Р Е Ц Е Н З И Я

от дн Ангел Борисов Дишлиев – професор в
Химикотехнологичен и металургичен университет – София

на материалите, представени за участие в конкурс за заемане на академичната длъжност **„професор“** за нуждите на **катедра „Математически анализ“, Факултет по математика и информатика (ФМИ) на Пловдивски университет „Паисий Хилендарски“ (ПУ)**

област на висше образование: 4. Природни науки, математика и информатика;
професионално направление: 4.5. Математика (Диференциални уравнения)

Конкурсът за „професор“ е обявен в Държавен вестник, бр. 92 от 18.11. 2022 г., а също така и на интернет-страницата на ПУ. Единственият кандидат за участие в конкурса е **доц. д-р Атанаска Тенчева Георгиева** от същата катедра.

При изготвяне на рецензията ще използвам съответните указания на ПУ.

1. ОБЩО ПРЕДСТАВЯНЕ НА ПОЛУЧЕНИТЕ МАТЕРИАЛИ

Със заповед № РД-21-338 от 15.02. 2023 г. на Ректора на ПУ съм определен за редовен член на Научното жури на конкурса за заемане на посочената по-горе академична длъжност. На първото заседание на Научното жури бях избран да изготвя рецензия по конкурса.

Представеният от доц. Атанаска Георгиева комплект материали на електронен носител (дублиран на хартия) е в съответствие с Правилник за развитието на академичния състав на Пловдивски университет „Паисий Хилендарски“.

Кандидатът е подал за участие в конкурса общо 23 научни публикации и два учебника. Приемам за рецензиране всичките представени материали, тъй като:

- не са използвани при изготвяне на дисертацията на кандидата за придобиване на ОНС „доктор“ (2009 г.);
- не са използвани в конкурса за заемане на академичната длъжност „доцент“ (2012 г.);
- отговарят на областта на висшето образование, професионалното направление и научната специалност на рецензирания конкурс;
- резултатите, получени в различните научни трудове, представени за участие в конкурса за „професор“, не съвпадат;
- не съм забелязал и нямам съмнение за присвояване на резултатите на други автори (т.е. не съм констатирал наличие на плагиатство).

2. КРАТКИ БИОГРАФИЧНИ ДАННИ

Кандидатът за заемане на академичната длъжност „професор“ през периода 1986 г. – 1991 г. придобива ОКС „магистър“ във Факултета по математика и информатика на Софийски университет „Св. Климент Охридски“ с квалификация „математик“ и специализация “Комплексен анализ и топология”. От 1996 г. до 1999 г. Атанаска Георгиева е редовен докторант, обучавана съгласно докторска програма „Диференциални уравнения“ в катедра Математически анализ на ФМИ на ПУ. Научен ръководител е проф. д.м.н. Степан Костадинов. Темата на дисертационния труд е: „*Lp - еквивалентност между импулсни диференциални уравнения*”. Дисертацията е защитена на 02.06. 2009 г.

Накратко, професионалната й реализация е следната: От 1993 г. до 2010 г. (с три годишно прекъсване) е работила като асистент и главен асистент в Университет по хранителни технологии (град Пловдив). Прекъсването е във връзка с нейната докторантура в ПУ. От 01.04. 2010 г. тя заема длъжността „гл. асистент“ в катедра Математически анализ на ФМИ на ПУ. Следващата академична длъжност „доцент“ А. Георгиева заема през 2012 г. в област на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика, професионално направление 4.5. Математика (Математически анализ).

Основната й преподавателска дейност е свързана с подготовката на лекционния материал и четенето на лекции, както и воденето на семинарни и лабораторни упражнения по няколко математически учебни дисциплини на студенти от различни специалности в ПУ. Била е ръководител на следните лекционни курсове:

- „Математически анализ”;
- „Училищен курс по анализ“;
- „Приложна математика“;
- „Обикновени диференциални уравнения”;
- „Частни диференциални уравнения”.

Деканът на ФМИ и ръководителят на катедра „Математически анализ“ в представената за участие в конкурса: „Справка за аудиторна и извънаудиторна дейност на доц. д-р Атанаска Георгиева“ констатират следното (цитирам):

„Водените от доц. д-р Атанаска Георгиева лекции и упражнения са на високо научно и методическо равнище. Демонстрира висок професионализъм и отговорност в работата, прилага съвременни методи и похвати в преподавателската дейност“.

Нямам основания да не се съглася с направените констатации.

