



ПЛОВДИВСКИ УНИВЕРСИТЕТ „ПАИСИЙ ХИЛЕНДАРСКИ“
ФАКУЛТЕТ ПО МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА
КАТЕДРА „ОБУЧЕНИЕ ПО МАТЕМАТИКА, ИНФОРМАТИКА И
ИНФОРМАЦИОННИ ТЕХНОЛОГИИ“

МАНЯ СТОЯНОВА МАНЕВА

**Методическа система за формиране на функционална математическа
грамотност на учениците**

АВТОРЕФЕРАТ

за присъждане на образователната и научна степен „ДОКТОР“
област на висше образование 1. Педагогически науки
професионално направление 1.3. Педагогика на обучението по
докторска програма: Методика на обучението по математика и информационни
технологии

Научен ръководител:
проф. д-р Ивайло Пеев Старибратов

Пловдив, 2022 година

Дисертацията е обсъдена и допусната до защита на разширено заседание на катедрен съвет на катедра „Обучение по математика, информатика и информационни технологии“, състояло се на 17 октомври 2022 г.

Дисертацията съдържа 170 стр., в които има 30 фигури, 43 таблици и литература, включваща 110 заглавия.

Защитата на дисертацията ще се състои на 17.01.2023 г. от 11.00 часа в Заседателната зала на ПУ „Паисий Хилендарски“, бул. „България“ 236, Нова сграда, на открито заседание на научно жури в състав:

1. Проф. д-р Здравко Вутов Лалчев;
2. Доц. д-р Иванка Минчева Георгиева;
3. Доц д-р Даниела Тодорова Кожухарова;
4. Доц. д-р Добринка Тодорова Милушева-Бойкина;
5. Проф. д-р Ивайло Пеев Старибратов

Материалите за защитата са на разположение на интересуващите се в ПУ „Паисий Хилендарски“, ул. „Цар Асен“ 24, отдел „Развитие на академичния състав и докторантури“

Съдържание

Увод	5
Първа глава: Теоретични основи на дисертационния труд	6
1.1. Грамотност – определение и видове	6
1.2. Функционална грамотност – определение и етапи в развитието на понятието	8
1.3. Функционална математическа грамотност	9
1.4. PISA	11
1.5. Държавни образователни стандарти и функционална математическа грамотност ..	13
1.6. НВО по математика в края на VII клас и PISA – сравнение по някои задачи относно функционалната математическа грамотност	14
Изводи от първа глава	14
Втора глава: Методи за формиране на функционална математическа грамотност	15
2.1. Методи за обучение и преподаване – същност и класификация	15
2.2. Иновативни и интерактивни методи за преподаване и обучение по математика	16
2.2.1. Компетентностен подход в обучението	16
2.2.2. Обърната класна стая	16
2.2.3. Брейн-сторминг	17
2.2.4. Метод на интелектуалните карти	17
2.2.5. Кейс-метод	17
2.2.6. Проектно-ориентиран метод и проектно-базирано обучение	17
Изводи от втора глава	18
Трета глава: Методическа система за формиране на функционална математическа грамотност	18
3.1. Модел на методическа система за формиране на функционална математическа грамотност	18
3.2. Методическа система, използвана в часовете от учителите за формиране на функционална математическа грамотност	20
3.3. Система от задачи, използвани в часовете от учителите за формиране на функционална математическа грамотност	21
3.4. Формиране на функционална математическа грамотност чрез решаване на практически ориентирани задачи.....	22
3.5. Формиране на умения за четене в часовете по математика	22
3.6. Съставяне на задачи за оценка на функционална математическа грамотност	22
3.7. Методика за изчисление на индикатор на функционалната математическа грамотност	23
Изводи от трета глава	24
Четвърта глава: Анализ на реализирания експеримент	24
4.1. Организация и методика на експеримента	24
4.2. Представяне и анализ на резултатите от експеримента	24
4.3. Изчисляване на индикатор на функционална математическа грамотност.....	24
Изводи и заключения	25
Перспективи за бъдещо развитие	25
Основни приноси на дисертационния труд	26
Публикации по темата	26

<i>Благодарности</i>	<i>27</i>
<i>Литература.....</i>	<i>28</i>

Увод

Интересът от страна на учениците към училището, образованието и грамотността намалява с всяко поколение. От съществено значение е, че обучаваните днес са от така нареченото дигитално поколение – родени в началото на ХХІ век, т.е. по време на големия бум на Интернет. Образователната ни система е поставена пред поредното голямо предизвикателство – да осигури адекватно обучение на тези ученици, чийто начин на мислене и стил на учене са различни от предходните поколения и най-вече от тези на учителите, не малка част от които са завършили образованието си преди компютрите да навлязат в ежедневието ни.

Начало на темата за ключовите компетентности се поставя през декември 2006 г. с приемането на Препоръката на Съвета на ЕС и на Европейския парламент за Рамка за ключовите компетентности за учене през целия живот [45]. Повече от десет години по-късно, в рамките на Българското председателство с Препоръка на Съвета на ЕС от 22.05.2018 г., ключовите компетентности вече са осъвременени без да се променя разбирането за тях като съчетание от знания, умения и нагласи, както и техният брой [46] – поставя се по-силен акцент върху базовите умения (грамотност в областта на четенето, на чуждите езици и на основните дигитални умения) и върху преносимите умения, фокусира се върху усъвършенстване на уменията в областта на математиката, природните науки, технологиите и инженерството (наричани за краткост STEM), подчертава се образованието за демократично гражданство и ценности и се разширява обхвата на дигиталните компетентности, включвайки програмиране и киберсигурност.

В същото време пред учителите възникват редица въпроси: „Как ефективно в обучението да се изгради функционална математическа грамотност на учениците? И с помощта на какви методи може да се реализира успешно в образователния процес?”

Реалната практика в училище изисква прилагане на методическа система, която да формира в учениците функционална математическа грамотност, индикатор, който да измерва формирането на грамотността още в процеса на обучение в конкретния клас в училище, педагогически разработки с тенденция учителят да придобие умения да декомпозира общите постановки, за да има успешна реализация в съвременната практика.

Дисертационният труд има следната структура: увод, 4 (четири) глави, изводи и заключения, перспективи за бъдещо развитие, основни приноси на дисертационния труд, справка за публикации по темата на дисертационния труд, литература, приложения. Основният текст се състои от **147 (сто четиридесет и седем) страници и е съпроводен от 6 (шест) броя приложения.**

Обект на изследване в дисертационния труд е функционалната математическа грамотност на учениците, която се формира в часовете от общообразователната подготовка по математика в прогимназиалния етап на обучение в училище.

Предмет на изследване в дисертационния труд е процесът на формиране на функционалната математическа грамотност на ученици в прогимназиалния етап на обучение чрез иновативни и интерактивни методи на преподаване, както и въздействието на система от задачи за повишаване на функционалната математическа грамотност и творческото мислене върху определени теми от учебната програма по математика от прогимназиалния етап на обучение.

Основната цел на изследването е установяването на формираната функционална

математическа грамотност на ученици от прогимназиалния етап на обучение чрез индикатор за функционална математическа грамотност в резултат на приложената методическа система.

Основната цел на дисертационния труд е чрез прилагане на подходящи дидактически и методически подходи и инструменти да се формира функционална математическа грамотност в учениците и разработване на система от задачи по математика, които да се използват в часовете по математика в прогимназиалния етап на обучение в училище, и чрез които може да се изследва формирането на функционална математическа грамотност на учениците.

Хипотеза на изследването

Прилагането на разработената методическа система за формиране на функционална математическа грамотност ще доведе до измерими резултати от обучението на учениците по математика чрез предложения индикатор на функционална математическа грамотност и подходяща система от задачи насочени към развиването ѝ.

За постигане на целта и за проверка на хипотезата е необходимо да бъдат решени следните **задачи**:

1. Проучване, анализ и оценка на научна, методическа и педагогическа литература за:

- понятията „грамотност“, „функционална грамотност“ и „функционална математическа грамотност“ и тяхното развитие,

- нормативни документи в българското образование в средното училище относно изброените понятия;

- традиционни, иновативни и интерактивни методи на преподаване в обучението по математика, насочени към формирането на функционално математически грамотни личности.

2. Конструирание на методическа система за формиране на функционалната математическа грамотност на учениците в прогимназиалния етап на обучение.

3. Определяне на индикатор за функционална математическа грамотност на учениците в прогимназиалния етап на обучение.

4. Създаване и апробиране в условията на педагогическия експеримент на методическа система за формиране на функционална математическа грамотност на учениците.

5. Сравнителен анализ и оценка на резултатите от емпиричното изследване, обобщение, както и сравнение на резултатите между НВО по математика в края на VII клас и международното оценяване PISA по някои от задачите.

