Р Е Ц Е Н З И Я

от

дн Ангел Борисов Дишлиев – професор в

Химикотехнологичен и металургичен университет – София

на материалите, представени за участие в конкурс за заемане на академичната длъжност **„професор“** за нуждите на **катедра „Математически анализ“, Факултет по математика и информатика (ФМИ) на Пловдивски университет „Паисий Хилендарски“ (ПУ)**

област на висше образование: 4. Природни науки, математика и информатика;
професионално направление: 4.5. Математика (Математически анализ)

Конкурсът за „професор“ е обявен в Държавен вестник, бр. 94 от 12.11. 2021 г., а също и на интернет-страницата на ПУ. Академичната длъжност е за нуждите на катедра „Математически анализ“ на ФМИ. Единствен кандидат за участие в конкурса е **доц. д-р Христо Стефанов Кискинов** от същата катедра.

При изготвяне на рецензията ще използвам съответните указания на ПУ.

1. ОБЩО ПРЕДСТАВЯНЕ НА ПОЛУЧЕНИТЕ МАТЕРИАЛИ

Със заповед № РД-21-298 от 10.02. 2022 г. на Ректора на ПУ бях определен за редовен член на Научното жури на конкурса за заемане на посочената по-горе академична длъжност. На първото заседание на Научното жури бях избран да изготвя рецензия по конкурса.

Представеният от доц. Христо Кискинов комплект материали на електронен носител (дублиран на хартия) е в съответствие с Правилник за развитието на академичния състав на Пловдивския университет „Паисий Хилендарски“. Комплектът включва следните (по важни) документи:

1. Молба до ректора на ПУ за допускане до участие в конкурса;
2. Автобиография по европейски формат;
3. Диплома за образователно-квалификационна степен (ОКС) „магистър";
4. Диплома за образователна и научна степен (ОНС) „доктор";
5. Свидетелство за заемане на академична длъжност „доцент“;
6. Списък на всички научни трудове и учебни пособия с автор Христо Кискинов;
7. Списък на научни публикации и университетски учебни пособия за участие в конкурса за „професор“;
8. Справка за спазване на минималните национални изисквания;
9. Справка за спазване на минималните допълнителни изисквания на ФМИ;
10. Резюмета на научните трудове, представени за участие в конкурса;
11. Авторска справка за научните приноси;
12. Списък с цитирания;
13. Декларация за оригиналност и достоверност на приложените документи;
14. Удостоверение за трудов стаж (общо 32 години);

15. Документи за учебна работа (включващ: справка за учебна заетост, списък на публикувани учебни материали, работа с обучаеми и др.);
16. Документи за научна работа (включващ: справка за научно-изследователска работа, справка за участие в научни форуми, справка за участие в научни проекти, справка за участие в професионални организации и др.);
17. Копия на учебни пособия и научните публикации за участие в конкурса.

Кандидатът доц. Христо Кискинов е приложил за участие в конкурса общо 24 научни публикации и един учебник. Приемам за рецензиране всичките представени материали, тъй като:

- не са използвани при изготвяне на дисертацията на кандидата за придобиване на ОНС „доктор“ (2012 г.);
- не са използвани в конкурса за заемане на академичната длъжност „доцент“ (2014 г.);
- отговарят на областта на висшето образование, професионалното направление и научната специалност на рецензирания конкурс;
- резултатите, получени в различните научни трудове, представени за участие в конкурса за „професор“, не съвпадат;
- не съм забелязал и нямам съмнение за присвояване на резултатите на други автори (т.е. не съм констатирал наличие на плагиатство).

2. КРАТКИ БИОГРАФИЧНИ ДАННИ

Кандидатът за заемане на академичната длъжност „професор“ завършва последователно следните образователно квалификационни степени (ОКС):

Период от г. – до г.	ОКС	Квалификация	Училище	Успех
1978-1982	средно		МГ „Акад. Кирил Попов“, Пловдив	6,00 (Браво Христо!)
1984-1988	бакалавър магистър	Математик - информатик	ПУ „Паисий Хилендарски“	5,29 (диплома); 5,88 (държ. изпит)
2011-2012	доктор	Математика 4.5 (докторска програма „Диф. уравнения“)	ПУ „Паисий Хилендарски“	

Таблица 1

Темата на дисертационния труд на д-р Кискинов е: „*Обикновени диференциални уравнения с дихотомично-подобна линейна част в Банахови пространства*“, Област на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика, Професионално направление 4.5. Математика, Докторска програма „Диференциални уравнения“. Той е бил докторант на самостоятелна подготовка с научен ръководител проф. дмн Степан Костадинов от ПУ. Дисертацията е защитена през 2012 г.