Нивото и достойнствата на изследователската работа на кандидата се определят най-точно и обективно чрез резултатите, достигнати в неговата научна дейност. Научното творчество на Атанаска Георгиева се помества в общо 69 научни статии. Част от тези статии са представени за:

- придобиване на ОНС „доктор“ (5 бр.);
- за заемане на академичната длъжност „доцент“ (10 бр.);
- за участие в конкурса за „професор“ (23 бр.);
- за регистрация в НАЦИД без да се използват за други цели (3 бр.);
- не са използвани (досега) по какъвто и да е повод (28 бр.).

Списанията, в които са публикувани дискутираните статии, са:

- с импакт ранг (SJR) - 41 бр.;
- с импакт фактор (IF) - 16 бр.

Допълнителна информация за качествата на списанията, където е публикувал кандидата за професор, можем да получим от класификацията на списанията по квартили:

- в квартил Q1 (4 бр.);

- в квартил Q2 (5 бр.);
- в квартил Q3 (1 бр.);
- в квартил Q4 (6 бр.).

Творчеството на доц. А. Георгиева се допълва с три учебни помагала, едното от които е представено за участие в конкурса за „доцент“, а другите 2 - в дискутирания конкурс за „професор“.

В нейната научната дейност можем да включим още:

- Участвала е с доклади на 17 международни научни конференции;
- Участвала е в 1 национален научноизследователски проект;
- Участвала е в 3 университетски научноизследователски проекта (към „Фонд научни изследвания“ при ПУ);
- Научен ръководител е на 2 успешно защитили докторанти във ФМИ;
- Научен ръководител е на 7 успешно защитили дипломанти във ФМИ;
- Рецензент е на 12 дипломни работи във ФМИ.

Обществената работа на колежката е свързана с:

- Редовно участие в комисии за провеждане на Държавни изпити и защити на дипломни работи във ФМИ;
- Редовно участие в кандидат-студентската кампания на ПУ;
- Член е на Society for Industrial and Applied Mathematics;
- Член е на American Mathematical Society;
- Референт е за Mathematical Reviews (MatSciNet).

3. ОСНОВНИ КОЛИЧЕСТВЕНИ И КАЧЕСТВЕНИ ПОКАЗАТЕЛИ ЗА ДЕЙНОСТТА НА КАНДИДАТА, ПРЕДСТАВЕНИ ЗА УЧАСТИЕ В КОНКУРСА

3.1. Публикации за участие в конкурса: Списъкът на тези публикации включва 2 университетски учебника и 23 научни публикации.

Първият от двата учебника, озаглавен *Курс по обикновени диференциални уравнения*, е с един автор (доц. А. Георгиева). Издаден е през настоящата година от Университетско издателство „Паисий Хилендарски“. Съдържанието представлява представителна извадка от основите на теорията на обикновените диференциални уравнения и се базира на авторския опит в преподаването на тази учебна дисциплина. Разгледаните теми отговарят на учебната програма за обучение на студентите от ОКС бакалавър на следните специалности:

- „Математика“, „Приложна математика“ и “„Бизнес математика“ във ФМИ на ПУ;
- „Математика и информатика, „Математика, информатика и информационни технологии“ и „Информационни технологии, математика и образователен мениджмънт“ във филиал - Смолян на ПУ.

Освен теоретичен материал, учебникът съдържа и методи за решаване на някои основни класове обикновени диференциални уравнения.

Вторият учебник, озаглавен *Математика,* е с трима автори (единият от които е А. Георгиева). Издаден е през 2004 година от изд. Блаком. Учебникът съдържа лекции и подходящи задачи за упражнения, които са съобразени с учебната програма на дисциплината „Висша математика“ за ОКС бакалавър на Технологичен факултет към Университета по Хранителни Технологии - Пловдив.

Списанията, в които са публикувани научните статии за участие в конкурса, можем да разпределим както следва:

- с импакт ранг (SJR) - 21 бр. (9 от тези публикации са в AIP Conference Proceedings);
- с импакт фактор (IF) - 8 бр.;
- квартили, в които Journal Citation Reports (JCR) на Web of Science групира научните списания: Q1 – 1 бр., Q2 – 3 бр., Q3 – 4 бр., Q4 – 4 бр.;
- реферирани в Web of Science или Scopus - 21 бр.;
- реферирани в Zentralblatt - 2 бр. (списанията от тази група не са реферирани в Web of Science и Scopus).

