

РЕЦЕНЗИЯ

от проф. д-р Андрей Иванов Захариев,
Факултет по Математика и Информатика на
Пловдивски университет „Паисий Хилендарски“

на дисертационен труд за присъждане на научна степен **„доктор на науките“**
по област на висше образование: 4. „Природни науки, математика и информатика“,
професионално направление: 4.5 „Математика“ (Математически анализ)

**Автор: проф. д-р Боян Георгиев Златанов от Факултет по Математика и Информатика на
Пловдивски университет „Паисий Хилендарски“**

**Тема: „Приложения на двойки неподвижни точки и двойки точки на най-добро
приближение“**

1. Предмет на рецензиране

Със заповед № РД-21-1333 от 18.07.2022 г. на Ректора на Пловдивския университет „Паисий Хилендарски“ (ПУ) съм определен за член на научното жури за осигуряване на процедура за защита на дисертационен труд на тема **„Приложения на двойки неподвижни точки и двойки точки на най-добро приближение“** за придобиване на научната степен „доктор на науките“ на ПУ в област на висше образование 4. „Природни науки, математика и информатика“ професионално направление 4.5 „Математика“ (Математически анализ) . Автор на дисертационния труд е **проф. д-р Боян Георгиев Златанов** - катедра „Математически анализ“ към Факултет по Математика и Информатика на Пловдивски университет „Паисий Хилендарски“

Представеният от **проф. д-р Боян Георгиев Златанов** комплект материали на хартиен носител е в съответствие с Чл.45 (4) от Правилника за развитие на академичния състав на ПУ, включва следните документи:

1. молба до Ректора на ПУ за разкриване на процедурата за защита на дисертационен труд;
2. автобиография по европейски формат;
3. протоколи от катедрени съвети, свързани с откриване на процедурата и с предварителното обсъждане на дисертационния труд;;
4. автореферат;
 - а) на български език;
 - б) на английски език;
5. списъци на публикациите;
 - а) списък на научните публикации по темата на дисертационния труд;

- б) списък на научните публикации, използвани в процедурата;
- в) списък на всички научни публикации;
- 6. списъци на цитиранията;
 - а) списък на забелязаните цитирания по публикациите от дисертационния труд;
 - б) списък на забелязаните цитирания, използвани в процедурата;
 - в) списък на всички забелязани цитирания;
- 7. дисертационен труд;
- 8. справка за изпълнение на минималните национални изисквания;
- 9. декларация за оригиналност и достоверност на приложените документи;
- 10. копия на публикациите по темата на дисертационния труд;
- 11. диплома за образователна и научна степен „доктор“ - оригинал - № 27519, 27.08.2001, Висша атестационна комисия;

Кандидатът е приложил списък от 18 (осемнадесет) броя публикации, от тях 16 в списания и 2 в доклади от конференция. Дисертационния труд е базиран на 16 броя от тях и точките са получени само от сумиране на точките от статиите с номера 1-12 и 15 -18. Както авторът коректно е отбелязал точките от статиите под номер 13 [129] и номер 14 [130] не са включени в Справката за спазване на Националните минимални изисквания за придобиване на научната степен "Доктор на науките" по 4.5. Математика като статиите 13 [129] и 14 [130] са посочени в списъка само за улеснение на читателя.

От 16 бр. публикации индексирани в WoS и SCOPUS са 10 (от тях 7 броя в списания с импакт-фактор - четири списания с квантил Q1, три списания с квантил Q2, две в SCOPUS с SJR и една в WoS и SCOPUS без ИФ и SJR). Две от публикациите са приети за публикуване и са в процедура по отпечатването им, като едната публикация ще бъде индексирана в WoS и SCOPUS. Общо са посочени 20 броя цитирания от които 19 са в списания реферирани в WoS и SCOPUS и едно в Zbl.

2. Кратки биографични данни.

