

## СТАНОВИЩЕ

от проф. д-р Вежди Исмаилов Хасанов

Шуменски университет „Епископ Константин Преславски“

на дисертационен труд за присъждане на научна степен „доктор на науките“

по: област на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика  
професионално направление 4.5. Математика (Математически анализ)

**Автор:** проф. д-р Боян Георгиев Златанов – Пловдивски университет „Паисий Хилендарски“

**Тема:** *Приложения на двойки неподвижни точки и двойки точки на най-добро приближение*

### 1. Общо представяне на процедурата и дисертанта

Със заповед № РД-21-1333 от 18.07.2022 г. на Ректора на Пловдивския университет „Паисий Хилендарски“ (ПУ) съм определен за член на научното жури за осигуряване на процедура за защита на дисертационен труд на тема „Приложения на двойки неподвижни точки и двойки точки на най-добро приближение“ за придобиване на научната степен „доктор на науките“ в област на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика, професионално направление 4.5. Математика (Математически анализ). Автор на дисертационния труд е проф. д-р Боян Георгиев Златанов – катедра „Математически анализ“ към Факултета по математика и информатика (ФМИ) на ПУ.

Представеният от проф. Б. Златанов комплект материали е в съответствие с Чл.45 (4) от Правилника за развитие на академичния състав на ПУ, включва следните документи: молба до Ректора на ПУ за разкриване на процедурата за защита на дисертационен труд; автобиография в европейски формат; копие от диплома за образователната и научна степен „доктор“; протокол от катедрен съвет, относно предварителното обсъждане на дисертационния труд; дисертационен труд; автореферат на български и английски езици; списък на научните публикации по темата на дисертацията и справка за точките, които носят съгласно минималните национални изисквания; копия на публикациите от горния списък; списък на всички научни трудове с информация за приложението им в процедурите по академично израстване на автора; списъци на цитиранията: на публикациите по дисертационния труд; на всички публикации и на цитиранията използвани в процедурата със съответните точки; декларация за оригиналност и достоверност на приложените документи; справка за спазване на минималните национални изисквания; диплома за ОНС „доктор“.

Кандидатът е приложил 18 броя публикации, от които 12 са в научни списания и 6 в сборници от конференции.

Проф. Б. Златанов е завършил специалност „Математика“ във ФМИ на Софийския университет „Св. Климент Охридски“ през 1996 г. През 2001 г. след обучение в ПУ и защита на дисертация пред ВАК, придобива ОНС „Доктор“ в научна специалност „Математически анализ“. Трудовата кариера на проф. Златанов е свързана изцяло с ПУ, започвайки от 1999 г. до сега. През април 2008 г. и октомври 2019 г. заема съответно академичните длъжности

„доцент“ и „професор“. Освен това от декември 2015 г. е зам.-декан по научноизследователска и проектна дейност на ФМИ.

## **2. Актуалност на тематиката**

Темата на дисертационния труд е върху приложенията на теоремите за двойки неподвижни точки и двойки точки на най-добро приближение. Теоремите за неподвижни точки на изображение са важен инструмент за доказване съществуването на решение на задачи от различни научни области. От фундаменталните теореми: на Брауер (1911), нейните обобщения – теоремата на Шаудер (1930), Какутани (1941); на Банах (1922) за свиващото изображение, последвана от теоремата на Браудер (1965), на Ран и Реурингс (2004) и др., до сега, изследванията в тази тема не са загубили своята актуалност. През последните години е засилен интереса към двойки неподвижни точки на изображения, дефинирани върху частично наредени пространства.

## **3. Познаване на проблема**

От прегледа на използваната литература и изложението на дисертационния труд може да се заключи, че авторът е добре запознат с развитието и състоянието на проблема.

## **4. 4. Характеристика и оценка на дисертационния труд и приносите**

Дисертационният труд е от 314 страници, съдържащ: предговор, въведение, 5 глави, заключение с приносите и литература от 134 източника. Към всяка глава има параграф със заключение.

Във въведението са описани някои често използвани означения, дефинирани са основните понятия и известни резултати по темата, някои от които в следващите глави са обобщени или доразвити.

Първа глава е посветена на двойки неподвижни точки в частично наредени метрични пространства. В първи параграф е предложено обобщение на вариационния принцип на Екеланд за непрекъснати изображения със смесено монотонно свойство (Теорема 1.1). В следващите параграфи с помощта на вариационния принцип са доказани теореми за съществуване на двойка от неподвижни точки на изображения от различен тип със смесено монотонно свойство. Резултатите от първите три параграфа са публикувани в публикация № 6 от приложения списък, следващите в четвърти параграф са докладвани на Международната конференция „Приложение на математиката в техниката и икономиката“, Созопол, 2019 г. и са включени в публикация № 7, а тези от пети параграф са докладвани на Научната конференция МАТТЕХ 2022 с международно участие.