Ще отбележа, че посочените по-горе от мен числови данни се различават от данните, които кандидатът е представил в „*Списък на научните трудове за участие в конкурса*". По-нататък тези разлики се отразяват и при изчисляването на точките при изпълнение на минималните изисквания. По-точно разликите са както следва:

- Авторът е обявил 20 публикации в списания с импакт ранг (SJR). Пропуснал е списанието *Comptes Rendus de L'Academie Bulgare des Sciences.* Следователно публикациите с SJR са 21;
- Пропуснато е да се отбележи, че публикациите в *Studies in Computational Intelligence* са в квартил Q4. Това се отнася за четири публикации на автора, представени за участие в конкурса;
- Доц. Георгиева е написала, че списанието *Applied Mathematics & Information Sciences* през 2013 г. (годината на публикуване в това списание) е в квартил Q1. Непосредствена проверка показва, че през споменатата година списанието е в квартил Q3;
- Авторът е отбелязал, че списанието *Comptes Rendus de L'Academie Bulgare des Sciences* през 2013 г. е в квартил Q4. Непосредствена проверка показва, че през споменатата година списанието е в квартил Q2;
- А. Георгиева е декларирала, че списанието *Journal of Inequalities and Applications* през 2014 г. е в квартил Q2. Непосредствена проверка показва, че през споменатата година списанието е в квартил Q3;
- Посочено е, че списанието *Electronic Journal of Qualitative Theory of Differential Equations* през 2014 г. е в квартил Q2. Непосредствена проверка показва, че през споменатата година списанието е в квартил Q4;
- Кандидатът е отбелязал, че списанието *Mathematical Methods in the Applied Sciences* е в квартил Q2. Списанието в годината на публикуване на научната статия е в две области, едната от които е в Q2, а другата в Q1. По този повод цитирам част от Правилника за прилагане на Закона за развитие на академичния състав в Република България:

  „*При отчитане на публикация в списание, което се появява в повече от една научна област в базата данни Web of Science, се използва най-високият квартил за съответното списание за годината на публикуване*";
- Авторът е посочил, че списанието *Dynamic Systems and Applications* през 2014 г. е в квартил Q4. Непосредствена проверка показва, че през споменатата година списанието е в квартил Q2.

Съобразно броя на авторите, публикациите за участие в конкурса можем да разпределим така:

- с един автор – 1 бр.;
- с двама автори – 10 бр.;
- с трима автори – 9 бр.;
- с четирима автори – 3 бр.

3.2. Цитирания на научните трудове на кандидата: Важен фактор, отразяващ качеството на научното творчество на кандидата за заемане на академичната длъжност „професор“, е отразяването на неговите резултатите от други членове на научната общност. Отбелязаните цитирания в *Web of Science* на неговите трудове са 178. Посоченият брой цитирания е приблизителен (приближението е отдолу), тъй като са получени чрез наблюдение (което разбира се не е всеобхватно и перфектно – възможни са пропуски) на обекти, чийто брой монотонно расте във времето.

3.3. Справка за изпълнение на минималните национални изисквания: Изпълнението на минималните национални изисквания за заемане на академичната длъжност „професор“ е показано в следващата таблица:

Национални показатели	Минимален брой точки	Представени материали от кандидата	Постигнати точки
А. Дисертационен труд за присъждане на ОНС „доктор“	**50**	Дисертационен труд: Lp-еквивалентност на импулсни диференциални уравнения.	**50**
В. Хабилитационен труд (монография) или научни публикации, съответстващи на хабилитационен труд	**100**	Научни публикации в списания, реферирани в Web of Science, Scopus, Zentralblatt или Math. Rev.: Q4 2 публикации x 36 т.= 72 т.; SJR 3 публикации x 30 т.= 90 т.; Общо 162 т.	**162**
Г. Научни публикации (извън хабилитационния труд или съответните му научни публикации)	**200**	Научни публикации в списания, реферирани в Web of Science, Scopus, Zentralblatt или Math. Rev.: Q1 1 публикация x 75 т.= 75 т.; Q2 3 публикации x 60 т.=180 т.; Q3 4 публикации x 45 т.=180 т.; Q4 2 публикации x 36 т.= 72 т.; SJR 6 публикации x 30 т.=180 т.; Zentralblatt 2 публикации x 18 т.= 36 т.; Общо 723 т.	**723**
Д. Цитирания в научни издания	**100**	Представени цитирания в публикации, издадени в списания, които са реферирани в Web of Science или Scopus: 32 цитирания x 8 т. = 256 т.; Общо 256 т.	**256**
Е. Ръководство на защитили докторанти, участие в национални проекти и публикувани учебници	**100**	Защитили докторанти: 2 доктор. x 50 т. = 100 т.; Национални проекти 1 проект x 10 т. = 10 т.; Публикувани учебници: 1 учебник x 40 т. = 40 т.; 1 учебник x 13 т. = 13 т. Общо 163 т.	**163**
Общ брой точки	**550**	**Общ брой постигнати точки**	**1354**

Таблица 1

Посочените в горната таблица брой точки не съвпада, с точките които кандидатът е отчел в съответната справка, озаглавена „*Справка за изпълнение на минималните национални изисквания…*“. Това разминаване се дължи на различия в номиниране на качествата на списанията, в които са публикациите. Все пак ще уточня, че посочените в рецензията точки са повече от представените от автора такива.