Проф. д-р Боян Георгиев Златанов е завършил през периода 1991-1996 г. СУ „Св. Климент Охридски“, Факултет по математика и информатика, специалност „Математика“ със специализация – „Математически анализ“; „Учител по математика и информатика“, 5 годишен курс на обучение – приравнен към степен „магистър“, а през 2001 г. получава ОНС „доктор“. От 2001 до сега кандидатът е преподавател в ПУ „Паисий Хилендарски, заемайки последователно на академичните длъжности „асистент“, „главен асистент“ „доцент“ и „професор“. Бил е зам. декан на филиала на ПУ „Паисий Хилендарски в гр. Смолян и е зам. декан на ФМИ на ПУ „Паисий Хилендарски“ понастоящем.

3. Актуалност на тематиката и целесъобразност на поставените цели и задачи

Добре известно е, теоремите за неподвижни точки базирани и /или индуцирани от класическата теорема на Банах за свиващите изображения, се явяват един от най-силните инструменти използвани при изследванията в областта на нелинейния анализ и неговите многобройни приложения. В този аспект всевъзможните типове обобщения на теоремата на Банах за свиващите изображения представляват една „вечнозелена тема“ (винаги актуална тема) за изследвания. Основните направления за обобщения, свързани с настоящото изследване са следните: Нека X е пълно метрично пространство с метрика ρ и $T: X \rightarrow X$ е оператор. Едното направление за обобщения, които имат връзка с настоящето изложение е чрез въвеждане по подходящ начин на допълнителни структури в метричното пространство като частична наредба, изпъкналост и др. в зависимост от ареала на приложение на търсените резултати. Друго направление за обобщение е чрез подходяща промяна на класическото условие за свиване удовлетворявано от оператора T . В дисертационния труд са цитирани редица модифицирани типове свивания като изображенията на Канан (Kannan) [72], на Чатержеа (Chaterjea) [28], на Харди–Роджърс, (Hardy–Rogers) [53] и др. Даже един бегъл поглед върху публикационната активност в тези направления е достатъчен да ни убеди, че избраната от автора тема е актуална и значима.

4. Познаване на проблема

Авторът познава превъзходно състоянието на изследванията в областта третирана в дисертационния труд като основание за това заключение е обширната и добре подбрана библиография по тематиката, както и задълбоченото и аналитично написано въведение даващо задълбочен и балансиран обзор на тематиката. Многобройните резултати получени от автора в различни направления по тази тематика, демонстрира неговия творчески и задълбочен подход при анализа и оценката на публикациите на другите автори.

5. Методика на изследването

Анализа на резултатите от представените от автора публикации включени в дисертационния труд , както и самия дисертационен труд ни убеждават, че той не само владее техниките развити от другите автори в изследванията им по тази тематика, но и сам е създател на методи(техники) подходящи за изследвания по тази тематика. Тези негови техники позволяват не само решаването на проблемите поставени и изследвани в дисертационния труд но и получените с тяхна помощ резултати намират редица приложения в други области на науката като икономиката, което е една от важните цели на представения труд.

6. Характеристика и оценка на дисертационния труд

Представения за рецензиране дисертационен труд „Приложения на двойки неподвижни точки и двойки точки на най-добро приближение“ съдържа 314 страници и се състои се от

предговор, въведение, пет глави, заключение, библиография. Библиографията съдържа 133 източника. Списъкът на авторските публикации по дисертацията се състои от 16 заглавия.

