(2), 9-13. e-ISSN: 1307-5624, [MR3125826](#), in Web of Science. <https://dergipark.org.tr/tr/download/article-file/769300>

Почти конформна трансформация в четиримерно риманово многообразие с допълнителна структура

Резюме. Разглеждаме четиримерно риманово многообразие с допълнителна тензорна структура q , чиято четвърта степен е идентитетът, а локалните координати на метриката g и структурата q образуват циркулантни матрици. Предполагаме, че структурата q е паралелна относно римановата свързаност. Нека g_1 е образът на g чрез почти конформно изображение. Намираме условия, при които q е паралелна по отношение на свързаността, породена от g_1 . Индуктивно построяваме безкрайна редица g, g_1, g_2, \dots , от почти конформно свързани метрики, които са циркулантни и положително дефинитни. В произволно допирателно пространство на многообразието, определяме мерките на ъгъла между произволен вектор ω и образа му $q\omega$ и на ъгъла между ω и $q^2\omega$ чрез метриките g, g_1, g_2, \dots . Показваме, че породените от метриките две числови редици от мерките на ъгъла между вектор ω и $q\omega$ и на ъгъла между ω и $q^2\omega$ са сходящи и клонят към нула.

8. I. Dokuzova, *Riemannian manifolds with two circulant structures*, Journal of Geometry (2014), 105(3), 529 – 538, doi.org/10.1007/s00022-014-218-2, ISSN: 0047-2468, e-ISSN:1420-8997, [MR3267558](https://doi.org/10.1007/s00022-014-218-2), SJR(2014):0.348, in Web of Science. <http://link.springer.com/article/10.1007/s00022-014-0218-2>

Риманови многообразия с две циркулантни структури

Резюме. Разглеждаме тримерно риманово многообразие M с метрика g , чиито компоненти образуват циркулантна матрица. Освен това разглеждаме допълнителна тензорна структура q върху M , удовлетворяваща $q^3 = -id$, чиято матрица от компонентите е също циркулантна. Получаваме условия, при които съществува ортогонална база от вида $\{x, qx, q^2x\}$ във всяко допирателно пространство на многообразието. Намираме връзка между секционните кривини на някои специални двумерни площадки в произволно допирателно пространство на многообразието. Получаваме необходимо и достатъчно условие структурата q да бъде паралелна по отношение на римановата свързаност, породена от g . Даваме пример за разглежданото многообразие.

9. I. Dokuzova, *Curvature properties of 4-dimensional Riemannian manifolds with a circulant structure*, Journal of Geometry (2017), 108(2), 517--527, doi.org/10.1007/s00022-016-0356-9, ISSN: 0047-2468, e-ISSN:1420-8997, [MR3667237](https://doi.org/10.1007/s00022-016-0356-9), SJR(2017):0.265, in Web of Science.

<http://link.springer.com/article/10.1007/s00022-016-0356-9>,

Кривинни свойства на четиримерни риманови многообразия с циркулантна структура

Резюме. Разглеждаме четиримерно риманово многообразие M с циркулантна тензорна структура q , чиято четвърта степен е идентитета. Тази структура индуцира изометрия по отношение на метриката g , която също е циркулантна. Продължаваме изследванията върху такива многообразия, въведени от Д. Разпопов. Намираме представяне на секционните кривини на двумерните площадки $\{u, qu\}$ и $\{u, q^2u\}$ чрез ъглите $\angle(u, qu)$ и $\angle(u, q^2u)$ между базисните вектори от базата $\{u, qu, q^2u, q^3u\}$ в допирателно пространство на (M, g, q) . Получаваме връзки между секционните кривини на специални двумерни площадки в допирателното пространство на многообразието. Конструираме пример на многообразие (M, g, q) върху групи на Ли и намираме някои негови геометрични характеристики.

10. I. Dokuzova, *Almost Einstein manifolds with circulant structures*, Journal of the Korean Mathematical Society (2017), 54(5) 1441--1456, doi.org/10.4134/JKMS.j160524, ISSN: 0304-9914, e-ISSN:2234-3008, [MR3691932](https://doi.org/10.4134/JKMS.j160524), IF(2017): 0.684(Q3), SJR(2017):0.439, in Web of Science.