В показател Д на таблица 1 са отчетени само 32 цитирания, които са в списания, реферирани от Web of Science и Scopus. Останалите цитирания не са отчетени в съответната справка. Това е решение на кандидата.

Вижда се, че всеки един от минималните национални показатели е преизпълнен (при условие, че не са отчетени всички постижения). Ще отбележа, че (сумарно), минимално изискуемите точки по показателите, отнасящи се за „професор“, са изпълнени от кандидата повече от два пъти.

3.4. Справка за изпълнение на минималните изисквания на ФМИ на ПУ: Изпълнението на минималните изисквания на ФМИ за заемане на академичната длъжност „професор“ е показано в следващата таблица:

Допълнителни изисквания на ФМИ	Минимален брой показатели	Изпълнение на показателите от кандидата
• Публикации, които не са представени за придобиване на ОНС „доктор“ и за заемане на академичната длъжност „доцент“	20 публикации	23 публикации
• Публикации в списания	12 публикации	23 публикации
• Публикации в списания с импакт фактор	8 публикации	8 публикации
• Учебни помагала	1 учебно помагало	2 учебника
• Цитирания	20 цитирания	32 цитирания
• Защитили докторанти	1 докторант	2 докторанти

Таблица 2

Доц. Атанаска Георгиева е била научен ръководител на докторантите:

- Лозанка Тренкова, тема на дисертацията: "*Абстрактни уравнения от Волтеров тип и приложения*", успешно защитила през 2014 г.
- Ива Йончева-Найденова, тема на дисертацията: "*Приближени решения на някои класове размити интегрални уравнения*", успешно защитила през 2022 г.

От таблица 2 се вижда, че допълнителните минимални изисквания на ФМИ са изпълнени от кандидата за заемане на академичната длъжност „професор“.

4. ОБЩА ХАРАКТЕРИСТИКА НА НАУЧНО ТВОРЧЕСТВО НА КАНДИДАТА

В тази част на рецензията ще използвам номерацията на заглавията на рецензираните научни трудове съгласно Списъка на научните трудове за участие в конкурса (въпреки, че според мен тази номерация е „леко“ странна и объркваща). Най-общо, научните резултати на кандидата за „професор“ се заключават в попълване, обогатяване и обобщаване на научното познание по конкретни теми от математическите теории на:

- Аналитични решения на размити интегрални уравнения ([B4.1], [B4.2], [B4.3], [B4.4], [B4.5] и [Г7.18]);
- Приближени решения на размити интегрални уравнения ([Г7.9], [Г7.10], [Г7.11], [Г7.13], [Г7.14], [Г7.15] и [Г7.17]);
- Обикновени диференциални уравнения в банахови пространства ([Г7.1], [Г7.2], [Г7.6] и [Г7.12]);
- Обикновени диференциални уравнения в крайномерни пространства ([Г7.3], [Г7.4] и [Г7.16]);
- Интегрални уравнения ([Г7.5], [Г7.7] и [Г7.8]).

4.1. Аналитични решения на размити интегрални уравнения: Изследванията на размитите интегрални уравнения стартира с работите на O. Kaleva (1987) и S. Seikkala (1987) относящи се за размити интегрални уравнения на Волтера. Основните задачи, възникващи при изследването на различни класове размити интегрални уравнения (например от типа на Волтера и др.), са: съществуване, единственост, ограниченост на решенията, конструиране на числени методи за тяхното намиране. Съществуващите числени методи за размитите интегрални уравнения на Волтера се основават на различни техники: последователни апроксимации и итеративни методи, числово-аналитични методи (като разлагане на Adomian), хомотопичен анализ, хомотопично смущение, квадратурни техники на Nystrum и др. Методът на хомотопично смущение, предложен от He за решаване на диференциални и линейни и нелинейни интегрални уравнения, е обект на обширни изследвания. Методът е получил разнообразно приложение за решаване на широк кръг от уравнения.

В работите, които са причислени към тази група от изследвания на кандидата, са приложени основно три метода:

- разлагане Adomian;
- метод на хомотопично смущение;
- метод на хомотопичен анализ.