Първа глава: Теоретични основи на дисертационния труд

В първа глава на дисертационния труд е представена предварително проучена, анализирана и систематизирана педагогическа и методическа литература, която е свързана с функционалната математическа грамотност. Анализирани и оценени са някои задачи от НВО по математика в края на VII клас и от PISA и е потърсено сравнение на функционалната математическа грамотност по някои задачи.

1.1. Грамотност – определение и видове

Според първия статистически сборник на Княжество България [47], издаден през 1897 г. от Статистическо-топографическото отделение при щаба на армията със съставител

капитан Атанасов, преброяването през 1888 г. отчита като грамотно население на България (което може да чете и да пише) едва 10,71%, а през 1893 г. то достига 15,64%.

За покриване нуждите на бързо индустриализиращата се икономика след 09.09.1944 г. в българското образование се развиват инженерните и точните науки (математика, физика, химия, в по-късен етап информатика). Но проблемът е, че основната цел на образованието е да се произведе елит от специалисти в тези области, докато на масата учащи не се обръща такова сериозно внимание. [Петров, 2014]

От проследяването на хронологията на грамотността може да се направи извод, че в основата на образователния процес стои именно терминът „грамотност“. Дори и през миналия XX век все още е в сила становището, изречено от реформаторите, че „грамотни са всички онези лица, които могат да четат и пишат на родния си език. Тази грамотност много често се нарича традиционна, прагматична и функционална“ [Бижков, 2007].

Резолюция 56/116 от 2002 г. на ООН [51] признава мястото на грамотността в основата на ученето през целия живот, удостоверяваща, че: „грамотността е от решаващо значение за придобиването от всяко дете, младеж и възрастен на основни житейски умения, които им позволяват да се справят с предизвикателствата, пред които могат да се сблъскат в живота, и представляваща съществена стъпка в основното образование, което е незаменимо средство за ефективно участие в обществата и икономиката от XXI- ви век.“

Съвременната интерпретация на функционалната грамотност е представена в Декларацията на ООН за Десетилетието на грамотността, която обяснява, че в новите условия на живот понятието „грамотност“ става изключително сложно и показва как грамотността влияе върху промяната в личното и националното благосъстояние. Основните умения са само предпоставка за по-нататъшно развитие. Следващата цел е да се гарантира, че хората трябва да могат да „... функционират пълноценно и ефективно като членове на общността, родители, граждани и работници, т.е. говорим за постигане на функционална грамотност – за разлика от елементарната (основната) грамотност“ [52].

Грамотността е предмет на подробно обсъждане в Education for All Global Monitoring Report, 2006, Chapter №: Understandings of literacy [53]. В този текст се смята, че вместо да се превръща в самоцел, грамотността през XXI век трябва да бъде разглеждана като начин за получаване от човека на социална, гражданска и икономическа роля, която да надхвърля границите на обучение в умения за четене и писане [Радев, 2015].

Като разновидност на понятието грамотност се срещат понятията *начална* грамотност, *вторична* грамотност и все по-често се говори за *базова* грамотност, за *функционална* грамотност и за *комплексна* грамотност [57].

Началната грамотност свързва етапа от овладяване на четенето и писането с разбиране на прочетеното и написаното, т.е. овладяването на кода за преход от графичните знаци към звуковата форма на думата при четенето и обратно – от звуковата форма към графичната при писането.

Под базова грамотност се разбира онова минимално равнище, което е достатъчно за самостоятелно четене като целта е самообразование.

В същността на комплексната грамотност се включва изградената компетентност за създаване, разбиране, тълкуване и поставяне на критическа оценка на конкретна писмена информация. Този вид грамотност може да се съотнесе с уменията, които се очаква да са придобили учениците в края на началния етап на основното образование в съответствие с държавните образователни стандарти. До известна степен и с изричното уточнение за

разликата в целите, фокуса и обема на понятията, това са и уменията, които демонстрират лицата, които достигат първо ниво в международното оценяване PISA.

1.2. Функционална грамотност – определение и етапи в развитието на понятието

В тази част се изследва развитието на понятието „функционална грамотност“. Според [Ермоленко, 2015] има следните етапи в развитието на понятието:

Eman 1 – от края на 60-те до началото на 70-те години на XX век функционалната грамотност се разглежда като допълнение към традиционната грамотност.

Eman 2 – от средата на 70-те до началото на 80-те години на XX век – функционалната грамотност се отделя от традиционната грамотност, разширява се състава и съдържанието на функционалните знания, появява се идея за променливостта на функционалната грамотност в контекста на социалните промени.

Eman 3 – от средата на 80-те до края на 90-те години на XX век – установява се връзка между функционалната грамотност и нарастващото ниво на владение на писменото слово и общото образование, осъзнаване на ролята ѝ като основа на обучението през целия живот и формирането на личността.

Eman 4 – от началото на XXI век – осъзнава се функционалната грамотност като гарант за жизнената дейност на човека, като средство за успешен живот в променящия се свят; подчертава се ролята на функционалното четене като средство за развитие на функционалната грамотност.

За ЮНЕСКО *„функционално грамотен е този, който може да участва в дейности, в които грамотността е условие за ефективно функциониране на неговата група и общност и която му дава възможност да ползва четенето, писането и смятането за своето усъвършенстване и за развитието на общността“* [57].

Формирането на функционална грамотност започва още в начална училищна възраст. В рамките на тази образователна степен под понятието „функционална грамотност“ се разбира способността на личността да открива, подбира, извлича, анализира и синтезира информация от различни по своя характер източници и да я използва за създаване на текст в зависимост от конкретния контекст за постигане на дадена цел.

С оглед на приетото през 1978 г. определение за функционална грамотност от страна на ЮНЕСКО, се приема твърдението, че *„функционално грамотен е този, който може да участва в дейности, в които грамотността е условие за ефективно функциониране на неговата група и общност и която също така му дава възможност да използва четенето, писането и смятането за своето усъвършенстване и за развитието на общността“* [Георгиева, 2005].

Според А. Леонтиев [Леонтиев, 2003] *„Функционално грамотен е човек, който е в състояние да използва всички знания, умения и способности, придобивани през целия живот, за решаване на най-широк кръг от житейски задачи в различни области на човешката дейност, общуване и социални отношения.“*

Формирането на функционалната грамотност е процес, който започва най-напред от семейството, след това преминава през училището и накрая се стига до личностната реализация на индивида [Бижков, 2004].

Според Е. Азимов [Азимов, 2009] *„За разлика от елементарната грамотност като способност на човек да чете, разбира, съставя кратки текстове и извършва прости аритметични операции, функционалната грамотност има ниво на знания, умения и способности, което*

осигурява нормалното функциониране на индивида в системата на социалните отношения и се счита за минимум, необходим за осъществяване на живота на индивида в определена културна среда“.

Според С. Крупник [Крупник, 2003] функционалната грамотност е „способността на дадено лице да влиза в отношения с външната среда и да се адаптира и да функционира в нея възможно най-бързо.“

А. Хуторский [Хуторский, 2003] подчертава, че структурата на образователните компетентности включва и компонентите на функционалната грамотност като интегративна характеристика на нивото на обучение на ученика, но не се ограничава до тях.

О. Лебедев [Лебедев, 2007] разглежда функционалната грамотност като един от индикаторите за нивото на образование в рамките на компетентностния подход. Той смята, че задачата за определяне на функционалната грамотност на човек е да идентифицира способността за решаване на функционалните проблеми, които той среща, базирани на дейности като образование по предмета, комуникация, социални дейности, самоопределяне, включително професионален избор.

Дефиницията за функционална грамотност в изследването PISA е изложено в основния въпрос, на който отговаря изследването: „Притежават ли 15-годишните ученици, завършили задължително общо образование, знанията и уменията, необходими за пълноценно функциониране в съвременното общество, т.е. за решаване на широк кръг от проблеми в различни сфери на човешката дейност, общуването и социалните отношения?“ [50]

В резултат на проучванията на педагогическа и методическа литература могат да се идентифицират следните отличителни черти на функционалната грамотност:

1. фокусът е върху решаването на ежедневни проблеми;
2. характеризира личността, която се разкрива в конкретни социални обстоятелства;
3. връзка с решаването на стандартни (стереотипни) задачи;
4. винаги е свързана с основно ниво на умения за четене и писане;
5. има смисъл в контекста на проблема за намиране на начини за ускоряване на ликвидирането на неграмотността.

1.3. Функционална математическа грамотност

Проблемът за формирането на функционалната математическа грамотност на учениците започва активно да се изследва в началото на века.

