РЕЦЕНЗИЯ

от проф. д.м.н. Йохан Тодоров Давидов, ИМИ-БАН

на материалите, представени за участие в конкурс
за заемане на академичната длъжност **„професор“**
в Пловдивския университет „Паисий Хилендарски“,
по област на висше образование *4. Природни науки, математика и информатика*,
професионално направление *4.5 Математика*,
научна специалност *Геометрия и топология*

В конкурса за „професор“, обявен в Държавен вестник, бр. 75 от 02.10.2012 г. и в интернет-страницата на Пловдивския университет „Паисий Хилендарски“, за нуждите на катедра „Алгебра и геометрия“ към Факултета по математика и информатика като кандидат участва доц. д-р Манчо Христов Манев от катедра „Алгебра и геометрия“, ФМИ, ПУ.

1. Общо представяне на получените материали

Предмет:

Със заповед №Р33-4624 от 26.11.2012 г. на Ректора на Пловдивския университет „Паисий Хилендарски" съм определен за член на научното жури на конкурс за заемане на академичната длъжност **„професор“** в ПУ, област на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика, професионално направление 4.5. Математика, научна специалност „Геометрия и топология”, обявен за нуждите на катедра „Алгебра и геометрия“ към Факултета по математика и информатика.

За участие в обявения конкурс е подал документи единствен кандидат – доц. д-р Манчо Христов Манев от катедра „Алгебра и геометрия“, ФМИ, ПУ.

Представеният от доц. д-р Манев комплект материали на хартиен носител е в съответствие с Правилника за развитие на академичния състав на ПУ.

За участие в конкурса доц. д-р Манчо Христов Манев е приложил 21 научни труда, справка за цитирания на негови трудове, 2 учебника и 9 учебни пособия, справка за участие в 13 научно-изследователски и образователни проекта, справка за научно ръководство на успешно защитили 8 дипломанти и 1 докторант.

Приемам за рецензиране 21 научни труда, които са извън дисертацията на кандидата за научната и образователна степен „доктор“ и извън конкурса за получаване на научното звание „доцент“, като освен тях при крайната оценка ще се отчитат и 11 учебници и учебни помагала, участието на кандидата в научно-изследователски и образователни проекти, работата му със студенти.

Кандидатът е представил списък от общо 41 научни публикации (по-нататък ще разгледам само представените за участие в конкурса 21 от тях).

Разпределението на научните трудове, представени за участие в конкурса, по рубриките в страната и в чужбина, е както следва: 6 труда в страната, 15 – в чужбина.

Представен е списък на общо 68 цитирания на работи на кандидата.

2. Кратки биографични данни на кандидата

Манчо Христов Манев е роден в град Чирпан през 1966 г. Висшето си образование завършва през 1989 г. във Факултета по математика и информатика на Пловдивския университет. От 1990 до 1994 г. е бил редовен докторант в катедра „Геометрия“, ФМИ, ПУ. През 1999 г. успешно защитава дисертация за получаване на научната и образователна степен „доктор“. От 1994 до 2003 г. е бил последователно асистент, старши и главен асистент в катедра „Геометрия“, а през 2003 г. му е присъдено научното звание „доцент“. През същата година е бил на шестмесечна след-докторска специализация в Университета на Ниигата, Япония. Освен във ФМИ на ПУ е преподавал във Филиала на ПУ в Смолян и Медицинския университет в Пловдив, като от 2009 г. е доцент (на втори трудов договор) в катедра „Медицинска физика, биофизика и математика“ на Фамацевтичния факултет на Медицинския университет. В периода 2004– 2011 г. е бил Заместник-декан на ФМИ, ПУ. От 2011 г. е ръководител на катедра „Алгебра и геометрия“, ФМИ, ПУ и Помощник-декан (научен секретар) на ФМИ.

3. Обща характеристика на дейността на кандидата

Учебно-педагогическа дейност

Оценката ми за учебно-педагогическа дейност на кандидата е силно положителна. Тя се основава върху представената справка за неговата дейност със студенти, дипломанти и докторанти, справката за аудиторната и извънаудиторната заетост на кандидата, представените учебници и ръководства за решаване на задачи.