Обекти на горните методи са уравнения от вида:

- размито функционално интегрално уравнение от типа на Волтера на две променливи;
- нелинейно двумерно размито интегрално уравнение на Волтера-Фредхолм;
- нелинейно двумерно размито интегрално уравнение на Волтера-Фредхолм от частни интеграли;
- размито интегро-диференциално уравнение на Волтера-Фредхолм.

Основните резултати са свързани с:

- съществуване на аналитични решения;
- единственост на решенията;
- приближени решениия;
- сходимост на итерационните процедури;
- оценка на грешките.

4.2. Приближени решения на размити интегрални уравнения: В тази група изследвания са адаптирани и приложени итеративни процедури за намиране на последователни приближения на единствени решения на няколко класове интегрални уравнения. Основните методи в групата изследвания използват:

- размити квадратурни и кубатурни формули (правоъгълници, трапеци, формули от типа на Симпсон);
- размити дъги на Haar и др.;

Решенията, които се анализират и търсят са за следните класове уравнения:

- двумерни размити интегрални уравнения;
- размити функционално-интегрални уравнения на Хамерстейн;
- размити функционално-интегрални уравнения на Урисон-Волтера;
- нелинейни двумерни размити функционално-интегрални уравнение на Фредхолм;
- нелинейни двумерни размити функционално-интегрални уравнения на Хамерстейн-Фредхолм.

Намерени са достатъчни условия за:

- съществуване и единственост на решенията;
- сходимост на итерационните процедури;
- оценки на грешките;
- устойчивост на методите относно избора на първото приближение и др.

4.3. Обикновени диференциални уравнения в банахови пространства: По мое мнение най-силните резултати на кандидата за професор са в тази група публикации. По-подробно ще опиша две от тези изследвания. За целта по-нататък ще използваме означенията: X е Банахово пространство и $L(X)$ е пространството на ограничените линейни оператори, изобразяващи $X \to X$.

В [Г7.2] се изучава линейно нехомогенно уравнение

$$\frac{dx}{dt} = A(t)x + f(t) \tag{i}$$

и съответното линейно хомогенно уравнение

$$\frac{dx}{dt} = A(t)x, \tag{ii}$$

където $A: R^+ \to L(X)$ е непрекъснат линеен оператор и функцията $f: R^+ \to X$ притежава определени качества. Нека $RL(X)$ е пространството от всички обратими ограничени оператори в $L(X)$ и $\psi(.): R^+ \to RL(X)$ е непрекъсната оператор-функция. В коментираната работа се разширява понятието ψ - дихотомия за произволни Банахови пространства. Освен това оператор-функцията ψ е произволен ограничен обратим оператор, а не диагонална неотрицателна матрица (визираме крайномерния случай). По-точно уравнението (ii) притежава ψ - експоненциална дихотомия върху R^+, ако съществува двойка взаимно деопълваща се проектори P_1 и $P_2 = I - P_1$, както и положителни константи N_1, N_2, v_1, v_2, такива че:

$$\left\|\psi(t)V(t)P_1V^{-1}(s)\psi^{-1}(s)\right\| \le N_1e^{-v_1(t-s)}, \quad 0 \le s \le t;$$
$$\left\|\psi(t)V(t)P_2V^{-1}(s)\psi^{-1}(s)\right\| \le N_2e^{-v_2(s-t)}, \quad 0 \le t \le s.$$

където $V(t),\ t \in R^+$ е оператор на Коши за решението на (ii). Ако в горните неравенства е валидно $v_1 = v_2 = 0$, то уравнението (ii) притежава ψ - обикновена дихотомия върху R^+. Основният резултат е намирането на достатъчни условия при които от ψ - експоненциална дихотомия на уравнението (ii) изследва съществуване на ψ - ограничени решения на нехомогенното уравнение.

Считам, че внимание трябва да се обърне на работа [Г7.12]. Разглежда се линейно нехомогенно импулсно диференциално уравнение в Банахово пространство с фиксирани импулсни моменти, които (по абсолютна стойност) растат неограничено, т.е.

$$\frac{dx}{dt}=A(t)x+f(t),\ t\neq t_n;\quad x(t_n^+)=Q(x(t_n))+r_n,\ t=t_n, \tag{iii}$$

