

СТАНОВИЩЕ

от д.н. Ангел Борисов Дишлиев, професор в ХТМУ-София
на дисертационен труд за присъждане на образователната и научна степен „доктор“

Област на висше образование: 4. Природни науки, математика и информатика;

Професионално направление: 4.5. Математика;

Докторска програма: Математически анализ;

Автор на дисертационния труд: Пламена Иванова Марчева, редовен докторант към катедра „Математически анализ“, Факултет по математика и информатика (ФМИ), Пловдивски университет „Паисий Хилендарски“ (ПУ);

Тема: Неподвижни точки и сходимост на итерационни методи за симултантна апроксимация на нули на полиноми;

Научни ръководители: проф. д.м.н. Петко Проинов (ПУ) и доц. д-р Стоил Иванов (ПУ)

При изготвяне на моето становище ще се придържам към образеца, представен на страницата на ПУ.

1. Общо представяне на процедурата и докторанта

През 2017 г. Пламена Марчева завършва бакалавърска степен на висше образование в ПУ „Паисий Хилендарски“ и придобива квалификация инженер-физик. Непосредствено след това продължава образованието си във ФМИ на ПУ и през 2018 г. успешно завършва ОКС магистър, квалификация математик. След това е зачислена като редовен докторант към катедра „Математически анализ“ на ПУ, докторска програма Математически анализ. Отчислена е с право на защита на 01.03. 2022 г. От 01.09. 2022 г. до сега П. Марчева е асистент към ФМИ на ПУ. Автор е на 5 научни публикации. В процедурата за придобиване на образователната и научна степен „доктор“ е представила три работи. Участва в един научен проект. Научните й интереси са в областта на математическия анализ, функционалния анализ и числените методи, свързани с приближено намиране на нули на полиноми.

Представените документи за придобиване на степента „доктор“ са многобройни (поради което няма да ги изброявам). Ще отбележа, че те отговарят на специфичните изисквания на ПУ.

2. Актуалност на тематиката

Редица теоретични и приложни математически методи се свеждат до решаване на класически задачи от типа:

- Намиране (със зададена точност) на нулите на полиноми с коефициенти в дадени нормирани полета;
- Решаване на специфични операторни уравнения в Банахови пространства. Съвременен и с широк диапазон на приложения при решаване на посочените по-горе класически задачи е методът на неподвижните точки. При използването на този универсален математически подход е необходимо да се решат няколко допълнителни задачи, гарантиращи целесъобразността на неговото използване:
 - Установяване на съществуването на неподвижни точки за подходящ моделен оператор, дефиниран в съответните „работни“ метрични пространства;
 - Съществуване на съответни итерационни редици от приближения към неподвижната точка на оператора, елементите на които остават в дефиниционната област на изследвания оператор;
 - Намиране на „подходящи“ начални точки на итерационните методи. Ще отбележим, че стартирането на итерационния процес от коя да е „подходяща“ начална точка га-

рантирано води до намиране на сходяща редица от приближения към търсената неподвижна точка;

- Определяне на скоростта на сходимост и оценка на грешката;
- Създаване на числови компютърни реализации на конкретни примери, демонстриращи получените теоретични методи и др.;

В дисертационния труд, предмет на настоящата дискусия, е направен пореден успешен опит да се съчетаят:

- от една страна „работещия“ математически апарат - методи на неподвижните точки;
- от друга страна - итерационно едновременно приближаване на всички нули на полиноми.

Изследванията в дисертационния труд можем да причислим към множеството на съвременни и важни научни търсения. Ще припомня, че редица български математици са допринесли за развитието на посочените по-горе проблеми. Тук ще отбележа имената на: Б. Сендов, Л. Илиев, К. Дочев, П. Бърнев, Д. Пиргов, В. Ангелов, А. Андреев, М. Петков, Н. Кюркчиев, П. Проинов, С. Иванов, А. Захариев, Б. Златанов, Х. Кискинов, С. Чолаков, И. Николова, М. Петкова, М. Василева и др. Пропуснатите имена се дължат на ограничеността на моите познания и в никакъв случай поради липса на уважение.

3. Познаване на проблема

Докторантът е добре запознат с основните резултати, посветени на изследваните проблеми. Същевременно ще отбележа, че пълното и детайлно изучаване на научните достижения, отнасящи се за неподвижни точки на оператори и числено намиране на нули на полиноми е невъзможно да се осъществи в рамките на ограничения срок на обучение в докторската програма. Познанията на автора по редица специфични аспекти на разглежданите въпроси са демонстрирани чрез цитиране, използване и анализ на известни конкретни резултати на други изследователи (под формата на дефиниции и твърдения). Представените кратки дискусии ме убеждават в дълбочината на знанията на кандидата за придобиване на научната степен. Считам, че П. Марчева познава съвременното състояние, степента на развитие, основните нерешени задачи, специфичните трудности и др. подобни проблеми, които възникват при изучаване на итерационните методи за намиране на нули на полиноми, които се базират на методите на неподвижни точки. Освен това, убеден съм, че тя може да поставя и разрешава нови математически задачи от посочените научни направления. Ще отбележа, че това е важно изискване за придобиването на образователната и научна степен „доктор“. Цитираната и използвана литература е „пестеливо подбрана“. Под термина „пестеливо подбрана“ литература разбирам, че всички цитирани научни трудове имат конкретно приложение в изследванията на автора по темата на дисертацията. Нещо повече, част от тези резултати успешно се обобщават в дисертационния труд. Не видях литературни източници, дадени от съображения за „пълнота на изложението“.