Професионалната реализация на кандидата последователно във времето е посочена в следващата таблица:

Период	Академична длъжност	Висше училище
1989-1997	„асистент“	ПУ „Паисий Хилендарски“

1997-2005	„старши асистент“	ПУ „Паисий Хилендарски“
2005-2014	„главен асистент“	ПУ „Паисий Хилендарски“
2014 - …	„доцент“	ПУ „Паисий Хилендарски“
2019 - …	ръководител катедра „Математически анализ“	ПУ „Паисий Хилендарски“

Таблица 2

Академичната длъжност „доцент“ е в област на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика, професионално направление 4.5. Математика (Математически анализ) и е заета от д-р Христо Кискинов през 2014 г.

Основната преподавателската дейност на кандидата е свързана с подготовката на лекционния материал и четенето на лекции и воденето на семинарни и лабораторни упражнения по няколко математически учебни дисциплини на студенти от различни специалности във ФМИ на ПУ. Бил е ръководител на следните лекционни курсове:

- „Математически основи на информатиката”;
- „Дискретна математика”;
- „Дискретна математика в бизнеса”;
- „Дискретни структури”;
- „Теоретична информатика”;
- „Методи за транслация”;
- „Програмиране на машини на Пост и Тюринг и неразрешими алгоритмични проблеми”;
- „Теория на хаоса и компютърни приложения”.

Деканът на ФМИ в представената за участие в конкурса: „Справка за аудиторна и извънаудиторна дейност на доц. д-р Христо Кискинов“ констатира следното (цитирам):
„*Водените от доц. д-р Христо Кискинов лекции и упражнения са на високо научно и методическо равнище. Демонстрира висок професионализъм и отговорност в работата си…“.*
Нямам основания да не се съглася с направените изводи на декана.

Нивото и достойнствата на изследователската работа на кандидата се определят най-точно и обективно чрез постиженията на неговата цялостна научна дейност. Научното творчество на Христо Кискинов съдържа общо 52 статии. Част от тези статии са представени за придобиване на ОНС „доктор“, за заемане на академичната длъжност „доцент“, за участие в конкурса за „професор“, а част от тях не са използвани. От дискутираните статии с импакт ранг (SJR) са 37 на брой, а с импакт фактор (IF) са 16. Към научните трудове причисляваме и три учебника, единият от които е на електронен носител. Два от тези учебници са използвани в миналия конкурс за „доцент“, а единият в рецензирания конкурс за „професор“. Кандидатът е участвал с доклади в работата на 9 международни научни форуми, от които един е проведен в чужбина, а останалите са в България. Ще отбележа „*International Conference on Recent Advances in Pure and Applied Mathematics*“, проведена в Истанбул през 2015 г., а също така и последователното участие в периода от 2015 г. до 2020 г. (включително) в ежегодните международни конференции, състояли се в гр. Созопол под общото наименование: “*Applications of Mathematics in Engineering and Economics*”. Христо Кискинов е участвал общо в 10 научноизследователски или образователни проекти, от които:

- 2 са национални;
- 2 са регионални;
- 6 са университетски проекти (към „Фонд научни изследвания“ при ПУ).

В неговата научната дейност можем да включим още:

- научен ръководител е на 1 успешно защитил докторант във ФМИ;
- научен ръководител е на 3 успешно защитили дипломанти във ФМИ;
- рецензент е на 3 дипломни работи във ФМИ.

Обществената работа на колегата е свързана с:

- Редовно участие в комисии за провеждане на Държавни изпити и защити на дипломни работи във ФМИ;
- Редовно участие в кандидат-студентската кампания на ПУ;
- Член е на Контролния съвет на ПУ от 2015 г.;
- Член е на Съюз на математиците в България;
- Член е на Американско математическо общество (American Mathematical Society);
- Референт е за реферативните журнали Mathematical Reviews (изготвил досега 33 референции) и Zentralblatt Math (направени 19 референции).

3. ОСНОВНИ КОЛИЧЕСТВЕНИ И КАЧЕСТВЕНИ ПОКАЗАТЕЛИ ЗА ДЕЙНОСТТА НА КАНДИДАТА, ПРЕДСТАВЕНИ ЗА УЧАСТИЕ В КОНКУРСА

3.1. Публикации за участие в конкурса: Списъкът на тези публикации включва един университетски учебник и 24 научни публикации.