Участие в научно-изследователски проекти

Доц. Манчо Манев е участвал в 13 научно изследователски и образователни проекта, като участието му в 12 от тях е след получаването на научното звание „доцент“. Съгласно представената справка, 6 от 12-те проекта са международни, 6 – национални; 5 от проектите са научноизследователски (национални), останалите са свързани с проблеми на образованието. Участието на кандидата в 4 проекта е с ръководни функции, като два от тези проекта са международни.

Наукометрични данни

Както споменах, Манчо Манев участва в конкурса с 21 статии, всичките на английски език. От тях 16 са в научни списания, 5 - в трудове на международни конференции (4 проведени у нас, 1 - в чужбина); 9 статии са в 6 списания с Thomson Reuters Impact Factor, 1 статия е в списание с AMS Mathematical Citation Quotient. Четири от статиите са самостоятелни, 12 са с един съавтор, 5 – с двама съавтори.

Списанията, в които са публикувани статиите са: Am.J.Appl.Sci., Nihonkai Math. J., JP J.Geom.Topol., Results Math., J.Geom., Adv.Geom., Novi Sad J.Math., J.Geom.Phys., Int.J.Geom.Methods Mod. Physics (2 статии), Compt.Rend. Acad.Bulg.Sci.(2 статии), Diff.Geom.Appl., Plovdiv Univ.Sci. Works-Math.

Кандидатът е представил справка за 68 цитирания на негови работи като 61 от тях са след конкурса за научното звание „доцент“. От всички цитирания 32 се отнасят до статии, представени за участие в конкурса. От общия брой цитирания 9 са в 8 списания с IF и 2 цитирания са в 1 списание с MCQ. Има и 7 цитирания на учебни материали на Манев.

Манчо Манев е представил справка за участие с доклади в 63 научни конференции и семинари (52 след конкурса за „доцент“)

Обща характеристика на научната дейност на кандидата. Преглед на получените резултати.

Както кандидатът отбелязва в своята анотация на публикациите за участие в конкурса, представените от него статии са посветени на изучаване геометрията на почти комплексни многообразия със съвместима Норденова метрика (B-метрика), почти хиперкомплексни многообразия с Ермитово-Норденова метрика, почти контактни многообразия с Норденова метрика и многообразия с Риманова структура на почти произведение.

1. Почти комплексни многообразия със съвместима Норденова метрика.

Това са почти комплексни многообразия M, чиято почти комплексна структура J е анти-изометрия относно псевдо-Риманова метрика g, $g(JX, JY) = -g(X, Y)$, $X, Y \in TM$. От това условие следва, че метриката g е от неутрална сигнатура (n, n). Със същата сигнатура е и асоциираната метрика $\widetilde{g}(X, Y) = g(X, JY)$, която също така е съвместима с почти комплексната структура J.