4. Методика на изследването

С помощта на методите на реалния и функционалния анализ Пламена Марчева постига формулираните цели и решава конкретните задачи в дисертационния труд. Като базови математически методи бих посочил:

- Подходящи адаптирани към решаваните задачи методи на неподвижните точки;
- Итерационни методи за сходимост на редици от приближения.

5. Характеристика и оценка на дисертационния труд и приносите

Новите резултати, постигнати от докторанта по темата на дисертацията, са поместени в глави 2, 3 и 4. Изследвани са, съществено са допълнени и модифици-

рани няколко известни методи за едновременно итерационно намиране на всички прости нули на полиноми от произволна степен. Изучени са:

- Метод на К. Weierstrass с рекурентна формула от вида:

$$x^{k+1} = x^k - W(x^k), \quad k = 0, 1, \dots,$$

където:

$$x^k = (x_1^k, \dots, x_n^k), \quad W(x^k) = (W_1(x^k), \dots, W_n(x^k)), \quad W_i(x^k) = \frac{f(x_i^k)}{a_0 \prod_{j \neq i} (x_i^k - x_j^k)}, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Тук n е степента на полинома f и a_0 е старшият му коефициент;

- Модифициран метод на К. Weierstrass с рекурентна формула от вида:

$$x^{k+1} = T(x^k) = \left(\frac{(x_1^k)^2}{x_1^k + W_1(x^k)}, \dots, \frac{(x_n^k)^2}{x_n^k + W_n(x^k)} \right), \quad k = 0, 1, \dots;$$

- Метод на К. Дочев и П. Бърнев (във формата на М. Прешич) с рекурентна формула:

$$x^{k+1} = x^k - D(x^k), \quad k = 0, 1, \dots,$$

където:

$$D(x^k) = (D_1(x_1^k), \dots, D_n(x_n^k)), \quad D_i(x^k) = W_i(x^k) \left(1 - \sum_{j \neq i} \frac{W_j(x^k)}{x_i^k - x_j^k} \right), \quad i = 1, 2, \dots, n;$$

- Фамилия методи на К. Дочев и П. Бърнев с корекции от вида:

$$x^{k+1} = F(x^k), \quad k = 0, 1, \dots,$$

където:

$$F(x^k) = (F_1(x^k), \dots, F_n(x^k)),$$

$$F_i(x^k) = x_i^k - 2V_i(x^k) + (V_i(x^k))^2 \left(\frac{f'(x_i^k)}{f(x_i^k)} - \sum_{j \neq i} \frac{1}{x_i^k - \Omega_j(x^k)} \right), \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

$$V_i(x^k) = \frac{f(x_i^k)}{a_0 \prod_{j \neq i} (x_i^k - \Omega_j(x^k))}.$$

Тук $\Omega = (\Omega_1, \dots, \Omega_n): K^n \rightarrow K^n$ е зададена итерационна функция (фамилията итерационни методи е в зависимост от тази функция). Разгледани са конкретни случаи:

$$\Omega_i(x) = x_i; \quad \Omega_i(x) = W_i(x); \quad \Omega_i(x) = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}; \quad \Omega_i(x) = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i) - f(x_i) \cdot \sum_{j \neq i} \frac{1}{x_i - x_j}}$$

и др.

Основните заслуги на представените изследвания (според мен) са:

- адаптиране на модерни и всеобхващащи методи на неподвижни точки (методи на проф. П. Проинов и ученици) към поставените задачи за едновременно апроксимиране на простите нули на полиноми;
- получаване на нови (модифицирани) итерационни процедури за едновременно намиране на нулите на полиноми;
- обобщаване на известни резултати на други автори в това направление
- намиране на ограничения (отнасящи се за началната точка) гарантиращи локална и полулокална сходимост на итерационните методи;

- коректност на итерационните векторни редици от приближения;
- оценка на грешките;
- оценка на асимптотичната константа на итерационните редици;
- числена реализация (с помощта на програмни пакети) на част от итерационните методи и др.