Учебното пособие (учебникът) е озаглавено „*Въведение в дискретната математика*“ и е издадено през тази година (2022 г.) в университетското издателство „Паисий Хилендарски“. Пособието е поместено на 339 машинописни страници и има единствен автор – доц. Христо Кискинов. Учебникът е написан въз основа на водените от автора лекции по учебните дисциплини:

- ”Дискретна математика“,
- ”Дискретна математика в бизнеса“,
- ”Математически основи на информатиката“,
- ”Дискретни структури“ и др.

на студентите от някои бакалавърски специалности на ФМИ.

Седем от научните публикации са публикувани в томове на конференции с импакт ранг (седемте публикации са в *AIP Conference Proceedings*). Останалите 17 публикации на кандидата, с които участва в конкурса, са публикувани в реномирани научни списания, някои от които притежават импакт фактор (от представените публикации 11 са с импакт фактор). Почти всички притежават импакт ранг и са реферирани в Web of Science и Scopus. За качеството на тези научни статии можем косвено да съдим от високата класификация на списанията, в които те са публикувани, а именно:

Класификация на списанията	Брой публикации на кандидата	Усреднен показател
Impact factor	11	IF=1,443
Q1 (JCR)	4	IF=2,674
Q2 (JCR)	3	IF=1,151
Q3 (JCR)	1	IF=0,548
Q4 (JCR)	3	IF=0,393
Scopus	22	SJR=0,426

Таблица 3

Ще посоча следните авторитетни научни списания, в които кандидатът за професор е публикувал свои трудове:

- *Fractional Calculus and Applied Analysis;*
- *Integral Transforms and Special Functions;*
- *Mathematics;*
- *Fractal and Fractional.*

Съобразно броя на авторите, публикациите можем да разпределим както следва:

- 5 са с двама автори;
- 10 са с трима автори;
- 9 са с четирима автори.

3.2. Цитирания на научните трудове на кандидата: Важен фактор, рефлектиращ на качеството на научното творчество на кандидата е отразяването на неговите резултатите от други членове на научната общественост. Надлежно, съпроводено с пълно и точно описание, са посочени в съответната справка общо 131 цитирания на 29 научни труда на претендента за заемане на академичната длъжност „професор“. Цитиранията са съгласно приетите стандарти, т.е. изключени са автоцитатите. Цитатите можем да разпределим в няколко множества:

- първа група: 44 цитирания в списания, притежаващи импакт фактор;
- втора група: 66 цитирания в списания, които са реферирани в Scopus;
- трета група: 65 цитирания в списания, които не са реферирани в Scopus.

Посочените по-горе числа имат ориентировъчен характер, тъй като са получени в чрез външно наблюдение (което разбира се не е всеобхватно и перфектно) на обекти, чийто брой се изменя (монотонно расте) във времето.

3.3. Справка за изпълнение на минималните национални изисквания: Изпълнението на минималните национални изисквания за заемане на академичната длъжност „професор“ е показано в следващата таблица:

Национални показатели	Минимален брой точки	Представени материали от кандидата	Постигнати точки от кандидата
А. Дисертационен труд за присъждане на ОНС „доктор“	**50**	Дисертационен труд	**50**
В. Хабилитационен труд	**100**	Научни публикации в списания, реферирани в Web	**315**

(монография) или научни публикации, съответстващи на хабилитационен труд		of Science, Scopus и Zentralblatt Math: Q1 0 публикации х 75 т.= 0 т.; Q2 1 публикация х 60 т.= 60 т.; Q3 1 публикация х 45 т.= 45 т.; Q4 2 публикации х 36 т.= 72 т.; SJR 4 публикации х 30 т.=120 т.; Zentralblatt Math 1 публикация х 18 т.= 18 т.; Общо 315 т.	
Г. Научни публикации (извън хабилитационния труд или съответните му научни публикации)	**200**	Научни публикации в списания, реферирани в Web of Science, Scopus и Mathematical Reviews: Q1 4 публикации х 75 т.=300 т.; Q2 2 публикации х 60 т.=120 т.; Q3 0 публикации х 45 т.= 0 т.; Q4 1 публикация х 36 т.= 36 т.; SJR 7 публикации х 30 т.=210 т.; Mathematical Rev. 1 публикация х 18 т.= 18 т.; Общо 684 т.	**684**
Д. Цитирания в научни издания	**100**	Представени са цитирания в публикации, издадени в списания, които са реферирани в Web of Science и Scopus: WoS, Sc 66 цитирания х 8 т.=528 т.; Други 0 цитирания х 4 т.= 0 т.; Общо 528 т.	**528**
Е. Ръководство на защитили докторанти, участие в национални проекти и публикувани учебници	**100**	Защитили докторанти 1 докторант х 50 т. = 50 т.; Национални проекти 1 проект х 20 т. = 20 т.; Публикувани учебници 1 учебник х 40 т. = 40 т.; Общо 110 т.	**110**