където $A:R\to L(X)$ е непрекъснат линеен оператор, $Q_n\in L(X);\ f:R\to X;\ r_n\in R;$ $t_0=0,\ t_n<t_{n+1},\ \lim_{n\to\pm}t_n=\pm\infty$. Както са отбелязали авторите на публикацията, този вид уравнения са тясно свързани с управляемите системи уравнения в Банахови пространства, като управлението е на мястото на нехомогенността – функцията $f(t)$. Още нещо забележително: управлението е не само в непрекъснатата част на решението, но и в големината на импулсните смущения $\{r_n\}$. Съвместно с горното нехомогенно уравнение авторите разглеждат и съответното хомогенно уравнение:

$$\frac{dx}{dt}=A(t)x,\ t\neq t_n;\quad x(t_n^+)=Q(x(t_n)),\ t=t_n. \tag{iv}$$

При известни условия хомогенното уравнение (iv) притежава оператор на Коши $V(t),\ t\in R$, чрез който решението му (за което $x(s)=\xi$) може да се представи в елегантната форма от вида: $x(t)=V(t).V^{-1}(s).\xi$. При следващите разглеждания се предполага наличието на така наречената (h,k) - дихотомия на решенията на хомогенното уравнение (въведена от чилийските учени M. Pinto и R. Naulin). По-точно, авторите са посочили достатъчни условия за съществуване на решение на (iii) при допускането, че решението на (iv) притежава (h,k) - дихотомия. Въведено е понятието $L_p(h,k)$ - решение. Основният резултат в работата се отнася за съществуване на $L_p(h,k)$- решение на (iii). Известна неяснота (в мен) предизвиква дефиниционното равенство на пространството L_∞.

4.4. Обикновени диференциални уравнения в крайномерни пространства: В тази група научни статии се изследват качествата на специални (екзотични) класове диференциални уравнения. Ще разгледам най-добрия резултат по мое мнение.

В статия [Г7.3] основен обект на изследване е начална задача за нелинейно диференциално уравнение с максимуми от вида:

$$\frac{dx}{dt}=f\left(x,\max_{s\in[t-r,t]}x(s),p\right),\ t\geq t_0;\qquad x(t)=\varphi(t-t_0),\ t\in[t_0-r,t_0], \tag{v}$$

където функцията $f:R^n\times R^n\times R^m\to R^n$, параметърът $p\in R^m$ и началната функция $\varphi:[-r,0]\to R^n,\ r=const>0$. В някои реални процеси развитието и управлението на изучаваното (изменящо) се количество зависи от максималното му отклонение. Адекватен математически апарат, чрез който се моделират такива процеси са диференциалните уравнения, които съдържат оператор за максимум в дясната страна. Освен това, основна задача в теорията на диференциалните уравнения от произволен тип (включително и уравнения с максимуми) е устойчивост относно параметър. На споменатия качествен проблем е посветена коментираната публикация. Изследванията са осъществени на базата на редица специфични понятия и методични подходи, от които тук ще обърна внимание на следните:

- функции на Ляпунов;
- производна на функция по траекторията на изучаваното уравнение (v);
- метод на Разумихин;
- сравнително скаларно диференциално уравнение;
- константно равновесие на уравнение (v) (ще припомня, че $\xi^* \in R^n$ е константно равновесие на уравнение (v) при $p = p^* \in R^m$, ако $f\left(\xi^*, \xi^*, p^*\right) = 0$);
- две мерки на устойчивостта (едната мярка h_0 се използва за измерване на изходната количествена информация, а другата мярка h - за текущата и бъдещата количествена информация). Ще отбележим, че с помощта на двете мерки значително се увеличава диапазона на приложимост на методите за доказване на устойчивост;
- устойчивост по отношение на две мерки, т.е. $\left(h_0, h\right)$ - устойчивост на константно равновесие;
- параметричната и равномерна параметрична устойчивости по отношение на две мерки и др.

Основният резултат е набор от условия, гарантиращи параметрична устойчивост и равномерна параметрична устойчивост на решенията на началната задача за уравнението с максимуми. Няма да се въздържа и ще отбележа изключителната прецизност и логична последователност на изказа в коментираното изследване, а също така и сериозната техническа работа по доказателствата на резултатите. Илюстративните примери внасят нужното спокойствие в работата на (понякога притеснения и озадачен) читател.

4.5. Интегрални уравнения: От публикациите по това направление бих отличил работа [Г7.5], където се изгражда фундаменталната теория на специфични абстрактни обобщения на интегрални уравнения и неравенства на Волтера от втори ред:

$$f(x) = p(x) + \int_{M_x} Q\big(x, y, f(y)\big)\, d\mu_y; \quad g(x) = p(x) + \int_{M_x} Q\big(x, y, \mathrm{g}(y)\big)\, d\mu_y, \tag{vi}$$