В дисертационния труд са разгледани обобщения на класическата теорема на Банах за неподвижната точка, свързани със съществуването и единствеността на двойки неподвижни точки, двойки точки на най-добро приближение, както и редица техни приложения. За изображения със смесеното монотонно свойство и породените от тях множества авторът е доказал едно обобщение на класическия вариационния принцип на Екеланд, който най-общо казано не може да бъде приложен в редица важни приложни случаи. Предложена е и техника за доказване на резултати за съществуване на двойки неподвижни точки за изображения със смесеното монотонно свойство с помощта на полученото обобщение на вариационния принцип. Прецизирани и развити са резултати за съществуване и единственост на двойки точки на най-добро приближение с чрез намиране на оценките на грешката при използване на редици от последователни итерации. Доказано е, че ако се използва класическия подход за оценка на грешката развит от автора в [51] за двойките неподвижни точки или точки на най-добро приближение $(x; y)$, задължително трябва да удовлетворяват условието $x = y$. Предложени са обобщения на понятията двойки неподвижни точки, двойки точки на най-добро приближение и наредена двойка от циклични изображения, които позволяват наредената двойка $(x; y)$ да се състои от две различни точки. В качеството на приложение на получените резултати е предложен ϵ -подход за свеждане на проблема за решаване на системи от уравнения към задачи за съществуване (намиране) на двойки неподвижни точки или точки на най-добро приближение. Илюстрирани са възможностите за намиране на точни решения на системи от уравнения с помощта на прецизираната и доразвита теория на двойките неподвижни точки. Освен това са дефинирани обобщения на понятията за двойки неподвижни точки, двойки точки на най-добро приближение в модулари функционални пространства, като са илюстрирани възможностите за решаване на системи уравнения с помощта на циклични изображения в модулари функционални пространства, които са пораждаат от изследваната система от уравнения. Въведен е нов клас от изображения, които са различни както от цикличните, така и от нецикличните изображения и които са наречени от автора полуциклични изображения. Основанието за въвеждането на този нов клас изображение, че този клас изображения възниква по естествен начин при изследването на пазарното равновесие в дуополни пазари. Получени са достатъчни условия за съществуване и единственост на двойки неподвижни точки за полуциклични изображения. Като приложение на изследванията на полуцикличните изображения авторът конструира с тяхна помощ модел на дуополен пазар, който модел съществено обобщават класическата теория на дуополните пазари. Получените теоретични резултати са илюстрирани с различни моделни примери. Идеите за обобщения на двойки неподвижни точки са доразвити с обобщения на тройки неподвижни точки и тройки точки на най-добро приближение, включително и за

полуциклични изображения на три променливи, които по естествен начин възникват при моделиране, на пазари доминирани от трима участника.

Във задълбоченото и аналитично написано въведение авторът е привел всички необходими определения и факти от функционалния анализ свързани основно с частично наредените метрични пространства, равномерно изпъкнали банахови пространства, модулърните пространства необходими за разбирането на изследваните проблеми, както и задълбочен и балансиран обзор на основните твърдения на водещи автори по избрани области от тематиката, свързани с изследваните теми изложени в дисертационния труд.

Глава 1 е посветена на получаването на достатъчни условия за съществуване и единственост на двойки неподвижни точки в частично наредени пълни метрични пространства и е базирана на публикациите [4, 59, 131]. Получените резултати в §1.2. са базирани на едно нетривиално обобщение на вариационния принцип на Екеланд за изображения със смесеното монотонно свойство доказано в §1.1. В §1.3. е приведен съдържателен пример илюстриращ резултатите получени в §1.2. Използвайки обобщението на вариационния принцип на Екеланд в частично наредени, пълни метрични пространства в §1.4 и §1.5 са доказани съществуването на двойки неподвижни точки за изображения със смесеното монотонно свойство от типа на Чатержеа и от типа на Харди–Роджърс. Ако в допълнение всяка наредена двойка елементи от прилежащото пространство X , разгледана като елемент на декартовото произведение $X \times X$ е ограничена от горе или от долу, тогава двойката неподвижни точки е единствена.

Глава 2 е базирана на публикациите [58, 60, 63, 133] и в нея е разгледани три проблема. Първо е разгледан проблема за оценка на грешката за двойки неподвижни точки и двойки точки на най-добро приближение за циклични свиващи изображения в равномерно изпъкнали банахови пространства (§2.1 и §2.1). Ще отбележа, че първият резултат за „а priori“ и „а постериори“ оценки на грешката за точки на най-добро приближение за циклични изображения в равномерно изпъкнали банахови пространства е получен от авторът на дисертационния труд в [130]. Получените в §2.2 резултати дават „а priori“ и „а постериори“ оценки на грешката за двойки неподвижни точки (Теорема 2.5) и двойки точки на най-добро приближение за циклични свиващи изображения (Теорема 2.4). Като втора тема в тази глава са изследвани и модифицираните двойки неподвижни точки и двойки точки на най-добро приближение като получените резултати в §2.3 съществено са свързани с приведеното приложение за решаване на произволни линейни системи. Третата тема е разгледана в параграф §2.4, който е изграден на базата на [54]. В него са получени достатъчни условия за съществуване и единственост на двойки неподвижни точки и точки на най-добро приближение за p -циклични свиващи изображения, където p е натурално число. В глава 2 са приведени и голям брой илюстративни примери, които показват приложимостта и ефективността на получените резултати.