Американският изследовател L. Steen [Steen, 2001] отбелязва нарастващото значение на изучаването на функционалната математическа грамотност през този период и дава различни аргументи в полза на развитието ѝ.

E. Dubinsky [Dubinsky, 2000] посочва необходимостта да се вземе предвид нивото на развитие на абстрактното мислене за математическата грамотност.

J. Kilpatrick [Kilpatrick, 2001], обобщавайки изследванията от началото на века върху развитието на функционалната математическа грамотност, призовава за реформиране на математическото образование в съответствие с изискванията на нивото на съвременните информационни технологии и нуждите на учениците.

Монографията на Ю. Соломон [Solomon, 2009] е посветена на изследването на функционалната математическа грамотност на ученици от различни възрасти от началното училище до университета.

М. Niss и Т. Højgaard [Niss, 2019] отбелязват нещо различно – математическата грамотност не трябва да се бърка с математическата компетентност или да се счита за една от видовете компетентности.

Статията на I. Gal, A. Grotlüschen, D. Tout, G. Kaiser [Gal, 2020] е посветена на социалните аспекти на функционалната математическа грамотност като разглежда уязвимостта на възрастните, свързана с липсата на математическа грамотност, както и възможностите за обучение на възрастните на такава грамотност.

Редица автори като F. Gabriel, J. Signolet, M. Westwell [Gabriel, 2018], F. Gabriel, S. Buckley, A. Barthakur [Gabriel, 2020], S. Hiller, A. Kitsantas, J. Cheema, M. Poulou [Hiller, 2021] свързват трудностите при овладяване на функционална математическа грамотност с феномена „страх/омраза от математиката“, както и с такива психологически явления като самочувствието на учениците, способността за саморегулиране в ученето.

Редица статии са посветени на проблемите на подготовката на учителите за обучение на учениците по функционална математическа грамотност. М. Genc, A. K. Erbas [Genc, 2019], както и С. Arslan, G. Yavuz [Arslan, 2012] изследват идеите на учителите по математика за тази грамотност. Статията на О. Bolstad [Bolstad, 2020] е посветена на изследването на особеностите на работата на учителите при обучението на учениците по функционална математическа грамотност. U. Umbara, D. Suryadi [Umbara, 2019] предлагат тя да се тълкува от гледна точка на обучението на учители. S. Sevinc, R. Lesh [Sevinc, 2018] описват курс за учители, базиран на идеите за моделиране и за създаване на математически задачи, свързани с реалния живот.

За първи път английският термин „mathematical literacy“ („математическа грамотност“) се появява през 1944 г., когато комисията на Националният съвет на учителите по математика (National Council of Teachers of Mathematics – NCTM – НСУМ) поставя изискване училището да предоставя функционална математическа грамотност на всички, които са способни да я овладеят. [Niss, 2020].

В стандартите на НСУМ, оригиналният модел на понятието „функционална математическа грамотност“ е предложен от D. K. Pugalee [Pugalee, 1999] чрез следната схема:



Фигура 1 Схема на Pugalee

През 2005 г. Lange, в статия [Lange, 2005] (също К. Stacey [Stacey, 2011]), дава подробно описание на понятието „функционална математическа грамотност“, базирано на дефиницията, формулирана от ОИСР за изследването PISA: „Математическата грамотност е способността на индивида да идентифицира и разбира ролята, която математиката играе в света, да прави добре обосновани преценки и да се занимава с математика по начини, които

отговарят на нуждите на настоящия и бъдещия живот на този индивид като конструктивен, загрижен и отразяващ се гражданин.“ [54]

Lange [Lange, 2006] въвежда понятието „пространствена грамотност“ и изгражда йерархия, където понятието „функционална математическа грамотност“ включва пространствената грамотност, цифровата грамотност и количествената грамотност, която също включва функции, отношения и вероятност (фигура 2).



Фигура 2 Понятието „функционална математическа грамотност“ според Lange

Определението на Г. Ковалева [Ковалева, 2005] за функционалната математическа грамотност е „способност на човека да определя ролята на математиката в света, в който живее, да изказва добре обосновани математически преценки и да използва математиката по такъв начин, че да удовлетворява настоящите и бъдещите нужди, присъщи на творческата, заинтересована и мислеща личност.“

Накратко казано, за да са функционално математически грамотни, учениците трябва първо да умеят да използват наученото учебно съдържание по математика, да формулират с помощта на математическия език разпознатата от тях ситуацията или проблем. Новополучената математическа задача, трябва да бъде решена с помощта на математическите понятия, алгоритми и процедури, които са преподавани в училище. Освен това накрая ученикът трябва да прецени математическото решение, като интерпретира резултатите в контекста на първоначалната ситуация.

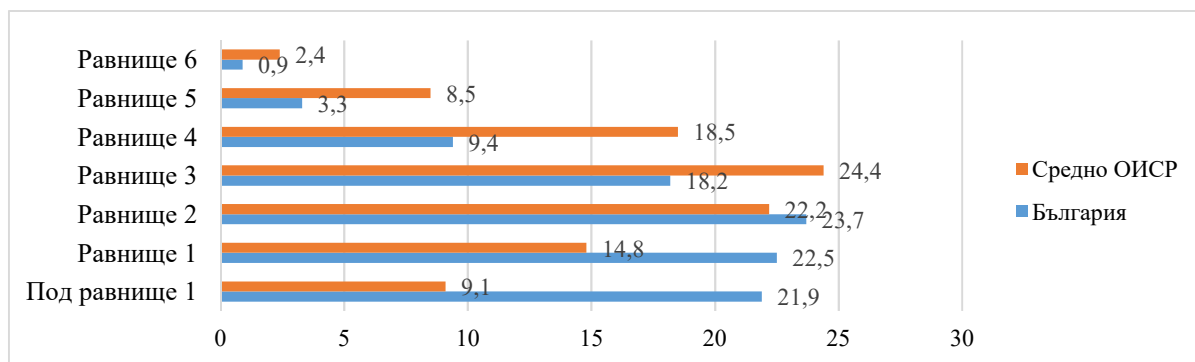
За да може обучението в основната степен на образование (прогимназиалния етап на обучение) да се превърне в завършена работа, е необходима методическа система за обучение на учениците по математика, която да отговаря на съвременните изисквания. Нейните цели са да осигури непрекъснат и последователен характер на обучението по математика по време на прехода от началния етап на обучение към прогимназиалния и да формира образователен резултат от интегративен характер, т.е. функционална математическа грамотност.

1.4. PISA

Програмата за международно оценяване на учениците (PISA) е разработена от Организацията за икономическо сътрудничество и развитие (ОИСР) през 90-те години на XX век като периодично международно стандартизирано оценяване на 15-годишните ученици. В

допълнение към основните грамотности (четивна, математическа и природонаучна) през годините се добавят и иновативни области – решаване на проблеми и финансова грамотност (2012 г.), решаване на проблеми чрез сътрудничество (2015 г.), глобални компетентности (2018 г.) и творческо мислене (2021 г. – 2022 г.).

На фигура 3 е представено разпределението на резултатите на българските ученици по равнищата на скалата от оценяването през 2018 г., сравнени със средните резултати от ОИСР [48], [49], [ЦОПУО, 2021].



Фигура 3 Разпределение на учениците по равнища на скалата в PISA 2018

Прави впечатление, че 68% от българските ученици, участвали в оценяването през 2018 г. в частта за функционална математическа грамотност, достигат едва до трето равнище, докато при останалите страни това е 46%.

Къде се намира България спрямо останалите страни в това международно оценяване през годините? Представянето е посочено на следната диаграма (фигура 4) [ЦОПУО, 2022]:



Фигура 4 Сравнение на средния резултат от оценяванията от 2006 г. до 2018 г.

Резултатите от участието на България в PISA показват, че 15-годишните участници не се справят с логически въпроси с повишено ниво на сложност. Международното оценяване PISA разкри следните най-големи дефицити при учениците:

- не умеят да работят добре с обемни текстове;
- трудно се справят със задачи, в които трябва да се вземат предвид много условия;

- изпитват проблеми при работа с интегрирани задачи, в които е необходимо прилагане на знания от няколко учебни предмета;
- затрудняват се, ако е необходимо да се направи извод.

1.5. Държавни образователни стандарти и функционална математическа грамотност

Проучени и анализирани са нормативни и стратегически документи като Закон за предучилищно и училищно образование, Стратегическа рамка за развитие на образованието, обучението и ученето в Република България (2021-2030), Национална стратегия за насърчаване и развитие на грамотността (2014-2020 г.), Национална стратегия за учене през целия живот (2014 – 2020), държавни образователни стандарти и други.