По подобие на класификацията на Gray-Hervella, през 80-те години на миналия век Ганчев и Борисов въвеждат 3 основни класа от почти комплексни многообразия с Норденова метрика въз основа на свойства на ковариантната производна на J относно свързаността на Леви-Чивита ∇. За сравнение да напомним, че основните класове почти Ермитови многообразия, въведени от Gray-Hervella, са 4 на брой. Статиите на кандидата, в които се изучават почти комплексни многообразия с Норденова метрика са посветени на многообразията от класа $\mathcal{W}_3$ на Ганчев-Борисов, единственият от основните класове, за който почти комплексната структура не е непременно интегруема. Тези статии са с номера [5], [6], [7], [8], [10], [11] в списъка на публикациите за конкурса. Главният резултат в статия [5] е намирането на просто алгебрично условие върху тензора на кривината R на многообразие от класа $\mathcal{W}_3$, от което следва изотропна Келеровост, $||\nabla J||^2 = 0$. В статия [6] се показва, че всяко $\mathcal{W}_3$-многообразие с нулев тензор на Вайл и постоянна скаларна кривина е локално симетрично, $\nabla R = 0$. Върху многообразията на едно 4-параметрично семейство от четиримерни групи на Ли се дефинират по естествен начин (инвариантна) почти комплексна структура и съвместима с нея Норденова метрика. Установява се, че така построените структури са от класа $\mathcal{W}_3$. Условието за изотропна Келеровост е изразено като условие върху параметрите на семейството. Пресметнати са тензорът на кривината, скаларната кривина, както и секционната кривина на базисните холоморфни и тотално реални площадки. В резултат на това е установено, че разглежданите многообразия са с постоянна скаларна кривина и нулев тензор на Вайл (следователно са локално симетрични). Освен това изотропната Келеровост е налице точно тогава, когато скларната кривина е нула. Съгласно основния резултат в статия [7], едно почти комплексно многообразие с Норденова метрика (M, J, g) е от клас $\mathcal{W}_3$ тогава и само тогава, когато многообразието $(M, J, \widetilde{g})$ е от този клас. За многообразия от класа $\mathcal{W}_3$ в статията е дадена връзка между тензорите на кривината на свързаностите на Леви-Чивита ∇ на метриката g и $\widetilde{\nabla}$ на метриката $\widetilde{g}$. Метриката $\widetilde{g}$ и свързаността $\widetilde{\nabla}$ са разгледани за почти комплексните структури върху четримерни групи на Ли, дефинирани в статия [6] като, както в тази статия, са пресметнати различни видове кривина и е намерено условието за изотропна Келеровост. Всяка четномерна група на Ли притежава естествена структура на почти комплексно многообразие с Норденова метрика, дефинирана с помощта на глобален репер от лявоинвариантни векторни полета. В статия [8] се показва, че ако метриката е Килингова, то тази структура е от клас $\mathcal{W}_3$ и подлежащото псевдо-Риманово многообразие е локално симетрично. Условието за Килинговост на метриката плюс две алгебрични условия за нея водят до това, че съответните групи на Ли образуват 3-параметрично семейство. За почти комплексните структури с Норденова метрика върху групите от това семейство са пресметнати различни геометрични характеристики. От получените формули следва, че тези структури са изотропно Келерови, с нулева холоморфна секционна кривина и нулева скаларна кривина. Ако към условието за Килинговост на метриката се добави само едно от допълнителните алгебрични условия, а именно комутаторите на различни базисни полета да са взаимно ортогонални, то се получава 6-параметрично семейство. Това семейство е разгледано в статия [10], където са пресметнати компонентите на ковариантната производна ∇J на почти комплексната структура, както и компонентите на различните видове кривина. В частност, установено е, че разглежданите почти комплексни структури с Норденова метрика са изотропно Келерови и скаларно плоски. Подобни изчисления са направени в статия [11], където се разглеждат $4n$-мерни групи на Ли от едно $4n$-параметрично семейство, като за метриката се иска само да е Килингова. Намерено е условието върху параметрите, при което скаларната кривина е нула. Установено е, че това е също така и условието за изотропна Келеровост.

От резултатите на кандидата за почти комплексни многообразия с Норденова метрика бих отличил цитираните теореми за локална симетричност в статии [6] и [8] , както и описаните по-горе конструкции върху групи на Ли.

2. Почти хиперкомплексни многообразия с Ермитово-Норденова метрика

Най-напред да напомним, че една почти хиперкомплексна структура върху многообразие M се състои от три почти комплексни структури $\{J_1, J_2, J_3\}$ върху M, удовлетворяващи комутационните тъждества на имагинерните кватерниони, като $J_3 = J_1J_2$. Многообразие, което притежава почти хиперкомпексна структура е непременно от размерност $4n$.

В началото на този век Грибачев, Манев и Димиев разглеждат почти хиперкомплескни многообразия, снабдени с псевдо-Риманова метрика g, относно която J_1 е изометрия, а J_2 и J_3 са анти-изометрии. Такава една метрика по необходимост е от неутрална сигнатура $(2n, 2n)$. Следвайки терминологията на кандидата, при наличието на метрика g с указаното свойство ще казваме, че е зададено почти хиперкомплексно многообразие с Ермитова и Норденова метрика, или накратко – (H, G) -многообразие (това кратко название ми се струва не много удачно). Тези многообразия са обект на изследване в статиите [3], [4], [9], [13], [16] от списъка на публикациите на кандидата за участие в конкурса. В статия [3] са конструирани 10 нови и интересни примера на (H, G)-многообразия. В статия [4] е конструрана естествена структура на