Глава 3 е базирана на публикациите [64, 65, 129] и в нея са изследвани проблема за двойки неподвижни точки и двойки точки на най-добро приближение за циклични ρ -свиващи изображения в модулари функционални пространства. По точно казано авторът е направил едно удачно обобщение на идеята за точки на най-добро приближение в модулари функционални пространства, което му е позволило да изгради приложения за интегрални оператори действащи във функционални пространства на Орлич, снабдени с функционалния модулар на Орлич. В §3.1. авторът [129] доказва нетривиални обобщения за случая на модулари функционални пространства на класическите лема на A. Eldred и P. Veeramani (дадени като Лема 1 и Лема 2 във въведението). Параграф §3.2. е посветен на обобщението на понятието за точки на най-добро приближение в метрични пространства въведено в класическата работа на A. Eldred и P. Veeramani [42], за случая на модулари функционални пространства, като в него са получени достатъчни условия за съществуване и единственост на ρ -точка на най-добро приближение. Получения резултат (Теорема 3.1) е приложен при изучаване на съществуването и единствеността на ρ -точки на най-добро приближение за класове от интегрални оператори във важни за приложенията модулари функционални пространства на Орлич. Параграф 3.3 е изграден на базата на публикацията [65]. В него са получени на достатъчни условия за съществуване и единственост на двойки неподвижни точки (теорема 3.3) и двойки точки на най-добро приближение (теорема 3.4) за ρ -свиващи изображения в модулари функционални пространства. В §3.4 са получени на достатъчни условия за съществуване и единственост на двойки точки на най-добро приближение (теорема 3.5) за важния частен случай на ρ -Канан свиващи изображения в модулари функционални пространства.

Глава 4 е посветена на приложението на двойки неподвижни точки и двойки точки на най-добро приближение на въведените от автора полуциклични изображения при изследването на пазарно равновесие в дуополни пазари. Авторът е лансирал идеята, че по същество един от начините за намирането на равновесното производство $(x; y)$ е възможно да се разглежда като задача за намиране на двойка неподвижни точки на въведените в [47] функции на реакцията F и f за двамата производители участващи в дуополния пазар. Този подход му позволява да обедини и обобщи класическите модели на Корно и Берtrand, което му дава възможност да изследва и най-общия случай когато двата участника в дуополния пазар могат да се конкурират едновременно по цени и количества. В §4.1. са дадени необходимите определения свързани с въведените от автора полуциклични изображения а в §4.2. са получени достатъчни условия за съществуване и единственост на двойки неподвижни точки (теорема 4.1), „а priori“ и „а постериори“ оценки на грешката, както и е оценена скоростта на сходимост на итерационния процес. Параграф §4.3. е посветен на приложенията на получените резултати в различните случаи на дуополен пазар, включително и на най-общия случай когато двата участника в дуополния пазар могат да се конкурират едновременно по цени и количества. Параграф 4.4. е базиран на публикацията [68] като резултатите получени в

§4.2. установени и за важния случай полуциклични изображения от вида на Харди–Роджърс за случая на общи метрични пространства. Получените резултати са приложени при изследването на дуополен пазар в случаите на специално форма на функцията на цената и на обобщена функция на реакция. В параграф §4.5. е обобщен вариационния принцип на Екеланд (теорема 4.4) за полуциклични изображение със смесеното монотонно свойство. Ще отбележим факта, че вариационния принцип на Екеланд не е приложим за циклични и полуциклични изображения, които удовлетворяват смесеното монотонно свойство, резултатите за които са използвани при проведеното изследване на наличието на пазарно равновесие в дуополни пазари. В § 4.6 са получени достатъчни условия за съществуване на поне една двойка неподвижни точки за многозначни полуциклични изображения, който резултат дава възможност на автора да изследва по-реалистичен модел, при който фирмите могат да избират за своята производствена програма измежду множество от възможни производства, т.е. разглеждат се функции на реакция, които са многозначни изображения. Параграф 4.7 съдържа достатъчни условия за съществуване и единственост на двойки точки на най-добро приближение за свиващи полуциклични изображения от тип две, „а priori“ и „а постериори“ оценки на грешката(теорема 4.6), като при точките на най-добро приближение скоростта на сходимост остава отворен проблем. Получените резултати са приложени при разглеждането на дуополен пазар в случая когато множествата от възможни производства на двамата участника да имат празно сечение (например участниците произвеждат различни, но взаимнозаменяеми стоки).