На 24.02.2021 г. е проведено заседание на Министерски съвет и с Протокол № 13 е приета Стратегическата рамка за развитие на образованието, обучението и ученето в Република България (2021-2030 година) [58]. Заедно със Стратегията за развитие на висшето образование в Република България (2020-2030 година) [59] очертават общата рамка за развитие на образованието, обучението и ученето в Република България до 2030 година.

Стратегията [58] отчита факта, че в 10-годишния период ще се обучават деца и ученици, чиято личностна и професионална реализация ще е в следващите поне 5 десетилетия, както и отговорността на този процес.

В Закона за предучилищно и училищно образование [55] се акцентира върху развитието на знанията и на уменията, прави се референция към „ключовите компетентности за учене през целия живот“, като се въвежда съответно и понятието „ключови компетентности“.

В Наредба № 5 за общообразователната подготовка [56] само някои компетентности са обвързани с конкретни учебни предмети, което не предполага пълноценното им развитие в учебния процес и би могло да ограничи учителите при формирането на онези компетентности в учениците, които са значими за тях.

Аналогично стои въпросът и за грамотността. Единствено учебният предмет български език и литература изгражда основата на компетентностите по български език и на грамотността за четене и е пряко свързан с постигането на базовата, функционалната и комплексната грамотност.

В новите учебни програми по математика за прогимназиалния етап, които влизат в сила по етапно от учебната 2021/2022 година, основната промяна се състои в добавянето на компетентности като очаквани резултати от обучението и които предполагат от учителите да насочат учениците към формиране на функционална математическа грамотност. Именно чрез допълването с тези акценти се очаква като резултат формирането на функционална математическа грамотност на учениците от прогимназиалния етап на обучение, както и насочване на учителите при планиране на работата им.

Все още продължават твърденията, че часовете са малко, а учебният материал е много. За съжаление голяма част от учителите продължават да приемат за основен документ учебника (най-често на определено издателство), а не утвърдената учебна програма. Учебникът е виждането на екипа от автори за представянето на съдържанието на учебната програма и понякога в него има съдържание над нивото на самата учебна програма. В този смисъл е и фактът, че не всички урочни единици от учебника са задължителни, както и това, че могат да бъдат обединени при преподаването на учебното съдържание. Това налага в началото на

учебната година учителят да планира своята работа съобразно учебната програма и нивото на знанията и уменията на учениците, на които преподава, както и да планира подходящи подходи и методи за преподаване.

1.6. НВО по математика в края на VII клас и PISA – сравнение по някои задачи относно функционалната математическа грамотност

В резултат на сравнението на постиженията върху някои задачи от посочените оценявания в дисертационния труд е констатирано, че близо половината ученици, участвали в НВО в VII клас по математика, вероятно имат проблеми с умението за четене и разбиране на съдържанието на текстови задачи, както и че не могат да формулират ситуация на езика на математиката, да прилагат математически понятия и алгоритми, да интерпретират, да използват и да оценяват получени резултати.

Направен е извод, че все още преобладава възпроизвеждане на запаметени понятия и алгоритми, че основни знания от началото на прогимназиалния етап на обучение остават като такива в конкретната учебна година и това рефлектира върху формирането на функционална математическа грамотност на учениците.

Резултатите от проведените национални външни оценявания по математика през последните години показват, че в основата на функционалната математическа грамотност на учениците трябва да са основните знания и умения. Ученикът няма да може да реши задача с практическо съдържание, ако няма изчислителни умения, не знае как да извършва действия с дробни, как да намира процент от число, ако не знае формули по геометрия, не разбира значението на термините „събитие“ или „вероятност на събитие“.

Изводи от първа глава

Понятията „грамотност“ и „функционална грамотност“ имат своята историческа същност и развитие, обусловени от времето, обществото и научния прогрес.

С навлизането на нови и различни технологии в ежедневието да си функционално грамотен придобива ново значение, тъй като проблемните ситуации, които трябва да бъдат решени, изискват адекватни знания и умения от личността.

Промяната в тълкуването на понятието „функционално грамотен“ налага промени в нормативните документи, свързани с образованието на учениците – учениците трябва да придобият такива знания и умения, че да могат да ги прилагат за решаването на непознати реални ситуации. Ето защо актуалната задача на учителите по математика е да формират основни математически умения при всички ученици чрез различни методи за придобиване на функционална математическа грамотност.

При теоретичното проучване е установен малък брой на научните изследвания и публикации за функционалната математическа грамотност в прогимназиалния етап на обучение в българското училище. Това наложи да бъдат потърсени методи за формирането ѝ, появили се в резултат на развитието на технологиите и обществото.

Втора глава: Методи за формиране на функционална математическа грамотност

В тази глава са представени методи за обучение и преподаване, които основно прилагат учителите в образователния процес по математика, както и такива, свързани с компетентностния подход в обучението, обърнатата класна стая, метод на интелектуалните карти, кейс-метод, проектно-ориентираното и проектно-базираното обучение и водещи до ефективни крайни резултати в обучението и до формиране на функционална математическа грамотност.

2.1. Методи за обучение и преподаване – същност и класификация

Посочени са в дисертационния труд същността и различните класификации на методите.

Според Ю. Бабанский [Бабанский, 1980] методът е взаимосвързана дейност между обучаващия и обучаваните, която е насочена към решаване на образователни, възпитателни и развиващи задачи в процеса на обучението.

Според други учени, методът характеризира начина, по който се осъществява взаимодействието между преподаването и ученето (И. Лернер, Н. Савин, Ив. Харламов, А. Громцева и др.).

Според И. Лернер [Лернер, 1981] методът на обучение изисква взаимодействие между учителя и ученика, така, че при неговото протичане учителят да организира дейността на ученика над изучавания обект. В резултат от проведената дейност се реализира процесът на усвояване на съдържанието от ученика.

В дисертационния труд се приема, че *„методът е система от правила и способности на подхода към изучаването на явленията и закономерностите на природата, обществото и мисленето; път, начин за постигане на определени резултати в познанието и практиката.“* [Андреев, 2001]

Изследванията показват, че ефектът от използването на познавателните методи в учебния процес е двустранен. От една страна, колкото по-добре се използват методите в процеса на обучение, толкова по-бързо и лесно учениците усвояват знанията и уменията. От друга страна те постепенно усвояват и самите методи. Затова в обучението по математика тези методи се третираат и като средство и като цел. [Ганчев, 1996]

И. Иванов [Иванов, 2005] разграничава директивни и интерактивни методи. Директивните са концентрирани върху учебното съдържание и тяхната роля в обучението е съществена, тъй като нито учебното време, нито възможностите на учениците позволяват през цялото обучение в училище те да достигат по самостоятелен път до фактите, идеите и закономерностите, заложи в учебните програми. Интерактивните методи са ситуационни методи, дискуссионни методи и опитни (емпирични) методи.

След проучване на научна литература може да се направи и разделение на още две големи групи видове методи на обучение – пасивни и активни.

Пасивният модел включва предаването на знания от учител на ученик предимно чрез лекция и изучаване на материала в учебника, но обратната връзка с учениците е слаба и липсват творчески задачи.

Активните методи на обучение стимулират когнитивната активност и творческите способности на учениците. Ученикът в този случай е активен участник в учебния процес, но той взаимодейства предимно само с учителя.

2.2. Иновативни и интерактивни методи за преподаване и обучение по математика

Проучени и разгледани са традиционния и интерактивния образователен модел, както и е направено сравнение между тях [Иванов, 2005].

При традиционния образователен модел информацията се усвоява и е необходима за успешно представяне при изпитване, докато при интерактивния образователен модел ученикът е осъзнал потребността от нея. При интерактивния модел проблемите се идентифицират и решават в динамична обкръжаваща среда за разлика от статичната и структурирана среда при традиционния модел.

В двата модела има разлика и във взаимодействието между „учител-ученик“, тъй като при интерактивния модел се работи в екип. В традиционния модел учителят прави индивидуалните оценки и обратната връзка, докато при интерактивния модел дейността на участниците е съвместна.

След проучване на педагогическа и методическа литература са описани са следните подходи и методи:

2.2.1. Компетентностен подход в обучението

Компетентностният подход се фокусира върху резултата, но резултатът не като сума от усвоена информация, а като комплекс от умения за действие в различни нестандартни ситуации. [Иванов, 2005]

Може да се обобщи, че компетентностният подход е съвкупност от общи принципи, които определят целите на математическото образование, организирането на учебния процес и оценката на образователните резултати. Смисълът на математическото образование е да развие в учениците способност за самостоятелно решаване на проблеми в различни дейности, основани на използването на житейския опит. Оценката на образователните резултати е основата за анализ на нивото на образование.