<http://pdf.medrang.co.kr/kms01/JKMS/54/JKMS-54-5-1441-1456.pdf>.

Почти айнщайнови многообразия с циркулантни структури

Резюме. Продължаваме изследванията върху тримерно риманово многообразие M с циркулантна метрика g и циркулантна тензорна структура q , за която $q^3 = \text{id}$. Разглеждаме три класа ($L_0 \subset L_1 \subset L_2$) от такива многообразия (M, g, q) , за които тензорът на кривина е инвариантен по отношение на допълнителната структура q . Получаваме необходими и достатъчни условия, за тензорът на Ричи ρ , така че многообразието (M, g, q) да е от класа L_2 . Намираме представяне на ρ чрез метриката g и структурата q и установяваме, че (M, g, q) е почти айнщайново многообразие. Намираме някои специални секционни кривини и кривина на Ричи в тези класове. За многообразие $(M, g, q) \in L_0$ намираме диференциални уравнения за скаларната кривина и необходимо и достатъчно условие за конформна плоскост на многообразието. Конструираме експлицитни примери за (M, g, q) във всеки клас.

11. I. Dokuzova, D. Razpopov, M. Manev, *Two types of Lie Groups as 4-dimensional Riemannian manifolds with circulant structure*, Mathematics and Education in Mathematics, Proceedings of the Fourty Seventh Spring Conference the Union of the Bulgarian Mathematicians, Borovets, (2018), 115-120. ISSN:1313-3330. http://www.math.bas.bg/smb/2018_PK/tom_2018/pdf/115-120.pdf .

Два типа групи на Ли като четиримерни риманови многообразия с циркулантна структура

Резюме. Разглеждаме четиримерно риманово многообразие, снабдено с циркулантна тензорна структура от тип $(1, 1)$, чиято четвърта степен е идентитетът. Матрицата на тази структура в някаква база е циркулантна и структурата действа като изометрия относно метриката. Такива многообразия са конструирани върху 4-мерни реални групи на Ли с алгебри на Ли от два забележителни типа от класификацията на Г. Мубаракзянов. Получени са някои техни геометрични свойства.

12. I. Dokuzova, D. Razpopov, G. Dzheleпов, *Three-dimensional Riemannian manifolds with circulant structures*, Advances in Mathematics. Scientific Journal (2018), 7(1), 9—16. ISSN: 1857-8365, e-ISSN:1857-8438, ZblMath: Zbl 1432.53020.
<http://www.research-publication.com/articles/AMSJ/2018/AMSJ-2018-N1-2.pdf>

Тримерни риманови многообразия с циркулантни структури

Резюме. Разглеждаме тримерно риманово многообразие M с циркулантна метрика g и циркулантна структура q , удовлетворяваща $q^3 = id$. Пресмятаме компонентите на тензора на кривина за свързаността на Леви-Чивита за g . Разглеждаме два класа многообразия, чиито тензори на кривина са инвариантни относно q . Получаваме равенства за специални секционни кривини в тези два класа. Даваме пример за разглежданото многообразие.

13. I. Dokuzova, *On a Riemannian manifold with a circulant structure whose third power is the identity*, Filomat (2018), 32(10), 3529-3539. ISSN: 2406-0933, doi.org/10.2298/FIL1810529D. [MR301500](https://doi.org/10.2298/FIL1810529D), IF(2018): 0.789 (Q2), SJR(2018):0.383, in Web of Science.

<https://www.pmf.ni.ac.rs/filomat-content/2018/32-10/32-10-12-6661.pdf>.