Таблица 4

Ще направя три забележки във връзка с числовите данни, представени в тази точка:

Забележка 1. В последната колона от реда на показател В от горната таблица 4, посоченият от мен брой точки (315) не съвпада с точките (303), които кандидатът е заявил в съответната справка, озаглавена Справка за изпълнение на минималните национални изисквания по ПРЗРАСРБ. Това разминаване се дължи на обстоятелството, че списанието „*Communications in Applied Analysis*“, в което авторът има една публикация, не е отчетено от доц. Христо Кискинов в посочената справката като списание с SJR (за което се полагат 30 т.), а е отчетено като списание, реферирано в Zentralblat Math (за което се дават 18 т.). Все пак ще уточня, че полученият в рецензията брой точки е по-голям от представените от автора.

Забележка 2. В показател Д на таблица 4 са отчетени само цитиранията, които са в списания, реферирани от Web of Science и Scopus (общо 66 цитирания). Останалите (забелязани) 65 цитирания не са отчетени в съответната справка. Това вероятно се дължи на „изнурителната“ проверка, която трябва да се направи, за да се провери къде точно са реферирани списанията, съдържащи тези цитати. Авторът е спестил тези усилия. Това е допустимо, след като кандидатът за заемане на академичната длъжност е цитиран достатъчно на брой пъти във високо рейтингови списания, т.е. загубените точки не са му необходими.

Забележка 3. От таблица 4 се вижда, че всеки един от минималните национални показатели е преизпълнен от кандидата (при условие, че не са отчетени всички негови постижения). Ще отбележа, че (сумарно), минимално изискуемите точки от показателите, отнасящи се за „професор“, са изпълнени от кандидата повече от три пъти.

3.4. Справка за изпълнение на минималните изисквания на ФМИ на ПУ: Изпълнението на минималните изисквания на ФМИ за заемане на академичната длъжност „професор“ е показано в следващата таблица:

Допълнителни изисквания на ФМИ	Минимален брой	Изпълнение от кандидата
1. Публикации, които не са представени за придобиване на ОНС „доктор“ и за заемане на академичната длъжност „доцент“	20 публикации	24 публикации
2. Публикации в списания	12 публикации	24 публикации
3. Публикации в списания с импакт фактор	8 публикации	11 публикации
4. Учебни помагала	1 учебно помагало	1 учебно помагало
5. Цитирания	20 цитирания	131 цитирания
6. Защитили докторанти	1 докторант	1 докторант

Таблица 5

Доц. Христо Кискинов е бил ръководител на докторанта Магдалена Веселинова, успешно защитила през 2017 г. дисертационен труд на тема „ *Дробни диференциални уравнения с разпределено закъснение“.*

От таблица 5 се вижда, че допълнителните минимални изисквания на ФМИ са изпълнени от кандидата за заемане на академичната длъжност „професор“.

4. ОБЩА ХАРАКТЕРИСТИКА НА УЧЕБНО-ПЕДАГОГИЧЕСКОТО И НАУЧНО ТВОРЧЕСТВО НА КАНДИДАТА

4.1. Оценка на учебно-педагогическото творчество на кандидата: Христо Кискинов притежава богат дългогодишен преподавателски опит, придобит основно в ПУ. От 1989 г. до сега (т.е. повече от 32 години) кандидатът за „професор“ е провеждал лекционни курсове, семинарни занятия и упражнения по дузина учебни дисциплини в ПУ. Бил е ръководител на 3 дипломни работи на студенти от ПУ. Ръководител е на един успешно защитил докторант.