Всички търсения на нови подходи и методи на преподаване се свеждат най-често до едно – търсене на форми на занятия, в които учениците да проявят своите възможности и способности, да овладеят съответните компетентности и грамотност. Това се улеснява от използването на проектно-базираното обучение, интерактивното обучение, изследователската дейност на учениците, информационни и комуникационни технологии. [Старибратов, 2020]

2.2.2. Обърната класна стая

Терминът „обърната класна стая“ не описва един единствен модел на преподаване. Понятието е широко използвано за описание на класно-урочна система, при която уроците за нови знания се подготвят от учениците самостоятелно или вкъщи, а по време на урок се дискутират темите с учителите – задават се въпроси, правят се упражнения. Използването на метода в обучението дава възможност учениците от пасивни слушатели, които приемат учебния материал, да се превърнат в активни и творчески личности.

2.2.3. Брейн-сторминг

Това е метод за ефективно използване на ума с цел да се реши определен проблем. Целта е да се генерират повече интересни идеи за решаване на проблема за най-кратко време. Брейн-стормингът помага в ситуации, в които е наложително да се откриват креативни идеи. За да протече брейн-стормингът ефективно, е необходимо участниците в него да се придържат към определени правила, които са описани в дисертацията.

2.2.4. Метод на интелектуалните карти

Методът се основава на идеята за структуриране на знанието като общите идеи на предмета се представят под формата на графична схема/диаграма, в чиито възли са ключовите понятия, свързани помежду си чрез линии. Линиите (стрелките) символизират връзките на тези понятия. Процесът на създаване на картите е подчинен на седем основни правила според [Алексиева, 2016]. В Приложение № 3 на дисертацията е представен пример в помощ на методическата система за формиране на функционална математическа грамотност чрез метода на интелектуалните карти за намиране на обиколка и за намиране на хипотенуза на правоъгълен триъгълник.

2.2.5. Кейс-метод

Особеността на метода е в създаването на проблемна ситуация въз основа на факти от реалния живот. В Приложение № 4 е разгледан пример в помощ на методическата система за формиране на функционална математическа грамотност за използване на кейс-метода – за въвеждане на понятието „куб“ и свойствата му.

2.2.6. Проектно-ориентиран метод и проектно-базирано обучение

Според Г. Муравин [Муравин, 2018]:

- проектно-базирано обучение е организация на образователния процес, насочена към решаване на приложни проблеми от учениците въз основа на самостоятелно събиране на информация и интерпретация, задължително обосноваване и коригиране на последващи продуктивни учебни дейности, самооценка и представяне на резултата.

- проектно-ориентираният метод е целенасочена, като цяло самостоятелна дейност на учениците, осъществявана под ръководство на учител, насочена към решаване на изследователски или обществено значим проблем и към получаване на конкретен резултат под формата на материал или идеален продукт.

Основните изисквания за използване на проектно-ориентирания метод могат да се обобщят като:

1. Наличието на проблем/задача, която е значима в изследователски, творчески план, изискваща интегрирано знание, изследователско търсене на решението.
2. Практическа, теоретична, познавателна значимост на очакваните резултати.
3. Самостоятелни (индивидуални, по двойки, групови) дейности на учениците.
4. Структуриране на съдържанието на проекта (посочване на поэтапните резултати).
5. Използването на изследователски методи: дефиниране на проблема,

изследователски задачи, произтичащи от него, издигане на хипотеза за тяхното решаване, обсъждане на изследователски методи, проектиране на крайните резултати, анализиране на получените данни, обобщаване, коригиране и заключения. Използване в хода на съвместно изследване на метода „мозъчна атака“, статистически методи, творчески доклади, разглеждане на презентации.

Изводи от втора глава

Методите на обучение са тясно свързани помежду си, но всеки е в някаква степен обособен от останалите. Доброто познаване на предимствата и недостатъците на традиционните методи на обучение е предпоставка за ефективно обучение, а разработването и прилагането на нови, ще доведе до обогатяване на образователния процес по математика и формиране на функционална математическа грамотност при учениците. Използваните методи от учителя трябва да са адекватни на поставените образователни цели, както и на развитието на съвременното общество и дигиталния свят, за да може в края на обучението си всеки ученик да е функционално математически грамотна личност.

Трета глава: Методическа система за формиране на функционална математическа грамотност

В трета глава е представен модел за методическа система за формиране на функционална математическа грамотност на учениците, описани са целите, структурата и основните компоненти на модела, заедно със система от задачи. Представена е методика за изчисление на индикатор на функционалната математическа грамотност на учениците. Описани са форми, чрез които може да се повиши функционалната математическа грамотност на учениците – чрез решаване на различни видове задачи и чрез четене на текст.

3.1. Модел на методическа система за формиране на функционална математическа грамотност

Според Н. Дударева [Дударева, 2021] моделът за формиране на функционална математическа грамотност съдържа четири взаимосвързани и взаимозависими части: целева, съдържателна, дейностна и контролно-резултатна.

Така предложеният от мен модел за формиране на функционално математическа грамотност при учениците от прогимназиалния етап на обучение (фигура 5) се основава на идеите на Дударева относно частите и компонентите. На всеки от тях (част и на всеки компонент от съдържателната част) в дисертацията съм посочила кратко описание на съдържанието при представянето.

Целева част	Цел: формиране на функционална математическа грамотност на учениците	
	Задачи: 1. Знанията и уменията на учениците да се усвояват по такъв начин, че да формират функционална математическа грамотност в учениците. 2. Използване на знания и умения за решаване на реални ситуации от живота. 3. Формирането на функционалната математическа грамотност да се осъществява на спираловиден принцип в различните класове, етапи и степени на обучение.	
Съдържателна част	Компоненти на функционалната математическа грамотност на учениците	
	Когнитивен – необходимите математически знания за решаване на реални ситуации от живота.	
	Дейностен – необходимите умения за решаване на реални житейски ситуации.	
	Прогностичен – отношението към математиката и разбирането на възможността за използването ѝ в другите предметни области за решаване на практически ситуации.	
	Рефлексивен – способността да се анализира и оценява полученото решение и използваните математически модели, както и способността да се правят корекции в тях.	
Дейностна част	Подходи	лично ориентиран
		системно-дейностен
		интегративен
		компетентностен
	Общи дидактически принципи	научност
		последователност
		нагледност
		отчитане на възрастовите особености на учениците
		непрекъснатост
		приемственост и др.
	Конкретни методически принципи	последователност
		активност
		практическа насоченост на обучението
	Форми на обучение	индивидуална
		групова
	Методи	традиционни
		активни
		интерактивни
		проектно-изследователски
		евристични
		обърната класна стая и др.
	Средства за обучение	казуси
		междупредметни и практически ориентирани задачи
		проекти
		проблемни ситуации

Контролно-резултатна част	Вид компонент	Съдържание:
	когнитивен компонент	обем на усвоените математически знания, свързани с очакваните резултати на ниво учебна програма и тяхното постигане и значимост
	дейностен компонент	степен на готовност за прилагане и използване на математически инструменти за решаване на житейски проблеми, способност за интерпретиране на получените резултати според поставения проблем
	прогностичен компонент	разбиране на значението на математическите знания за решаване на житейски проблеми и степен на мотивацията за успешното изпълнение на необходимите дейности
	рефлексивен компонент	степен на формиране на способността за прилагане на математически знания и алгоритми в нестандартни и непознати ситуации, търсене на математически решения на базата на трансформация на придобитите знания

Фигура 5 *Модел за формиране на функционална математическа грамотност при учениците*

Обучението по математика, което допринася за формирането на функционална математическа грамотност, условно може да се раздели на три взаимосвързани етапа като всеки от тях е обусловен от съответния етап на образование в България:

Етап 1 – предучилищно образование и начален етап;

Етап 2 – V – VII клас – прогимназиален етап;

Етап 3 – VIII – X клас – първи гимназиален етап.

Формирането на функционална математическа грамотност се извършва спираловидно – в рамките на всеки етап първо се изучават знанията, които съставят когнитивния компонент. На всеки следващ етап наборът от обекти, върху които се въвежда понятието, се разширява и нараства нивото на строгост при изучаването на математическите понятия. На всеки етап е необходимо да се формира положителна мотивация на учениците при изучаване на математиката и прилагане на придобитите знания и умения, ценностно отношение към математическата дейност чрез придаване на личен смисъл на задачите.

3.2. Методическа система, използвана в часовете от учителите за формиране на функционална математическа грамотност

В предложената система може да се разграничат два вида уроци:

1. **уроци за разработване на модели** – тяхната цел е първо да се разкрият предишните знания на учениците, а след това чрез тях и разработването на модел да се формира и развие функционална математическа грамотност на учениците за важни математически идеи, свързвайки ги с други математически знания. Възможните етапи са:

- преди урока – учителят извършва предварително оценяване чрез домашна работа, която поставя на учениците. Задачите от домашната работа са диагностични и имат за цел да разкрият нивото на знанията и уменията на учениците по дадена тема. Учителят трябва да прегледа и анализира отговорите на учениците, за да придобие общ поглед върху знанията и уменията им. Вместо да оценя домашната работа учителят може да запише въпроси, които ще помогнат на учениците да разсъждават върху конкретни проблеми при работата им през предстоящия час.