където: Ω е пълно метрично пространство с метрична функция $\rho : \Omega \times \Omega \to R^+$; B е Банахово пространство със съответна норма; операторът $Q : \Omega \times \Omega \times B \to B$; $\mu : B_\Omega \to R^+$ е Борелова мярка; $B_\Omega \subset 2^\Omega$ е σ - алгебра, състояща се от Борелови подмножества на Ω ; изображението $M : \Omega \to 2^\Omega$, което на всяка точка $x \in \Omega$ съпоставя подмножество M_x, $M_x \subset \Omega$; $f, g, p \in C\left(M_x, B\right)$. Едно от достойнствата на изследването е подходящото формулиране на изследвания обект, даващо възможности за постигане на конкретни резултати. Както са отбелязали авторите, дори в крайномерни пространства намирането на вида и структурата на сравнително точни оценки при неравенствата зависи от броя на променливите и геометрията на интеграционното множество. Освен това, при установяване на неравенствата се изисква специфична и съобразена с геометрията на множествата на интегриране техника. В работата е доразвита идеята на проф. А. Мишкис, а именно установяване на ограничения, които гарантират, че решенията на уравнението, записано в (vi) е горна граница на вички решения на съответното неравенство. Друга интересна идея в тази работа е намирането на множество M^{μ}, състоящо се от подмножества на Ω, т.е. $M^{\mu} = \left\{M_x^{\mu}\right\} \subset 2^{\Omega}$, което удовлетворява следните изисквания:

- елементите (множествата M_x^{μ}) на M^{μ} притежават качествено по-добри свойства при интегрирането отколкото елементите (множествата M_x) на M ;
- за всеки елемент $M_x \in M$ съществува елемент $M_x^{\mu} \in M^{\mu}$, такъв че $\mu\left(\left(M_x^{\mu} - M_x\right) \cup \left(M_x - M_x^{\mu}\right)\right) = 0$;
- двете множества M_x и M_x^{μ} са „близки“ в метричен смисъл.

Това дава възможност двете интеграционни множества да се заменят. Основните резултати в дискутираната работа е намирането на достатъчни условия за съществуването на решения на интегрални уравнения от типа на Волтера (виж (vi)) и приложения на получените резултати за интегрални неравенства.

4.6. Заключение: Представените научни трудове значително надвишават национални и университетски изисквания както за количество, така и за качество, което е необходимо за заемане на академичната длъжност „професор“ в престижно висше училище. Основните приноси на автора могат да се определят като теоретични, които имат пряко отношение към приложенията. Изследванията и получените резултати са:

- В значителна степен оригинални по отношение на изследваните конкретни теми и обекти;
- Запълват “свободни места в научното познание” и сериозно разширяват предварителните изследвания по отделните научни направления;
- Дават възможност за продължаване на научното търсене в направленията на изследователската дейност на автора;
- Провокирани са от необходимостта за изучаване на реални задачи или поне други автори могат да използват постигнатото за решаване на проблеми от практиката;
- В някои от представените работи са разгледани математически модели чрез които допълнително нагледно се осмисля теорията, анализират се постигнатите резултати и се сравняват различни подходи.

5. ОЦЕНКА НА ЛИЧНИЯ ПРИНОС НА КАНДИДАТА

Почти всички научни трудове и учебни помагала, представени за участие в дискутирания конкурс, са в съавторство (само една публикация и един учебник са самостоятелни). Определено считам, че отбелязаният факт “**не е минус**” за кандидата. Напротив, тъкмо обратното:

- Най-напред, при участието на повече от един автор в дадено научно изследване, резултатите са по-надеждни, по-разностранни и по-дълбоки;

- Второ, в съвременната наука, като че ли отминава времето на индивидуалните учени. Това се налага поради използването на огромни количества изходна информация, притежаването на които често не са по силата на един човек;
- При получаването на резултати, които граничат с няколко научни направления, участието на специалисти във всяко от съответните направления е задължително начално условие при стартиране на изследванията.

Конкретно, сред документите за участие в конкурса няма декларации от авторите на представените за рецензиране научни трудове, в които се определя степента на участието на всеки един от тях. Между впрочем, "съчиняването на такива декларации, разпределителни протоколи и други подобни" аз считам за обидно и недостойно. Съдържанието на такива документи е разположено далеч от академичните норми. Липсата на такива "съмнителни документи" значително облекчава моята работа. Убеден съм, че участието на доц. д-р Атанаска Георгиева е еквивалентно на останалите съавтори. Не считам, че „подреждането" на авторите в дадена колективна публикация има отношение към степента (или важността) на участие им.

6. КРИТИЧНИ ЗАБЕЛЕЖКИ И ПРЕПОРЪКИ

Нямам критични бележки. Освен това, лесно се вижда, че научните статии по конкурса са публикувани в реномирани научни списания или са докладвани на авторитетни международни научни форуми. Следователно те са получили предварителни, специализирани, **положителни** рецензии.