Глава 5 е посветена на изследването на обобщението на понятието за тройки неподвижни точки въведено в [20] и тройки точки на най-добро приближение въведено в [120] като авторът е използвал идеите от публикацията си [133]. В нея се съдържат достатъчни условия за съществуване и единственост тройки неподвижни точки (теорема 5.1) и на тройки точки на най-добро приближение(теорема 5.2) за свиващи полуциклични изображения от тип две (циклична свиваща двойка от тройки изображения), „а priori“ и „а постериори“ оценки на грешката, както и е оценена скоростта на сходимост на итерационния процес. Получените резултати са приложени при разглеждането на олигополен пазар в случая на три участника и са получени достатъчни условия гарантиращи пазарно равновесие за този пазар на три участника.

7. Приноси и значимост на разработката за науката и практиката

След запознаване с изследванията на автора изложени в представения ми за рецензиране дисертационен труд, констатирам, че основните цели, формулирани в предговора на дисертационния труд са постигнати.

Основните теоретичните приноси на автора представени в дисертационния труд са нетривиални обобщения на класическата теорема на Банах за неподвижната точка, свързани със съществуването и единствеността на двойки неподвижни точки, двойки точки на най-

добро приближение, както и редица техни математически приложения свързани най-общо казано, с решаването на различни типове (алгебрични, трансцедентни и др.) системи. По важните от тях са:

1. Авторът е доказал обобщение на класическия вариационния принцип на Екеланд за изображения със смесеното монотонно свойство. Следва да се отбележи, че направеното обобщение е нетривиално и позволява да се обхванат нови класове изображения за които вариационния принцип на Екеланд не може да се приложи. Това му позволява да получи достатъчни условия за съществуване, както и условия за единственост на двойки неподвижни точки за класове от изображения със смесеното монотонно свойство и да разширени класовете от задачи, за които съществуват двойки неподвижни точки.

2. Следва да се подчертае, че първият резултат за „а priori“ и „а постериори“ оценки на грешката за точки на най-добро приближение за циклични изображения в равномерно изпъкнали банахови пространства е получен от авторът на дисертационния труд в публикацията му [130]. Разработената от автора техника в [130], е развита и адаптирана в дисертационния труд и е използвана за намиране на оценка на грешката за двойки и тройки точки на най-добро приближение за циклични свиващи изображения в равномерно изпъкнали банахови пространства.

3. Въведено е обобщение на понятието за наредени двойки от циклични изображения като са дефинирани нов тип изображения и точки, наречени съответно модифицирани циклични изображения и модифицирани двойки точки. Получените резултати в следствие на въведеното обобщение са нетривиални и важни предвид факта, че за разглежданите до момента циклични изображения двойките неподвижни точки или двойките точки на най-добро приближение $(x; y)$ трябва да удовлетворяват ограничението $x = y$ което не позволява приложения в случая на несиметрични системи. Предимството на въведения нов клас от изображения е че може да се използва и за решаване и на несиметрични системи от уравнения. Теоретичните задачи са илюстрирани с примери за намиране на точни решения на системи от трансцедентни уравнения, за които приближените методи, използвани в алгебричната компютърна система Maple release 18 не могат да намерят точното решение.

4. На базата на различни варианти (типове) обобщения на модул на изпъкналост в модулари функционални пространства авторът в [129] е доказал обобщения на фундаменталните за тази тематика лема на A. Eldred и P. Veeramani. В дисертационния труд използвайки получения резултат в [129] е обобщено понятието за точки на най-добро приближение в модулари функционални пространства и е създадена техника за изследване на точките на най-добро приближение в модулари функционални пространства. Създадената техника е приложена при изследване на двойки точки на най-добро приближение в модулари функционални пространства. Приведено е приложение при решаване на системи от уравнения, и е илюстрирано на пример за който приближените

методи, използвани в алгебричната компютърна система Maple release 18 не могат да намерят точното решение.