- по време на урока – учениците трябва да решат задача/проблем, като трябва да се илюстрират техните идеи и начини на мислене. Учителят така трябва да подбере задачите, че учениците сами могат да разберат грешките си в домашната работа и това да породи дискусия за търсене на вярното решение. По време на работата на учениците учителят трябва да ги слуша внимателно и може да използва въпросите, които си е записал по време на проверката на домашната работа, за да насърчи дейността им. Урокът може да завърши чрез споделяне на различните разбирания и чрез обобщаване на наученото.

- в края на урока – учениците получават домашна работа, подобна на тази преди урока, за да демонстрират наученото си от участието в урока.

2. уроци за решаване на проблеми – тяхната цел е чрез прилагане на математически знания в непознати ситуации да се формира и развие функционалната математическа грамотност на учениците. Дизайнът на урока е изграден върху примерна работа на учениците, която е предоставена. Учениците трябва да сравнят различните начини за решаване на проблема, да ги разберат и довършат. Етапите могат да са:

- преди урока – поставя се домашна работа чрез задача, предназначена да разкрие възможностите на учениците при решаването на проблеми. Задачата остава на фокус през целия урок. Учителят трябва да дава обратна връзка на учениците чрез въпроси, които ще насочат вниманието им към стратегии за решаване на проблеми.

- по време на урока – учениците започват работата си като преглеждат собствените си решения на задачата, но от гледна точка на поставените от учителя въпроси. След това учениците се разделят на екипи от 2 или 3 ученици като се дават някои примерни отговори на други ученици по същия проблем, които да обсъдят. Ролята на учителя е да наблюдава екипите, да търси различни подходи и да подкрепя колективното решаване на проблема. След приключване на работата екипите обясняват своята работа. Примерните отговори, които се дават от учителя, съдържат набор от подходи на различни нива по отношение на пълнота на решението и на математическа сложност (друг подход е размяната на решенията от един екип към друг). Учениците трябва да анализират работата, да сравнят решенията и да коментират силните и слабите страни.

- след урока – учениците отново работят сами, за да подобрят индивидуалните си решения на задачата и/или да се включат в окончателна рефлексия върху това, което са научили.

3.3. Система от задачи, използвани в часовете от учителите за формиране на функционална математическа грамотност

За формиране на функционалната математическа грамотност на учениците са предложени практически ориентирани ситуации, които могат да бъдат решени с помощта на знанията и уменията, придобити в часовете по математика. В голямата си част ситуациите са

или лични или социални, поради което са интересни и подходящи за учениците. Структурата на задачите е:

- описание на ситуацията, към която се предлагат въпроси.
- информацията в задачата е представена чрез различни форми: числова, текстова, графична (графика, диаграма, схема и т.н.).

Задачите не съдържат преки указания за метода, правилото или алгоритъма за изпълнение, което позволява да се провери доколко съзнателно учениците прилагат придобитите знания и имат ли формирана функционална математическа грамотност.

3.4. Формиране на функционална математическа грамотност чрез решаване на практически ориентирани задачи

Много често дейността на човека е свързана с търсене на решения на различни житейски ситуации. Обучението по математика включва дейности свързани със задачи за усвояване на знания и формиране на умения. Задачите са основното и най-резултатно средство за постигане, както на целите на обучението по математика, така и на общообразователните цели на обучението и възпитанието [Ганчев, 1997].

Основните критерии за съставяне на задачи за формиране и оценка на функционална математическа грамотност са:

- наличие на житейска ситуация в условието на задачата;
- възможност за превод на условията на задачата, формулирани с помощта на обикновен език, на езика на математиката;
- ново формулиране на проблема и определяне на методи за решаване на проблема.

В Приложение № 5 на дисертацията са разгледани примери на задачи в помощ на методическата система за формиране на функционална математическа грамотност за практически ориентирани задачи.

3.5. Формиране на умения за четене в часовете по математика

Едно от важните условия за формиране на функционална математическа грамотност е умението за четене. Но не само четене, а четене с разбиране, използване и осмисляне на прочетения текст за постигане на поставената цел в задачата.

В дисертационния труд са разграничени няколко вида задачи, които формират умения за четене и осмисляне на текста, като за всеки вид е посочен пример – задачи от вида „Вярно – невярно“, задачи от вида „Поставете – insert“, задачи за съответствие и задачи за попълване на липсващи думи в текст (чрез избор или чрез дописване) или зачертаване на излишните думи.

3.6. Съставяне на задачи за оценка на функционална математическа грамотност

При съставянето на задачи за оценка на функционалната математическа грамотност на учениците е необходимо да се вземат предвид характеристиките и изискванията за разработване на задачи, като особеностите са описани в дисертацията.

Всяка контролна диагностика трябва да се оцени при съставянето си по няколко елемента: структурен анализ на задачите, количеството на задачите и времето за работа,

степенуване на задачите по сложност, анализ на правилното формулиране на текстовете с цел да са разбираеми и недвусмислени, оценка на задачите, тяхната сложност и важност, както и целта на диагностиката. [Старибратов, 2021]

Въз основа на описаното до момента в дисертационния труд са представени модели, които свързват различни области от съдържанието по математика в прогимназиалния етап на обучение и проблемни ситуации. Те са структурирани в схеми, съдържащи по три нива. Възможните връзки между нивата са обозначени със стрелки, които са основата, съдържаща проблемна ситуация за разработване на задача, насочена към развиване на функционалната математическа грамотност. По този начин могат да се създават задачи чрез предложените схеми и да се улесни работата на учителя в образователния процес.

3.7. Методика за изчисление на индикатор на функционалната математическа грамотност

В дисертацията е описана методика, с чиято помощ се пресмята индикатор за функционална математическа грамотност, като

$$FML = \frac{k_1 + k_2 + a_1 + a_2 + p + r}{\text{брой показатели, които участват в изчислението}} \cdot 100\% \quad (1),$$

където k_1 и k_2 – показатели на когнитивния компонент,

$$k_1 = \frac{\text{брой придобити очаквани резултати от ученика от контролната диагностика}}{\text{брой очаквани резултати в учебната програма}}$$

$$\text{и } k_2 = \frac{\text{брой правилно решени задачи от ученика}}{\text{общ брой задачи в контролната диагностика}},$$

a_1 и a_2 – показатели на дейностния компонент,

$$a_1 = \frac{\text{брой самостоятелно решени задачи от ученика}}{\text{общ брой задачи в контролната диагностика}} \text{ и}$$

$$a_2 = \frac{\text{брой правилно записани отговори от ученика}}{\text{общ брой отговори в контролната диагностика}},$$

p – показател на прогностичния компонент,

$$p = \frac{\text{степен на активност при действията на ученика}}{\text{общ брой на действията в контролната диагностика}},$$

r – показател на рефлексивния компонент,

$$r = \frac{\text{брой правилно и напълно изпълнени алгоритми, използвани в нови ситуации, от ученика}}{\text{общ брой задачи в контролната диагностика}}$$

Въз основа на стойността на индикатора FML от (1) могат да се разграничат следните нива на формиране на функционалната математическа грамотност на учениците по следната скала:

- критично – $FML < 20\%$,
- алгоритмично-репродуктивно – $20\% \leq FML < 55\%$,
- технологично – $55\% \leq FML < 85\%$,
- продуктивно – $FML \geq 85\%$.

Изводи от трета глава

В образователния процес по математика ученикът трябва да овладее математическия език, термини, понятия, алгоритми, които ще му позволят да намира, да разбира и да трансформира през целия си съзнателен живот различна информация, в т.ч. и математическа. Тези умения са основата на функционалната математическа грамотност. Ето защо е уместно да се търсят подходи, методи и средства за обучение, които да допринасят за постигането на тази грамотност.

Четвърта глава: Анализ на реализирания експеримент

4.1. Организация и методика на експеримента

Изследването от дисертационния труд се проведе през учебните 2020/2021 и 2021/2022 година с ученици от VI и VII клас в няколко училища в страната и то по време на пандемията COVI-19. Участваха ученици, които са ученици в VI клас през учебната 2020/2021 година и в VII клас през учебната 2021/2022 година.