(H, G) -многообразие върху допирателното разслоение TM на почти комплексно многообразие (M, J, g) с Норденова метрика. Конструкцията на трите почти комплексни структури върху TM използва J и разлагането на TM в директна сума от хоризонталното и вертикално подразслоения, като едната от почти комплексните структури е добре известната структура на Домбровски. Метриката върху TM е Сасакиевата метрика, породена от g. Условието за интегруемост на всяка една от трите почти комплексни структури е изразено в термините на базовото многообразие. В статия [9] се разглежда 4-параметричното семейство от четиримерни групи на Ли G от статия [6]. Както вече отбелязахме, върху G в [6] е дефинирана почти комплексна структура J със съвместима Норденова метрика g. В [9] върху G се дефинира друга почти комплексна структура J_1, която заедно с $J_2 = J$, $J_3 = J_1J_2$ и метриката g задава структура на (H, G)-многообразие. Показано е, че J_1 е от класа $\mathcal{W}_4$ на Gray-Hervella, а J_2 и J_3 са от класа $\mathcal{W}_3$ на Ганчев-Борисов (за J_2 това е известно от [6]). Намерено е условието върху параметрите на разглежданото семейство групи на Ли, при което трите почти комплексни структури са изотропно Келерови. Показано е, че това е и условието скаларната кривина да е нула. Както в случая на хипер почти Ермитова структура, върху всяко (H, G) -многообразие формулата $D_XY = \nabla_XY + \frac{1}{4}\sum_{k=1}^{3}(\nabla_XJ_k)(J_kY)$, където ∇ е свързаността на Леви-Чивита, задава свързаност, за която $DJ_1 = DJ_2 = DJ_3 = Dg = 0$. Съгласно основния резултат в статия [13] ако (H, G)-структурата е локално конформно хипер-Келерова с D-паралалелна торзия на свързаността D, то D е плоска свързаност, трите почти комплексни структури са изотропно Келерови и универсалното накритие на подлежащото многообразие има структура на група на Ли. За (H, G)-структурите върху групи на Ли от статия [9] е показано, че са локално конформно хипер-Келерови, локално конформно плоски, D-плоски, но торзията не е D-паралалелна (от [9] се знае върху кои от тези групи трите почти комплексни структури са изотропно Келерови). В статия [16] се разглеждат (H, G)-структури, за които J_1 е от класа $\mathcal{G}_1 = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_3 \oplus \mathcal{W}_4$ на Gray-Hervella, а J_2 и J_3 са от класа $\mathcal{W}_3$ на Ганчев-Борисов. Показано е, че ако се предположи, че структурата J_1 е Келерова ($\nabla J_1 = 0$), то Келерови са и структурите J_2 и J_3. Установено е още, че, ако J_2 и J_3 са от клас $\mathcal{W}_3$, то J_1 е от клас $\mathcal{G}_1$. При допълнителното предположение, че структурата J_1 е от класа $\mathcal{W}_1$ (т.е. е приблизително Келерова), се показва, че първата канонична Ермитова свързаност на J_1 е единствената свързаност D с анти-симетрична торзия, за която $DJ_1 = DJ_2 = DJ_3 = Dg = 0$. Доказва се, че условието торзионата 3-форма на D да е затворена е еквивалентно с условието свързаността D да е плоска, както и с условието торзията да е паралелна относно свързаността на Леви-Чивита. Примери на (H, G)-структури върху групи на Ли, за които $J_1 \in \mathcal{G}_1$, а $J_2, J_3 \in \mathcal{W}_3$ се съдържат в статия [9], където J_1 всъщност е от клас $\mathcal{W}_4$, но в статия [16] не видях примери, при които J_1 принадлежи на класа $\mathcal{W}_1$.

За мен най-интересната част от статиите на кандидата върху (H, G)-многообразия е конструирането на съдържателни явни примери на такива многообразия.

3. Почти контактни многообразия със съвместима Норденова метрика.