Основните научно-приложни приноси на автора представени в дисертационния труд са:

А. Въведено е понятието за наредена двойка полуциклични изображения, което по естествен начин възниква при изследване на пазарно равновесие в олигополни пазари. Представен е нов модел за изследване на съществуване и единственост на пазарно равновесие в дуополни пазари, който се основава на функциите на реакция, който модел обединява и обобщава класическите модели на Корно и Берtrand. Полученият нов модел дава възможност да изследва и най-общия случай когато двата участника в дуополния пазар могат да се конкурират едновременно по цени и количества. Предимствата на новия модел пред класическия модел са илюстрирани с примери, които демонстрират предимствата му при максимизиране на функциите на печалба, чрез отпадане на необходимостта от диференцируемост на функциите на реакция и при изследване по контура на множествата на възможни производства с оглед на получаване на условия за стабилност на производствения процес при последователни промени.

Б. Направено е обобщение на част от изследваните задачи за тройки неподвижни точки, тройки точки на най-добро приближение и тяхното приложение при изследване на олигополни пазари с трима участника с помощта на полуциклични изображения на три променливи.

Едно от достойнствата на дисертационния труд са ясно очертаните от авторът перспективи за развитие на изследванията дадени в заключенията към всяка глава.

8. Преценка на публикациите по дисертационния труд

В конкурса за придобиване на научната степен „доктор на науките“, кандидатът участва общо с 16 научни труда от тях 14 са публикувани в списания, всичките написани на английски език, които можем да класифицираме така:

- Статии, които са реферирани и притежават импакт фактор 7 бр. - четири списания с квантил Q1, три списания с квантил Q2.
- Статии, които са реферирани и индексирани в WoS и SCOPUS с SJR – 3 бр., 2 излезли и 1 в процедура на отпечатване,
- Статии, които са реферирани в WoS и SCOPUS без SJR – 2 бр., 1 излязла и 1 в процедура на отпечатване.
- Публикация в трудове на конференции – 2 бр.;

От тези работи 4 бр. са самостоятелни (3 от тях са с импакт-фактор), 6 бр. са с 1 съавтор, 2 бр. са с 2 съавтори, 3 бр. са с 3 съавтори, 1 бр. е с 4 съавтори.

Няма съмнение, че представените трудове не са използвани в предходни конкурси на кандидата тъй като всичките посочени по-горе трудове са публикувани след конкурсите за придобиване на научната и образователна степен „доктор“ и заемане на академичната

длъжност „доцент“ и не са включени в конкурса за „професор“. Отново подчертавам, че двете статии [129,130] от посочените в списъка 18 са „използвани“ от проф. Б. Златанов в конкурса за заемане на академичната длъжност „професор“ и са включени (както коректно споменава авторът само за облекчение на читателя, понеже въведените в тях техники са развити и адаптирани в дисертационния труд и се използват съществено в две от главите) като точките по тях не са използвани в Справката за спазване на Националните минимални изисквания за придобиване на научната степен "Доктор на науките".

Авторът на дисертационния труд е посочил доказателства за 20 броя цитирания от които 19 са в списания реферирани в WoS и SCOPUS и едно в Zbl.

Посочените числови данни превишават 2.5 пъти минималните изисквания, посочени в изискванията на Закона за развитие на академичния състав в Република България (ЗРАСРБ), Правилника за прилагане на ЗРАСРБ и съответния Правилник на ПУ „Паисий Хилендарски“.

Ще отбележа, че h-индексът на Hirsch на кандидата за придобиване на научната степен, пресметнат съгласно програмата Publish or Perish е 11. Резултат, който за математическите науки е сериозен. Посочените факти ми дават основание да твърдя, че постигнатото от проф. Боян Златанов отговаря на неговите претенции.

9. Лично участие на автора

Моята оценка за личното участие на автора в проведеното изследване е, че то е преобладаващо във всеки аспект на изследванията.