Върху едно риманово многообразие с циркулантна структура, чиято трета степен е идентитет

Резюме. Изучаваме тримерно риманово многообразие, снабдено с допълнителна тензорна структура от тип $(1, 1)$, чиято трета степен е идентитетът. Компонентите на допълнителната структура образуват циркулантна матрица, т.е. структурата е циркулантна. Дефинираме фундаментален тензор върху такова многообразие чрез ковариантната производна на допълнителната структура и чрез метриката. Получаваме характеристично твърдение за този тензор. Доказваме, че образът на фундаменталния тензор при обичайната конформна трансформация удовлетворява аналогично твърдение. Намираме някои геометрични свойства на многообразието. Конструираме пример на многообразие от разгледания тип върху групи на Ли и получаваме някои негови геометрични свойства.

14. G. Dzheleпов, I. Dokuzova, *Spheres and circles in a tangent space of a 4-dimensional Riemannian manifold with respect to an indefinite metric*, Journal of Geometry (2018), 109:49. ISSN: 0047-2468, e-ISSN:1420-8997, doi.org/10.1007/s00022-018-0455-x, [MR3874681](https://doi.org/10.1007/s00022-018-0455-x), SJR(2018):0.376, in Web of Science. <https://link.springer.com/article/10.1007/s00022-018-0455-x>

Сфери и окръжности в допирателно пространство на четиримерно риманово многообразие по отношение на индефинитна метрика

Резюме. Нашето изследване е в допирателното пространство в произволна точка от четиримерно риманово многообразие. Многообразието е снабдено с допълнителна циркулантна тензорна структура от тип $(1, 1)$, чиято четвърта степен е идентитетът. Метриката и допълнителната структура са съвместими, така че във всяко допирателно пространство се индуцира изометрия. Те определят присъединена метрика, която задължително е недефинитна. Ние изучаваме сфери и окръжности, които са зададени по отношение на присъединената метрика, в някои специални подпространства на допирателно пространство на многообразието.

15. I. Dokuzova, *On 3-dimensional almost Einstein manifolds with circulant structures*, Turkish Journal of Mathematics (2020), 44(4), 1484-1497. ISSN: 1300-0098, e-ISSN:1303-6149, doi.org/10.3906/mat-1904-97. [MR4122919](https://doi.org/10.3906/mat-1904-97), IF(2020): 0.803 (Q3), SJR(2020):0.454, in Web of Science.

<https://journals.tubitak.gov.tr/cgi/viewcontent.cgi?article=1293&context=math>

Върху тримерни почти айнщайнови многообразия с циркулантни структури

Резюме. Разглеждаме тримерно риманово многообразие, снабдено с тензорна структура от тип $(1, 1)$, чиято трета степен е идентитетът. Компонентите на структурата и метриката формират циркулантни матрици. Изследваме присъединено многообразие, чиято метрика се дефинира с двете структури. Разглеждаме три класа на такива многообразия. Два от тях се определят от специални свойства на тензора на кривината на присъединеното многообразие. Третият клас се състои от многообразия, чиято структура е паралелна по отношение на свързаността на Леви-Чивита за метриката. Получаваме някои геометрични характеристики на присъединените многообразия в тези класове. Конструирани са примери за такива многообразия.

Монография:

I. Dokuzova, *Four-dimensional Riemannian manifolds with circulant structures and skew-circulant structures*, Monograph, 2023, Makros -2001, Plovdiv, 104 pp.
ISBN: 978-954-561-577-1.

Четиримерни риманови многообразия с циркулантни и косо-циркулантни структури

Резюме. Монография е от 2 части, които съдържат 12 параграфа, както и предварителни бележки и въведение. Тази работа обединява част от изследванията на автора, които са направени в периода 2013-2023 г.

Целта е да се изследват паралелно два вида риманови многообразия – едните с циркулантни структури, а другите с косоциркулантни структури, така че те да намерят своето място в изучаването на диференциалната геометрия на многообразия с допълнителни структури. Също така е интересно да се видят приликите и отликите между техните геометрични свойства. И двата типа многообразия се асоциират с добре известни многообразия – едните с риманови многообразия със структура на почти произведение, а другите с почти ермитови многообразия.