По определение, почти контактно многообразие с Норденова метрика е нечетномерно гладко многообразие M, снабдено с почти контактна структура (φ, ξ, η) и псевдо-Риманова метрика g такива, че

$$g(\varphi X, \varphi Y) = -g(X, Y) + \eta(X)\eta(Y), \quad X, Y \in TM. \tag{1}$$

За сравнение ще отбележим, че за почти контактни многообразия със съвместима Риманова метрика е в сила условието $g(\varphi X, \varphi Y) = g(X, Y) - \eta(X)\eta(Y)$. Както в Римановия случай, от (1) следва, че $\eta(X) = g(X, \xi)$, в частост $g(\xi, \xi) = 1$. Освен това ограничението на φ върху контактното разпределение $Ker\,\eta$ е почти комплексна структура, която е анти-изометрия относно g: $g(\varphi X, \varphi Y) = -g(X, Y)$, $X, Y \in Ker\,\eta$ (в Римановия случай тя е изометрия). Следователно ограничението на g върху $Ker\,\eta$ е метрика с неутрална сигнатура (n, n), а сигнатурата на g върху многообразието M е $(n, n + 1)$.

В една работа от 1993 г. Ганчев, Михова и Грибачев въвеждат 11 основни класа на почти контактни многообразия с Норденова метрика въз основа на свойства на ковариантната производна на φ относно свързаността на Леви-Чивита (в Римановия случай пълна класификция, състояща се от 12 основни класа, е дадена през 1990 г. от Chinea-Gonzalez). В статиите на кандидата с номера [1], [12], [15], [17], [19], [20, [21] се изследват многообразия, принадлежащи на някои от класовете на Ганчев-Михова-Грибачев или на техни директни суми. Например, в статия [1] са получени явни формули за тензора на кривината, тензора на Ричи и за скаларната кривина на 3-мерните многообразия от класовете $\mathcal{F}_1$ и $\mathcal{F}_{11}$. В статия [12] се разглежда хиперповърхнина M в почти комплексно многообразие M' с Норденова метрика g' като се предполага, че M притежава нормално векторно поле N такова, че $g'(N, N) = -1$. При това предположение върху M се дефинира естествена структура на почти контактно многообразие с Норденова метрика. Намерена е явна формула за тензора на кривината на M и са изчислени секционните кривини на ξ- и φ-площадките. Получените формули са прецизирани в случая, когато M' принадлежи на някои от класовете на Ганчев-Борисов. В статия [15] върху многообразия от класа $\mathcal{F}_3 \oplus \mathcal{F}_7$ чрез явна формула е дефинирана свързаност D с напълно анти-симетрична торзия, за която $D\varphi = Dg = D\xi = 0$. Свързаност, удовлетворяваща тези три условия се нарича естествена; всъщност, не е трудно да се види, че първите две условия влекат третото. Показано е, че естествена свързаност с анти-симетрична торзия съществува само върху многообрзия от споменатия клас. Намерена е връзка от алгебричен характер между тензора на кривината K на свързаността D, нейната торзия и тензора на кривината на свързаността на Леви-Чивита ∇, която връзка е необходимо и достатъчно условие K да удовлетворява тъждеството от Келеров тип