10. Автореферат

Авторефератът съдържа 64 страници и удовлетворява изискванията на съответните нормативни документи - Закона за развитие на академичния състав в Република България (ЗРАСРБ), Правилника за прилагане на ЗРАСРБ и съответния Правилник на ПУ „Паисий Хилендарски“. Същият съдържа всички основни резултати получени в дисертационния труд и в него се отразяват достатъчно пълно и точно съдържанието и основните приноси на автора. Важните резултати (под формата на теореми и следствия) само са формулирани без излагане на съответните доказателства. Прави добро впечатление логично свързания информативен характер на автореферата. Това обстоятелство дава пълна и ясна представа за изследваните проблеми и постиженията в дисертацията. В този смисъл, авторефератът е полезен и за специалисти, които не са запознати подробно с дисертационния труд.

11. Критични забележки и препоръки

Нямам съществени критични бележки и коментари, които да са извън моите лични предпочитания за стил и оформление, които разбира се може да не се покриват със стила и оформлението на дисертацията. Считаю, че този тип бележки (тип лични предпочитания) не

трябва да бъдат предмет на бележки и коментари, поради което ги пренебрегвам в рецензията.

12. Лични впечатления

Познавам добре автора с когото съм работил и продължавам да работя като колега в катедра „Математически анализ“. Той е добросъвестен, работлив и отговорен колега, уважаван в колегиалната си общност. Същият са проявява като толерантен и ерудиран преподавател. Мога убедено да заявя, че той е изграден учен на световно ниво.

13. Препоръки за бъдещо използване на дисертационните приноси и резултати

Определено считам, че постиженията на дисертанта са важни и съществени и в този аспект препоръчвам очертаните от автора перспективи за развитие на изследванията дадени в заключенията към всяка глава да бъдат реализирани в последващи изследвания.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Получените резултати в дисертационния труд и направените по-горе в рецензията коментари ми дават основание да направя следните изводи:

1. Дисертационният труд съдържа сериозни теоретични изследвания, свързани със съществуването и единствеността на двойки неподвижни точки, двойки точки на най-добро приближение, както и редица техни приложения. Тези резултати са оригинален принос на дисертанта и представляват сериозен научен интерес.
2. Дисертационният труд съдържа приложни математически модели, които илюстрират важноста на получените от автора теоретични резултати;
3. Достиженията в дисертационния труд отговарят на изискванията на Закона за развитие на академичния състав в Република България (ЗРАСРБ), Правилника за прилагане на ЗРАСРБ и съответния Правилник на ПУ „Паисий Хилендарски“ за придобиване на научната степен „доктор на науките“.

Поради посочените по-горе факти давам следната оценка на изследванията в дисертационния труд:

Дисертационният труд **съдържа научни и научно-приложни резултати, които представляват оригинален принос в науката, като не съм констатирал наличие на плагиатство** и отговарят на всички изисквания на Закона за развитие на академичния състав в Република България (ЗРАСРБ), Правилника за прилагане на ЗРАСРБ и съответния Правилник на ПУ „Паисий Хилендарски“. Представените материали и дисертационни резултати превъзхождат почти 2.5 пъти минималните национални изисквания, приети във връзка с Правилника на ПУ за приложение на ЗРАСРБ.

Дисертационният труд показва, че **проф. д-р Боян Георгиев Златанов** притежава задълбочени теоретични знания и професионални умения по научна специалност „Математически анализ» като **демонстрира** качества и умения за провеждане на изследвания с получаване на оригинални и значими научни приноси.

Поради гореизложеното, убедено давам своята **положителна оценка** за проведеното изследване, представено от рецензираните по-горе дисертационен труд, автореферат, постигнати резултати и приноси, и **предлагам на почитаемото научно жури да присъди научната степен „доктор на науките“** на **проф. д-р Боян Георгиев Златанов** в област на висше образование: : 4. „Природни науки, математика и информатика”, професионално направление: 4.5 „Математика” (Математически анализ).

24.08.2022 г.

Пловдив

Рецензент: (подпис)

.....

(проф. д-р Андрей Захариев)