Втора глава е посветена на проблема за намиране на двойки точки на най-добро приближение и оценка на грешката. Задачата за намиране на точка/и на най-добро приближение възниква при циклични изображения, при които не съществуват неподвижни точки. В общия случай при наличие на неподвижна точка, точките на най-добро приближение съвпадат с неподвижните точки. Разглеждайки въпроса за двойки неподвижни точки, тук понятието точки на най-добро приближение се разширява до двойка точки на най-добро приближение. Основният резултат в първи параграф съдържа оценки на грешката за точки на най-добро приближение (Теорема 2.1), който е публикуван в публикация № 2. Използвайки техниката от Теорема 2.1. в следващите два параграфа са получени оценки на грешката за двойки точки на най-добро приближение за циклични свиващи изображения. Резултатите от втори параграф са публикувани в публикация № 3, а от трети параграф в публикации с №№ 10

и 11. В четвърти параграф са изследвани двойки неподвижни точки и двойки точки на най-добро приближение за  $p$ -циклични свиващи изображения. Доказани са съответно теореми за съществуване и единственост на двойка неподвижни точки на  $p$ -циклично изображение (Теорема 2.13) и двойка точки на най-добро приближение за  $p$ -циклично свиващо изображение (Теорема 2.14). Резултатите от четвърти параграф са публикувани в публикация № 12.

В трета глава са изследвани неподвижни точки, двойка неподвижни точки, точки на най-добро приближение, и двойка точки на най-добро приближение в модулари функционални пространства. Основните резултати са публикувани в публикации с №№ 1, 4 и 5.

В четвърта глава са разгледани приложения на двойките неподвижни точки и двойките точки на най-добро приближение при изследване на наличието на равновесие в дуополни пазари. За по-адекватно моделиране на отношенията на двама играчи (производители) при дуополни пазари се използват полу-циклични изображения вместо, разгледаните в предходните глави циклични изображения. В първите два параграфа са дадени определения за основните понятия свързани с полу-циклични изображения и теорема за съществуване на единствена наредена двойка неподвижни точки на полу-циклична наредена двойка изображения (Теорема 4.1). В трети параграф са разгледани примери на различни участници на пазара и приложение на Теорема 4.1. В четвърти параграф са получени резултати за двойки неподвижни точки за полу-циклични изображения от вида на Харди – Роджърс, които са публикувани в публикация № 16. По-значими резултати следващите два параграфа са съответно Теорема 4.4 и Теорема 4.5, които са публикувани в публикации с №№ 15 и 13. Седми параграф е посветен на двойки точки на най-добро приближение за полу-циклични изображения.

В последната пета глава са разгледани тройки неподвижни точки и тройки точки на най-добро приближения. В тази глава идеите за наредени двойки от наредени двойки изображения са продължени за наредени двойки от наредени тройки изображения и съответно двойките неподвижни точки и двойките точки на най-добро приближение до тройки неподвижни точки и тройки точки на най-добро приближение. Получените резултати са приложени за изследване на пазарно равновесие с трима доминиращи участници. Основните резултати са публикувани в публикации с №№ 9 и 14 и под печат в № 17.

Голяма част от резултатите в дисертацията са подкрепени с практически примери. Резултатите и приносите на автора имат научен и научно-приложен характер.

Не съм забелязал наличие на плагиатство в работите на проф. Б. Златанов.

## **5. Преценка на публикациите и личния принос на дисертанта**

Публикациите по дисертационния труд по списък са 18 на брой, от които 12 са в научни списания, 2 в сборници на Международната конференция „Приложение на математиката в техниката и икономиката“, които се реферират в Скопус, 2 са в сборници на Научната конференция МАТТЕХ с международно участие и 2 са под печат в сборници. Силно впечатление правят 4 публикации, които са в списания с висок импакт фактор и попадат в квантил Q1. Други 4 са в списания в Q2. Освен това 6 от публикациите са самостоятелни, от които 4 са в списания в квантил Q1 или Q2, 3 са с един съавтор, а останалите са с двама или повече съавтори. Приемам, че приноса на дисертанта в общите работи е равностоен.

Публикациите по дисертационния труд са цитирани в 41 публикации по справка на автора, от които само две не са в реферирани издания. Цялата научна продукция на проф. Б. Златанов е цитирана поне в 248 публикации. Всичко това е ясен показател, че резултатите в дисертационния труд и извън него са получили широк отзвук сред математическата общност.

Безспорно, минималните национални изисквания за НС „доктор на науките“ са изпълнени.

#### **6. Автореферат**

Авторефератът е от 64 страници и отразява коректно съдържанието на дисертационния труд и приносите на автора.

#### **7. Лични впечатления**

Проф. Б. Златанов го познавам като отзивчив и коректен колега. Представеният дисертационен труд оставя в мен впечатлението и за прецизен математик със задълбочени познания по изследваната тема.

### **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Дисертационният труд *съдържа научни и научно-приложни резултати, които представляват оригинален принос в науката* и отговарят на всички изисквания на Закона за развитие на академичния състав в Република България (ЗРАСРБ), Правилника за прилагане на ЗРАСРБ и съответния Правилник на ПУ „Паисий Хилендарски“.

Поради гореизложеното, убедено давам своята *положителна оценка* за постигнатите резултати и приноси, в представения дисертационен труд и *предлагам на почитаемото научно жури да присъди научната степен „доктор на науките“* на проф. д-р Боян Георгиев Златанов в област на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика, професионално направление 4.5. Математика (Математически анализ).

02.09.2022 г.

Изготвил становището: .....

(Проф. д-р Вежди Хасанов)