Представеното учебно помагало (учебник „*Въведение в дискретната математика*“) е поместено на 339 страници. Учебният материал е разпределен в увод, 6 глави и библиография, която се състои от 74 заглавия. Учебникът е предназначен за българските висши училища, обучаващи студенти по специалности от професионалните направления: Математика, Информатика и компютърни науки, Педагогика на обучението по математика, информатика и информационни технологии. В това число попадат някои бакалавърски специалности от ПУ, от които ще посоча: ” Математика“, ”Приложна математика“, ”Бизнес математика“, ”Информатика“, ”Софтуерно инженерство“, ”Математика, информатика и информационни технологии“, ”Информационни технологии, математика и образователен мениджмънт“ и ”Математика и информатика“. Изборът на конкретните теми, които:

- могат и в зависимост от целите на обучението трябва да бъдат включени в учебното помагало (най-общо казано) по *Дискретна математика*,
- нивото и детайлността на разглеждане на тези теми,
- използването на подходящ апарат на тяхното изложение

е трудна и нееднозначно решима задача. Причините за това са:

- големият и разнообразен обхват на този дял на математиката, който се базира на няколко други математически науки (Алгебра, Математическа логика, Теория на множествата, Теория на функциите, Комбинаторика, Теория на графите, Теория на числата, Теория на вероятностите и др.);
- големият брой (макар и свързани помежду си) различни специалности, студентите от които биха могли да ползват учебника;
- целите, които са поставени пред съответните конкретни учебни дисциплини по дискретна математика, които потенциално биха могли да ползват помагалото;
- връзката на учебния материал с тематиката на други (основаващи или надграждащи) учебни дисциплини;
- времето, което е предвидено в учебните планове на отделните специалности, ползватели на учебника;
- качеството на слушателите на съответния учебен материал и мн. др.

Моята лична преценка е, че авторът се е справил много добре с посочените по-горе предизвикателства. Допуснатите технически неточности, например:

- на 41 стр., 11 ред отдолу изразът $m \in f(m)$ би трябвало да се замени с $m \notin f(m)$;
- на 50 стр., 3 ред отдолу изразът „не намеря нищо“ бих заменил с израза „не намеря нещо“;
- текстът на 181 стр., 1 ред отгоре (цитирам): „И променяйки финалните състояния на нефинални и финалните на нефинални“ би трябвало да се редактира
- и други такива,

по никакъв начин не затрудняват възприемането на предложения текст. Между другото, усилията ми да намеря неточности (които не са свързани с моите лични предпочитания) не се увенчаха с успех. Приетият от доц. Христо Кискинов подход при написване на помагалото се подчинява на следните правила:

- включеният материал се базира предимно на достиженията в математически науки, т.е. това помагало е учебник по математическа учебна дисциплина;
- в текста постоянно се акцентира на дълбоката логическа връзка на математиката и информатиката (във връзка с тази цел са посочени важни приложения на математиката в конкретни примери от информатиката);
- ясно изложение на включените в помагалото теми, което може да послужи като основа за по-нататъшно (вероятно и самостоятелно) задълбочено и подробно изучаване на основите на информатиката;
- възприет е съвременен подход на изложение на доказателствата, различен от така наречения класически стил. Така например в учебника се използват:
  - конструктивни схеми на доказателствата,
  - посочени са само идеите на конкретни доказателства,
  - дадени са „линии на доказателства“,
  - елементи от доказателствата са представени като отделни задачи;

- както е прието в нашата учебникарска практика отделните теми спазват следната схема на изложение:

  - първа част: „стегнато“ изложение на необходимия теоретичен материал, обхващаш основни дефиниции, въвеждащи понятията и релациите между тях; основни твърдения по разглежданата тема; важни забележки и примери, доуточняващи смисъла на дефинициите и теоремите;

  - втора част: примери (или задачи), чрез които се осмисля теорията и се затвърждава приложния характер на дисциплината.

Считам, че ръководството е полезно за студентите. Лично на мен, неговото съдържание и професионално оформление (бих използвал метафората „живия стил“) ми направи много добро впечатление. Нещо повече, ако колегата Кискинов не ми подари едно копие на учебника, ще се принудя да си го закупя.

4.2. Оценка на научното творчество на кандидата: В тази част на рецензията ще използвам номерацията на заглавията на рецензираните научни трудове съгласно Списъка на научните трудове за участие в конкурса. Най-общо, научните резултати на кандидата за „професор“ се заключават в попълване, обогатяване и обобщаване на научното познание по конкретни теми от теорията на:

- импулсните диференциални уравнения в Банахови пространства ([4] и [5]);
- изследвания на математически обекти в абстрактни пространства ([3], [12] и [22]);
- свойства на комформните и дробните производни ([18] и [21]);
- дробни диференциални уравнения със закъснения ([16]);
- дробни диференциални уравнения с разпределено закъснение ([7], [8], [10], [13], [14], [17], [20] и [23]);
- неутрални дробни диференциални уравнения ([6], [9], [11], [19] и [24]);
- математическо моделиране в популационната динамика ([1], [2] и [15]).