4.2. Представяне и анализ на резултатите от експеримента

В тази част са представени чрез таблици и графики постиженията на учениците при индивидуалното решаване на задачите. Може да се обобщи, че учениците:

- възпроизвеждат знания, но не могат да ги прилагат в непозната ситуация.
- разчитат и интерпретират информация от различни източници,
- умеят да извличат данни от графики, както и да отговарят на въпроси, свързани с тях.

4.3. Изчисляване на индикатор на функционална математическа грамотност

За всяка от задачите е изчислен индикатора *FML* и са определени стойностите по нивата на предложената скала за отчитане на формираната функционална математическа грамотност.

Обобщението по задачи и нива е направено в следната таблица.

Таблица 1 Индикатор *FML* по задачи и нива на скалата

Задача/Ниво	критично	алгоритмично-репродуктивно	технологично	продуктивно
Как да направим палачинки?	12%		88%	
Растеж на Виф	2%	8%	44%	46%
Растеж на дърво	10%	10%	40%	40%
Поръчка на такси	6,82%	4,54%	56,82%	31,82%
Изработване на кибритени клечки	5,88%	11,76%	11,76%	70,60%
Закупуване на бутилки с вода – Понеделник			18%	82%
Закупуване на бутилки с вода – Вторник	2,56%		15,37%	82,07%

Изводи и заключения

Анализът на резултатите от проведеното изследване за дисертационния труд показва, че предложената методическа система отчита формирането на функционалната математическа грамотност на учениците дори и на ниво клас и учебна програма.

От проведеното изследване могат да се направят някои изводи:

- Предложената методическа система за формиране на функционална математическа грамотност подпомага работата на учителите в часовете по математика, както и помага при констатиране и анализиране на усвоените и неусвоените знания и умения на учениците от съответната учебна програма по математика;

- Използването на предложената методическа система за формиране на функционална математическа грамотност е предпоставка за отстраняване на пропуските в знанията и уменията на учениците по определена тема, както и стимулира познавателната и творческа активност на учениците;

- Използването на методическата система показва, че прилагането на интерактивните методи за обучение по математика допринасят за формиране и повишаване на функционалната математическа грамотност на учениците.

Въз основа на направения анализ на получените при изследването резултати мога да кажа, че предложеният модел на методическа система е практически приложим и ефективен и че заложеното в хипотезата се потвърждава.

Перспективи за бъдещо развитие

Предложената методическа система за формиране на функционална математическа грамотност би могла да се адаптира и за други предмети от природонаучния цикъл, както и да бъде развита чрез допълнителни задачи и други методи за обучение, породени от развитието на технологиите и обществото.

Основни приноси на дисертационния труд

Основните приноси на дисертацията могат да се характеризират като научно-приложни и приложни.

Научно-приложните приноси на дисертационното изследване са:

НП1. Направен е анализ на същността и развитието на понятието „функционална математическа грамотност“, както и на представянето на българските ученици в международното оценяване PISA в частта по тази грамотност.

НП2. Направен е анализ на традиционни и на иновативни методи за обучение, породени от необходимостта учениците да са функционално математически грамотни.

НП3. Разработена е методическа система за формиране на функционална математическа грамотност на учениците.

НП4. Определена е методика за изчисляване на индикатор за формираната функционална математическа грамотност.

Приложните приноси на дисертационното изследване са:

П1. Направено е сравнение на функционалната математическа грамотност по някои от задачите между НВО по математика в края на VII клас и международното оценяване PISA.

П2. Извършен е педагогически експеримент за установяване на ефективността на предложената методическа система. С обработката на получените резултати се потвърждава хипотезата на дисертационния труд.

В таблица 2 са съпоставени и систематизирани приносите на дисертационния труд, решаваните задачи, съответните раздели от текста на дисертацията, в които са представени получените резултати и приноси и публикации.

Таблица 2 Приноси, задачи, публикации и мястото им в дисертационния труд

Приноси		Задача	Глава / Раздел	Публикация
Научно-приложни	НП1	1	1/1.2, 1.3, 1.4, 1.5	1, 2, 5 и 6
	НП2	1	2	4
	НП3	2	3/3.1 и 3.2	
	НП4	3	3/3.7	
Приложни	П1	5	1/1.6	2 и 5
	П2	4	4	

Публикации по темата

1. Манева, М., Сравнителен анализ на математическото съдържание в изследването PISA, е-списание „Образование в развитие“, ISSN 2603-3577, брой 3, 03.2019 г., стр. 7 – 14, http://www.eddev.eu/AttachmentsEdited/br3_M_Maneva.pdf?cls=file

2. Манева, М., Вероятности и данни в националното външно оценяване, Научна конференция „Иновационни ИКТ за дигитално научноизследователско пространство по математика, информатика и педагогика на обучението“, ISBN: 978-619-202-572-4, 2019 г., Пампорово, България, стр. 111 – 118, <http://fmi-plovdiv.org/GetResource?id=3559>
3. Манева, М., Профилирана подготовка, Научна конференция „Иновационни ИКТ за дигитално научноизследователско пространство по математика, информатика и педагогика на обучението“, ISBN: 978-619-202-572-4, 2019 г., Пампорово, България, стр. 105 – 110, <http://fmi-plovdiv.org/GetResource?id=3558>
4. Staribratov, I., M. Maneva, R. Valchev, Students knowledge evaluation as a motivating tool in Learning objectives, Pedagogy, vol. 9/2020, ISSN 1314-8540 (online), ISSN 0861-3982 (Print), стр. 1287 – 1299, <https://pedagogy.azbuki.bg/en/pedagogics/pedagogyarticle/sadarzhanie-na-sp-pedagogika-2020-g/sp-pedagogika-knizhka-9-2020-godina-xcii/>
5. Манева, М., Елементи на вероятности и данни в Националното външно оценяване и учебните програми по математика в България, International Journal Knowledge, vol. 43.2, ISSN 2545-4439, 1857-923X, стр. 361 – 364, <https://ikm.mk/ojs/index.php/kij/article/view/393/392>
6. Манева, М., Математическа грамотност и грамотност по математика, 2021 г., ISSN 1313-3330, Том с доклади от 50-та Пролетна конференция на Съюза на математиците в България, стр. 267 – 270, http://www.math.bas.bg/smb/2021_PK/tom_2021/pdf/267-270.pdf

Благодарности

Изказвам своята искрена благодарност и дълбока признателност към научния ми ръководител проф. д-р Ивайло Старибратов, за доверието в мен и подкрепата по време на творческата ми работа по дисертацията и без чиято помощ завършването на този дисертационен труд би било невъзможно. Благодаря на членовете на катедра „Обучение по математика, информатика и информационни технологии“ за отзивчивостта и насърчаването при работата по настоящия дисертационен труд. Благодаря също на учителите и на експертите от РУО за оказаната подкрепа и съдействие при провеждане на дисертационните експерименти.

Литература

1. Азимов, Э., А. Щукин. Новый словарь методических терминов и понятий (теория и практика обучения языкам). Икар, 2009.
2. Алексиева, М. Прилагане на метода на мисловните карти в обучението на студенти от хуманитарните специалности, Юбилейна научна конференция с международно участие. БСУ, 2016, стр. 234-241.
3. Андреев, М. Процесът на обучение. Дидактика, УИ „Кл. Охридски“, 2001.
4. Бабанский, Ю. Оптимизация процесса обучения, Педагогика, Москва. 1980.
5. Бижков, Г., Е. Евгениева, Тест за диагностика на грамотността. Просвета, София, 2007.
6. Бижков, Г., Ф. Стоянова, Ем. Евгениева. Равнище на грамотността на 9-10-годишните деца в света. сп. Педагогика, №12, 2004, стр. 24 – 34.
7. Ганчев, И., Й. Кучинов. Организация и методика на урока по математика. Модул, София, 1996.
8. Ганчев, И., Л. Портев, Б. Баев, П. Тодорова. Методика на обучението по математика 5-7 клас. Макрос 2000, Пловдив, 1997.
9. Георгиева, М., Р. Йовева, Ст. Здравкова. Обучението по български език и литература в началното училище. УИ „Епископ Константин Преславски“, Шумен, 2005.
10. Дударева, Н., Е. Утюмова. Модель формирования функционально-математической грамотности в процессе обучения математике. сп. Педагогическое образование в России, 2021, № 4, стр. 14 – 25.
11. Ермоленко, В. Развитие функциональной грамотности обучающегося: теоретический аспект. Электронное научное издание альманах Пространство и время. 2015, т. 8., Вып. 1: Пространство и время образования — Стационарный сетевой адрес: 2227-9490e-aprovgt_east8-1.2015.12
12. Иванов, И. Интерактивни методи на обучение. Юбилейна научна конференция с международно участие 50 години ДИПКУ – Варна на тема: „Образование и квалификация на педагогическите кадри – развитие и проекции през XXI век“, 2005
13. Ковалева, Г. PISA 2003. Результаты международного исследования. ж. Школьные технологии, № 2, 2005, стр. 170 – 188.
14. Крупник, С., В. Мацкевич. Функциональная грамотность в системе образования Беларуси. Минск, Академия последипломного образования, 2003, стр.125 – 130. ISBN: 985-6643-57-0.
15. Лебедев, О. Что такое качество образования?, ж. Высшее образование сегодня, № 2, 2007, стр. 34 – 39.
16. Леонтиев, А. Образовательная система „Школа 2100“. Педагогика здравого смысла, Баласс, 2003.
17. Лернер, И. Дидактические основы методов обучения. Педагогика, Москва, 1981.
18. Муравин, Г., О. Муравина. Проектная деятельность в обучении математике младших школьников. Москва, Российски учебник, 2018.
19. Петров, Д. Българското образование – поглед назад и напред, 2014 г., <https://offnews.bg/analizi/balgarskoto-obrazovanie-pogled-nazad-i-napred-325835.html>
20. Радев, П., Понятието „грамотност“ в актуален социокултурен аспект. Грамотността в началното училище. УИ „Св. Св. Кирил и Методий“, Велико Търново, 2015.
21. Старибратов, И. Математическите състезания – част от компетентностния подход за