- **6. Преценка на публикациите и личния принос на докторанта**

По темата на дисертационния труд кандидатът за придобиване на образователната и научна степен е публикувал три научни труда. Ще направя следната класификация на тези трудове:

1. (във връзка със съдържанието на публикациите) Публикациите са пряко свързани с дисертацията. Те са в основата на научните постижения в нея.
2. (във връзка с участието на докторанта) Трите публикации са с двама автори (единият от които е Пламена Марчева, а другият е неин научен ръководител). Приемам участието на съавторите във всяка една от публикациите за еквивалентно.
3. (във връзка с рейтинга на списанията) Една от работите е публикувана в списание с импакт фактор (IF=2.713). Статията е както следва:

P. Marcheva, S. Ivanov, Convergence analysis of a modified Weierstrass method for the simultaneous determination of polynomial zeros, Symmetry, 12(9), 2020.

Друг научен труд е публикуван в *AIP Conf. Proc.* (SJR=0.189).

4. (във връзка с отзвук на публикациите) Цитираната по-горе работа (която е с IF) е публикувана през 2020 г., а другите две - миналата година. Въпреки краткия им период на съществуване те са цитирани общо три пъти. Две от цитиранията са от чужди автори в списания с висок IF.
5. (във връзка с изпълнение на минимални национални изисквания) Минималните национални изисквания са две:

- Представен дисертационен труд – 50 точки (Показателят е изпълнен);
- Изпълнение на група от показатели, свързани с публикационна дейност и цитиране на научни трудове на кандидата – най-малко 30 точки. Една от представените работи е публикувана в списание *Symmetry*, което е с IF и принадлежи на квартал Q2. За тази публикация се присъждат 60 точки. Друг от представените научни трудове е в списание с SJR. Списанието се отразява в базата данни *Scopus*. За тази публикация се присъждат 30 точки. Резултатите на докторанта (по дисертационния труд) са цитирани три пъти в списания, които се реферират в *Web of Science* и *Scopus*. Присъждат се $3 \times 8 = 24$ точки. Общият брой точки достигнати от докторанта по групата от показатели е 114.

7. Автореферат

Авторефератът заедно с библиографията е поместен на 32 стандартни страници. В началото е обоснована актуалността на разглежданите въпроси и са поставени целите на дисертацията. Съдържа резюме на всички основни резултати в дисертационния труд и отразява напълно приносите на Пламена Марчева. Отчетливо са формулирани поставените цели и конкретните задачи. Основните понятия и твърдения в дисертацията са представени съответно под формата на дефиниции и теореми (без доказателства). Посочен е приложният аспект на теоретичните изследвания. В заключението се резюмират основните резултати на докторанта. Посочените приноси справедливо отразяват научните постижения. Даден е списък на публикациите на автора, свързани с дисертацията. Посочено е, че постиженията на

докторанта са докладвани на четири различни научни конференции, три от които в чужбина (Северна Македония, Косово и Гърция).

Авторефератът е изготвен съгласно изискванията. Бих добавил, че е подготвен във форма, която позволява на читателя, който не е запознат с дисертацията, да придобие пълна представа за постигнатото в нея.

8. Препоръки за бъдещо използване на дисертационните приноси и резултати

Естествено е предложенията за по-нататъшни изследвания на докторанта да отразяват личните предпочитания на препоръчващия. В такъв смисъл ми се струва, че е важно:

- Да се „разширят“ изследванията върху други итерационни методи за едновременно намиране на простите нули на полиноми. Това включва и откриването на други фамилии от методи (по подобие на описаната по-горе фамилия от методи на К. Дочев – П. Бърнев), които могат да се изследват с разработената техника на научните ръководители и докторанта;
- Уточняване, допълване и оценка на някои основни и помощни функции в разработената методика. Като пример ще посоча така наречените контролни функции и функции на началните условия. Възниква въпрос за намиране на фамилии от такива функции. Считаю, че от практическа гледна точка би трябвало да се получат подходящи оценки за тях, които да способстват за по-лесното (макар и по-грубо) определяне на допустимото множество на началните точки, коректна реализация на итерационните процедури и оценки на грешките.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Получените резултати в дисертационния труд и направените по-горе в становището коментари ми дават основание да направя следните изводи:

1. Дисертационният труд съдържа теоретични изследвания в реалния и функционалния анализ и числените методи. Изследванията развиват и обогатяват математическото познание. Те са оригинален принос на докторанта и представляват научен интерес;
2. Представените в дисертационния труд твърдения са полезни както за учените, които се занимават с теоретични проблеми в областта на неподвижните точки в Банахови пространства, така и за изследователите, които прилагат съответни математически методи за приближено намиране на нулите на полиноми;
3. Достиженията в дисертационния труд отговарят на изискванията на Закона за развитие на академичния състав в Република България (ЗРАСРБ) и Правилника за прилагане на ЗРАСРБ относно придобиване на образователната и научната степен „доктор“.
4. Не съм установил плагиатство.

Поради посочените по-горе факти оценявам „**положително**“ изследванията в дисертационния труд.

Предлагам на научното жури **да присъди** образователната и научната степен „доктор“ на Пламена Иванова Марчева в:

Област на висше образование: 4. Природни науки, математика и информатика;

Професионално направление: 4.5. Математика;

Докторска програма: Математически анализ.

15. 03. 2023 г.

Изготвил становището:
проф. д.н. Ангел Дишлиев