$$g(K(X, Y)\varphi Z, \varphi W) = -g(K(X, Y)Z, W). \tag{2}$$

Върху петмерни групи на Ли, съставляващи 6-параметрично семейство, са построени почти контактни структури с Норденова метрика от клас $\mathcal{F}_7$. Установено е, че в този случай торзията на свързаността D е D-паралелна. Пресметната е кривината на свързаностите D и ∇. Намерено е условието върху параметрите на семейството, при което метриката е Айнщайнова, както и това, за което ковариантната производна $\nabla\varphi$ е изотропна, $||\nabla\varphi||^2 = 0$ (условие, аналогично на условието за изотропна Келеровост). За класа $\oplus_{k=4}^{9}\mathcal{F}_k$ в статия [17] е получено тъждество за тензора на кривината на свързаността на Леви-Чивита. Върху петмерни групи на Ли, образуващи семейство, зависещо от 8 параметъра, са построени почти контактни структури с Норденова метрика от клас $\mathcal{F}_6$. Пресметнат е тензорът на кривината на свързаността на Леви-Чивита и е намерено условието върху параметрите, при което скаларната кривина е нула. Показано е, че това е и условието за изотропност на ковариантната производна на φ. В статия [19] се дефинира специална естествена свързаност ∇', която има следното свойство: ако X, Y са векторни полета, като Y е сечение на $Ker\,\eta$, то проекцията на $\nabla'_X Y$ върху $Ker\,\eta$ е равна на $\nabla_X Y + \frac{1}{2}(\nabla_X\varphi)(\varphi Y)$, където ∇ е свързаността на Леви-Чивита. Понеже $\varphi|Ker\,\eta$ е почти комплексна структура, съвместима с Норденовата метриката $g|Ker\,\eta$, последната формула е аналог на първата канонична Ермитова свързаност в дефинитния случай. Върху почти комплексни многообразия с Норденова метрика този аналог е разглеждан най-напред от Ганчев-Михова и Ганчев-Грибачев-Михова през 80-те години на миналия век. В статия на Манев-Иванова, поставена в сайта arxiv, пространството от торзионните $(0, 3)$-тензори (т.е. анти-симетрични по първите два аргумента) се разлага в директна сума от 11 инвариантни и ортогонални подпространства относно действието на групата $(GL(n, \mathbb{C}) \cap O(n, n)) \times 1$ - структурната група на едно почти контактно многообразие с Норденова метрика. В статия [19] е определен класът на торзията на свързаността ∇' относно разлагането на Манев-Иванова; полученият резултат е прецизиран за многообразия от класа $\oplus_{k=4}^{9}\mathcal{F}_k$ и някои негови подкласове. Намерена е връзка между тензорите на кривината на свързаностите ∇' и ∇. Дадено е условие, при което тензорът на кривината на ∇' удовлетворява тъждеството (2). За компонентите на свързаността ∇' относно базис са дадени явни формули в случая, когато почти контактната структура е една от тези, конструирани в статия [17] върху петмерни групи на Ли. Установено е, че в този случай ∇' е плоска свързаност с ∇'-паралелна торзия. В статия [20] се изучават многообразия от класа $\mathcal{F}_1 \oplus \mathcal{F}_4 \oplus \mathcal{F}_5 \oplus \mathcal{F}_{11}$. Показано е, че общият вид на торзиите на естествените свързаности върху многообразие от този клас зависи от четири параметъра. Като следствие е установено, че разликата между една естествена свързаност и свързаността на Леви-Чивита е равна на торзията на естествената свързаност, т.е. естествените свързаности върху многообразия от разглеждания клас еднозначно се определят от своите торзии. Намерени са стойностите на параметрите, за които съответната естествена свързаност е свързаността ∇' от статия [19]. Определен е торзионния клас (по Манев-Иванова) на ∇' и на свързаността, която се получава при нулеви стойности на параметрите. В статия [21] е намерен общият вид на кривинните тензори, удовлетворяващи аналога (2) на Келероворо кривинно тъждество върху петмерно почти контактно многообразие с Норденова метрика. Съответният резултат е специализиран за случая на тензора на кривината на естествена свързаност. За многообразие с произволна размерност, принадлежащо на някой от класовете $\mathcal{F}_1, \mathcal{F}_4, \mathcal{F}_5$, за което тензорът на кривината на ∇' удовлетворява тъждеството (2) е установено, че двете форми на Ли се изразяват чрез скаларната и звезда-скаларната кривини. Този резултат е илюстриран върху хиперповърхнина в $\mathbb{R}^{n+2}$, разглеждана преди това от Ганчев-Михова-Грибачев. Да отбележим, че в статии [20] и [21] вместо за ∇' се говори за така-наречената φ-канонична свързаност, но, както там е посочено, φ-каноничната свързаност съвпада с ∇' върху многообразията от разглежданите класове, според резултат на Манев-Иванова от статия в сайта arxiv.

Според мен най-интересната част от статиите на кандидата в разглежданата тематика са резултатите за свързаността D с анти-симетрична торзия в статия [15], тези за специалната естествена свързаност ∇' в статии [19]-[21] и най-вече конкретните конструкции на почти контактни многообразия с Норденова метрика.