В настоящата работа се разглеждат два класа четиримерни риманови многообразия с допълнителни тензорни структури от тип $(1,1)$. Първият клас включва многообразия със структури, чиито компоненти образуват циркулантни матрици, а вторият клас включва многообразия със структури, чиито компоненти образуват косоциркулантни матрици. Метриката и допълнителната структура са съгласувани, така че да се индуцира изометрия в допирателното пространство във всяка точка на многообразието. Оказва, че матрицата на метриката също е циркулантна (съотв. косоциркулантна). Четвъртата степен на допълнителната циркулантна (косоциркулантна) структура е идентитетът (минус идентитетът). И в двата различни случая многообразието са снабдени със съответните присъединени метрики, които са необходимо недефинитни. Поради естеството на структурите, многообразието с циркулантни структури се асоциират с риманови многообразия със структура на произведение, а многообразието с косоциркулантни структури се асоциират с ермитови многообразия. Изследвани са геометричните свойства на разглежданите многообразия. Конструирани са експлицитни примери, както и примери върху групи на Ли.

Учебни публикации:

1. И. Докузова, Д. Дончева, *Ръководство за решаване на задачи по Висша математика*, Университетско издателство „Паисий Хилендарски“, Пловдив, 131 стр., 2009, ISBN 978-954-423-509-3.

Целта на ръководството е да подпомага усвояването на материала от лекции и упражнения по учебната дисциплина Висша математика, която се изучава в две части от студентите в I курс на специалностите Стопанско управление и Туризъм във Филиал „Любен Каравелов“ на Пловдивския университет.

Материалът е изложен в две части, които съдържат общо 50 параграфа. В началото на всеки параграф има теоретична част, след което има решени примери и задачи за упражнение. Включени са и задачи, които описват някои приложения на математиката в областта на икономиката.

Материалът, включен в ръководството, е разпределен по теми както следва: линейна алгебра и аналитична геометрия в §1 – §14, диференциално и интегрално смятане на функция на една променлива в §15 – §35, диференциалното смятане на функция на две променливи в §36 – §39, обикновени диференциални уравнения в §40 – §46 и теория на вероятностите и математическа статистика в §47 – §50.

2. И. Докузова, *Математически основи на компютърната графика*, Университетско издателство „Паисий Хилендарски“, Пловдив, 164 стр., 2023, ISBN 978-619-202-845-9.

Това методическо ръководство е предназначено за студентите на Факултета по математика и информатика, които изучават различни езици за програмиране, графични библиотеки (API) и стандарти и ги прилагат за създаване на компютърна графика.

Ръководството има три основни раздела – „Елементи от аналитичната геометрия“, „Геометрични преобразувания в равнината“ и „Геометрични преобразувания в пространството“, които съдържат 32 параграфа. С негова помощ се правят първи стъпки в компютърната геометрия и графика. Целта му е студентите да осмислят и да могат сами да извеждат необходимите алгоритми, в които се използват елементи на векторно-координатния метод и аналитичната геометрия, както и действия с матрици и техните свойства. Основната задача е да даде в достъпна форма математическия апарат за създаване на изображения на геометричните обекти на екрана на компютъра или на някое друго графично изходно устройство и за тяхното движение. С получените умения студентите ще могат да съставят геометричен модел на обекта, да задават преобразувания на обекта (ротация, трансляция, промяна на мащаба и др.) и да въвеждат нагледно (аксонометрично, перспективно) изображение.

В обема въпроси от аналитичната геометрия са включени действия със свободни вектори, права в равнината, права и равнина в тримерното пространство, окръжност и сфера, както и основни сведения за кривите от 2. степен.

Във втора и трета част с инструментите на векторната алгебра и аналитичната геометрия са представени преобразувания на геометричните обекти в равнината и в пространството.

В последния параграф е даден справочник с формули и получените матрици на трансляция, ротация, промяна на мащаба, симетрия, проективни преобразувания и др.

Използвани са програмите „Wolfram Mathematica“ и „GeoGebra“ за чертежите и пресмятанията.

12. 01. 2024 г.

Гр. Пловдив

Съставил:

Гл. ас. д-р Ива Докузова