Убеден съм, че доц. А. Георгиева ще придобие желаната от нея академична длъжност. Считам, че е странно и неколегиално да се дават съвети и препоръки за бъдещата научна работа на „професор", поради което ще се въздържа.

Всички документи, свързани с конкурса, са подготвени старателно и удобно за рецензента, като са спазени утвърдените правила във ФМИ на ПУ.

Струва ми се, че получените научни резултати от кандидата (визирам не само тези, с които участва в дискутирания конкурс) би трябвало да се систематизират в няколко монографии. Позволявам си да насоча вниманието на автора към следните заглавия на „задължителни" бъдещи монографии:

- „Приближени решения на размити интегрални уравнения";
- „Lp - еквивалентност между импулсни диференциални уравнения".

Без съмнение монографиите ще предизвикат сериозен интерес сред научната общественост не само у нас.

7. ЛИЧНИ ВПЕЧАТЛЕНИЯ

През 2012 г. бях избран и участвах в научно жури по конкурс за „доцент", който беше спечелен от д-р Атанаска Георгиева. В подготвеното от мен становище по споменатия конкурс за „доцент" съм записал - цитирам (т.е. самоцитирам се)":

„*Познавам Атанаска Георгиева повече от десет години* (*от настоящия момент повече от двадесет години – бележка на рецензента*). *Първите ни срещи са свързани с нейното участие в няколко последователни конференции по математика, провеждани близо двадесет години (ежегодно през месец август) в ТУ - Пловдив. Считам, че тя е отдадена на научно-изследователската работа и притежава сериозна компетентност в областта на нейните изследвания. В съчетание с нейната трудолюбивост тези качества са основа, както за постигнатите резултати, така и за предстоящите, в реализирането на които аз съм напълно убеден*".

Не виждам причина десетина години по-късно от времето, когато са написани горните редове, да не се съглася напълно с тях. Разбира се, от това време досега Атанаска е продължила своето развитие и се е изградила като завършен изследовател-математик и университетски преподавател по математика с богат опит. Добро впечатление придобивам от факта, че своите знания и изследователски умения тя е споделила с докторантите, които за защитили под нейно ръководство.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Направените по-горе в рецензията коментари ми дават основание да направя следните изводи:

1. Учебниците (2 броя), представени за участие в конкурса, са полезни за студентите. Отразяват съвременните тенденциите в обучението по съответните учебни дисциплини. Демонстрират учебно-методическите умения на кандидата;
2. Научните трудове съдържат нови теоретични изследвания в областта на реалния и функционалния анализ, диференциалните и интегрални уравнения, както и в приближените методи за решаване на такива уравнения. Получените резултати развиват и обогатяват математическото познание. Те са оригинален принос на кандидата за придобиване на научното звание „професор“;
3. Изследванията са публикувани в реномирани списания, които са отразени в базата данни Web of Science и Scopus, а част от тях притежават импакт ранг (SJR) и импакт фактор (IF);
4. Доц. д-р А. Георгиева е била научен ръководител на двама успешно защитили докторанти;
5. Чрез установените многократни цитирания (без самоцитирания) заключавам, че изследванията представляват научен интерес за учените в съответната научна област у нас и в чужбина;
6. Доц. д-р А. Георгиева е представила учебни помагала и научни трудове, публикувани след защитата на докторската дисертация за присъждане на ОНС „доктор“ през 2009 г. и след заемане на академичната длъжност „доцент“ през 2012 г. Следователно, по неоспорим начин достигаме до извода, че рецензираните материали не са използвани досега за академичното израстване на кандидата;
7. Достиженията в учебната литература и научните публикации на кандидата отговарят (а по някои показатели надхвърлят многократно) изискванията на Закона за развитие на академичния състав в Република България (ЗРАСРБ) и Правилника за прилагане на ЗРАСРБ относно заемане на академичната длъжност „професор“;
8. Представените учебни и научни материали удовлетворяват специфичните минимални изисквания на ФМИ на ПУ;
9. Не съм установил плагиатство.

Окончателно: декларирам своята **положителна оценка** и препоръчам на Научното жури да изготви доклад-предложение до ФМИ на ПУ за избор на доц. д-р Атанаска Тенчева Георгиева за заемане на академичната длъжност „професор“ в катедра „Математически анализ“ от същия факултет по Професионално направление: 4.5. Математика (Диференциални уравнения).

10.04. 2023 г.

Изготвил рецензията:…………………………..

(проф. дн Ангел Дишлиев)