Редица резултати на Манев и съавтори върху почти комплексни и почти контактни многообразия с Норденова метрика и почти хиперкомплексни многообразия с Ермитово-Норденова метрика са представени (без доказателства) в статия [18]. Обзорът е много добре написан и правилно отразява постиженията на кандидата (както и на други български математици).

4. Многообразия с Риманова структура на почти произведение

Това са Риманови многообразия (M, g), снабдени с ендоморфизъм P на допирателното разслоение такъв, че $P^2 = Id$ и $g(PX, PY) = g(X, Y)$, $X, Y \in TM$ $(P \neq \pm Id)$. Тези многообразия са изследвани в статия [14], където се предполага, че структурата на почти произведение има нулева следа. В този случай собствените подразслоения на P, отговарящи на собствените стойности -1 и $+1$ имат един и същ ранг.

През 80-те години на миналия век, подобно на класификацията на Gray-Hervella, A. Naveira определя 36 класа Риманови структури на почти произведение (P, g) въз основа на свойства на ковариантната производна на P относно свързаността на Леви-Чивита ∇. По-късно за структури с нулева следа Стайкова и Грибачев разглеждат три обединения на двойки класове на Naveira и характеризират всеки един от така получените класове чрез тъждества за ∇P. В статия [14] се разглеждат многообразия, принадлежащи на един от тези три класа - класът $\mathcal{W}_3$, единственият, за който структурата на почти произведение не е непременно интегруема. Установено е, че принадлежността към класа $\mathcal{W}_3$ е необходимо и достатъчно условие едно многообразие (M, P, g) с Риманова структура на почти произведение с $Trace\, P = 0$ да притежава свързаност D с напълно анти-симетрична торзия и такава, че $\nabla' P = \nabla' g = 0$. За многообразия от класа $\mathcal{W}_3$ такава една свързаност е единствена, като торзията и разликата ѝ със свързаността на Леви-Чивита ∇ се изразяват просто чрез P и коваринатната производна ∇P. За свързаността ∇' са направени конкретни пресмятания върху многообразия, конструирани от Мекеров и Грибачева, които дефинират 4-параметрично семейство от четиримерни групи на Ли, снабдени с Риманови структури на почти произведение с нулева следа, за които асоциираната метрика $\widetilde{g}(X, Y) = g(X, PY)$ е Килингова. Показано е, че скаларната кривина на ∇' е отрицателна и е намерено условието върху параметрите на семейството, при които тензорът на кривината на ∇' удовлетворява аналог на едно от Келеровите кривинни тъждества. Това е и условието за паралелност на торзията на свързаността ∇'.

5 Алгоритми за решаване на диференциални уравнения

На тази тема е посветена статия [2]. Не мога да коментирам статията, понеже нямам необходимите познания.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Документите и материалите, представени от доц. д-р Манчо Христов Манев отговарят на всички изисквания на Закона за развитие на академичния състав в Република България (ЗРАСРБ), Правилника за прилагане на ЗРАСРБ и съответния Правилник на ПУ „Паисий Хилендарски“.

Доц. Манев е представил достатъчен брой научни трудове, публикувани след материалите, използвани при защитата на ОНС "доктор" и получаване на званието „доцент“. Работите му са посветени на актуални проблеми на диференциалната геометрия и го представят като утвърден специалист в тази област. Неговата научната и преподавателската квалификация е извън всякакво съмнение.

Постигнатите от Манчо Манев резултати в учебната и научно- изследователската дейност напълно съответстват на специфичните изисквания на Факултета по математика и информатика, приети във връзка с Правилника на ПУ за приложение на ЗРАСРБ.

След запознаване с представените в конкурса материали и научни трудове, анализ на тяхната значимост и съдържащи се в тях приноси, намирам за основателно да дам своята положителна оценка и да препоръчам на Научното жури да изготви доклад-предложение до Факултетния съвет на Факултета по математика и информатика за избор на доц. д-р Манчо Христов Манев на академичната длъжност "професор" в ПУ „П. Хилендарски“ по професионално направление 4.5. Математика, научна специалност „Геометрия и топология”.

10.01.2013 г. Рецензент:

(проф. д.м.н. Йохан Давидов)