- учене. V национална конференция „Педагогика на обучението по математика и информатика“, сборник доклади, Пловдив, 2020, ISBN 2534-8795.
22. Старибратов, И. От понятието абсолютна стойност до оценяване на знанията на учениците за него. УИ „Паисий Хилендарски“, 2021.
 23. Хуторской, А. Дидактическая эвристика. Теория и технология креативного обучения, изд. МГУ, Москва, 2003.
 24. Arslan, C., Yavuz G. A study on mathematical literacy self-efficacy beliefs of prospective teachers, *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 2012, Vol. 46, p. 5623 – 5625.
 25. Bolstad, O. Secondary teachers' operationalisation of mathematical literacy, *European Journal of Science and Mathematics Education*, 2020, Vol. 8 (3), p. 111 – 135.
 26. Dubinsky, E. Mathematical Literacy and Abstraction in the 21st Century. In Maggie Niess, ed., *Vision for Science and Mathematics Education in the 21st Century*. School Science and Mathematics. October, 2000.
 27. Gabriel, F., Buckley S., Barthakur A. The impact of mathematics anxiety on self-regulated learning and mathematical literacy, *Australian Journal of Education*, 2020, p. 227 – 242.
 28. Gabriel, F., Signolet J., Westwell M. A machine learning approach to investigating the effects of mathematics dispositions on mathematical literacy, *International Journal of Research & Method in Education*, 2018, Vol. 41 (3), p. 306 – 327.
 29. Gal, I., Grotlüschen A., Tout D., Kaiser G. Numeracy, adult education, and vulnerable adults: a critical view of a neglected field, *ZDM - International Journal on Mathematics Education*, 2020, Vol. 52 (3), p. 377 – 394.
 30. Genc, M., Erbas A. K. Secondary Mathematics Teachers' Conceptions of Mathematical Literacy, *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology*, 2019, Vol. 7 (3), p. 222 – 237.
 31. Hiller, S. E., Kitsantas A., Cheema J. E., Poulou M. Mathematics anxiety and self-efficacy as predictors of mathematics literacy, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 2021, p. 2133 – 2151.
 32. Kilpatrick, J. Understanding Mathematical Literacy: The Contribution of Research, *Educational Studies in Mathematics*, 2001, Vol. 47 (1), p. 101–116.
 33. Lange, J. Literacy, mathematical, *Encyclopedia of Social Measurement*. 2005. Vol. 2, p. 533 – 540.
 34. Lange, J. Mathematical literacy for living from OECD-PISA perspective - *Tsukuba Journal of Educational Study in Mathematics*. Vol.25, 2006, p. 13 – 37.
 35. Niss, M., Højgaard T. Mathematical competencies revisited, *Educational Studies in Mathematics*, 2019, Vol. 102 (1), p. 9 – 28.
 36. Niss, M., Jablonka E. Mathematical Literacy. In: Lerman S. *Encyclopedia of Mathematics Education*. Springer, Cham, 2020, p. 159 – 163.
 37. Pugalee, D. K. Constructing a model of mathematical literacy. *The Clearing House. A Journal of Educational Strategies, Issues and Ideas*, 1999, vol. 73 (1), p. 19 – 22.
 38. Sevinc, S., Lesh R. Training mathematics teachers for realistic math problems: A case of modellingbased teacher education courses, *ZDM – International Journal on Mathematics Education*, 2018, Vol. 50 (1-2), p. 301 – 314.
 39. Solomon, Y. *Mathematical Literacy: Developing Identities of Inclusion*. – New York: Routledge, 2008.
 40. Stacey, K. The PISA View of Mathematical Literacy in Indonesia, *Journal on Mathematics*

Education, 2011, Vol. 2, p. 95 – 126.

41. Steen, L. The Case for Quantitative Literacy, Mathematics and Democracy: The Case for Quantitative Literacy. 2001, p. 107 – 117.
42. Umbara, U., Suryadi D. Re-Interpretation of Mathematical Literacy Based on the Teacher's Perspective, International Journal of Instruction, 2019, Vol. 12 (4), p. 789 – 806.

Други източници

43. ЦОПУО, Методи за оценяване на математическата грамотност в международното изследване PISA 2022. 2021.
44. ЦОПУО, Писмо РД № 12-62/16.02.2022 г. относно предоставяне на данни за резултати от НВО по математика и PISA

Интернет източници

45. Препоръка на Европейския парламент и на Съвета от 18 декември 2006 г. относно ключовите умения за учене през целия живот, ОБ L 394, 30.12.2006 г., стр. 10 – 18 , <https://eur-lex.europa.eu/eli/reco/2006/962/oj>, последно посетен 25.02.2022.
46. Препоръка на Съвета на Европейския съюз от 22.05.2018 г. за ключовите компетентности, [https://eur-lex.europa.eu/legal-content/BG/TXT/PDF/?uri=CELEX:32018H0604\(01\)&from=GA](https://eur-lex.europa.eu/legal-content/BG/TXT/PDF/?uri=CELEX:32018H0604(01)&from=GA), последно посетен 25.02.2022.
47. Първи статистически сборник на Княжество България по данни от НСИ, <https://www.nsi.bg/statlib/bg/lister.php?iid=DO-010014021>, последно посетен 25.02.2022.
48. Резултати от участието на България в Програмата за международно оценяване на учениците PISA 2018, https://corpuo.bg/upload/docs/2020-07/Pisa_2018_full.pdf, последно посетен 25.02.2022.
49. Резултати от участието на България в Програмата за международно оценяване на учениците PISA 2012 https://corpuo.bg/upload/docs/2013-12/PISA_2012.pdf - стр.14 и „Концептуална рамка на PISA 2012 за оценяване на математическата грамотност“, последно посетени 25.02.2022.
50. PISA 2018 Assessment and Analytical Framework. Paris: OECD Publishing, 2019, <https://www.oecd.org/education/pisa-2018-assessment-and-analytical-framework-b25efab8-en.htm>, последно посетен 25.02.2022.
51. <https://ru.unesco.org/themes/gramotnost-dlya-vseh>, последно посетен 25.02.2022.
52. United nations Literacy Decade: education for all; International Plan of Action : implementation of general Assembly resolution 56/116, p. 4, https://www.un.org/ru/ga/third/56/third_res.shtml, последно посетен 25.02.2022.
53. Education for All Global Monitoring Report, 2006, Chapter №: Understandings of literacy, <https://en.unesco.org/gem-report/report/2006/literacy-life>, последно посетен 25.02.2022.
54. Literacy in the Information Age OECD, 1999, <https://www.oecd.org/education/skills-beyond-school/41529765.pdf>, последно посетен 25.02.2022.

Помощна литература

55. Закон за предучилищно и училищно образование, <https://mon.bg/bg/57>, последно посетен 25.02.2022.

56. Наредба № 5 от 30.11.2015 г. за общообразователната подготовка, <https://mon.bg/bg/59>, последно посетен 25.02.2022.
57. Националната стратегия за насърчаване и развитие на грамотността (2014-2020 г.), <https://mon.bg/bg/143>, последно посетен 25.02.2022.
58. Стратегическата рамка за развитие на образованието, обучението и ученето в Република България (2021-2030), <https://www.mon.bg/bg/143>, последно посетен 25.02.2022.
59. Стратегията за развитие на висшето образование в Република България (2020-2030), <https://www.mon.bg/bg/143>, последно посетен 25.02.2022.