Импулсни диференциални уравнения в Банахови пространства: Обект на изследване в [4] са линейни имулсни системи диференциални уравнения (хомогенни и нехомогенни) в Банахови пространства. Импулсните моменти са предварително фиксирани. Този тип диференциални уравнения се изследват за първи път от Д. Байнов, С. Костадинов и П. Забрейко през 1987 г. Понятията ψ - ограниченост и ψ - устойчивост (за крайномерни Евклидови пространства) са въведени и изследвани от O. Akinyele през 1975 г. Нека X е Банахово пространство, $LB(X)$ е множеството от всички линейни ограничени оператори, действащи в X. В работата се изучават хомогенни и съответните нехомогенни линейни системи импулсни диференциални уравнения от вида:

(i) $$\frac{dx}{dt} = A(t)x,\ t \neq T = \{t_1, t_2, ...\};\quad x(t_i + 0) = Q_i x(t_i),\ i = 1, 2, ...,$$

(ii) $$\frac{dx}{dt} = A(t)x + f(t),\ t \neq T = \{t_1, t_2, ...\};\quad x(t_i + 0) = Q_i x(t_i) + h_i,\ i = 1, 2, ...,$$

където $A : R^+ \to LB(X)$, $f : R^+ \to X$, $Q_i \in LB(X)$, $h_i \in X$. Нека е зададена непрекъсната операторна функция $\psi : R^+ \to RBL(X) \subset LB(X)$, където $RBL(X)$ е множеството на всички обратими оператори. Тогава функцията $u : R^+ \to X$ се нарича ψ - ограничена в

R^+, ако функцията $\psi(t)u(t)$ е ограничена в R^+. По подобен начин (с помощта на съответния еволюционен оператор на импулсните уравнения) се въвеждат и понятията ψ - дихотомично и ψ - експоненциално дихотомично уравнение в R^+. Един от основните резултати в това изследване е намирането на набор от условия, при които ако хомогенно линейно импулсно диференциално уравнение (i) е ψ - експоненциално дихотомично в R^+, то съответното нехомогенно уравнение (ii) при всеки избор на нехомогенните части (с определени стандартни качества) притежава решение, което е ψ - ограничено. В тази работа ми се струва, че номерацията на теоремите е непоследователна. Вероятно това се дължи на особености в широко използваната система за текстообработка LaTeX.

В другата публикация по темата (работа [5]) се изучават нелинейни системи импулсни диференциални уравнения в Банахови пространства, които представляват обобщения на системата (ii):

$$\text{(iii)}\qquad \begin{aligned} &\frac{dx}{dt} = A(t)x + F(t,x),\ t \neq T = \{t_1, t_2, ...\}; \\ &x(t_i + 0) = Q_i x(t_i) + H_i(x(t_i)),\ i = 1,2,..., \end{aligned}$$

т.е. функцията f от (ii) е заменена с функция $F : R^+ \times X \to X$ в (iii) и h_i (отново от (ii)) е заменена с $H_i(x(t_i))$ в (iii). Тук $H_i : X \to X,\ i = 1,2,...$. Чрез схемата на неподвижната точка на Banach са намерени достатъчни условия за съществуване на ψ - ограничени решения на (iii) в случаите на ψ-експоненциална или ψ-обикновена дихотомия на съответната линейна система диференциални уравнения (от вида на (i)).

Изследвания на математически обекти в абстрактни пространства: В [3] основен обект на изследване са интегрални уравнения на Volterra от втори тип. Тук променливата принадлежи на регулярно Хаусдорфово пространство. Разгледани са основните въпроси от фундаменталната теория за съществуване и единственост на решението. Поставените цели са постигнати с използването на въведен и изучен от авторите клас неподвижни точки за нелинейни оператори в подходящи класове Хаусдорфови пространства.

Както заявяват авторите на работа [12], сложността на доказателствата при интегралните неравенства в значителна степен са в зависимост от размерността и геометрията на интеграционните области. Това обстоятелство отпада при най-обща постановка на интегралното уравнение и съответните неравенства. В работата се допуска интегриране в компактни множества. По този начин се анулира зависимостта от размерността и геометрията на областта на интегриране. Вниманието на изследователите се акцентира в решаването на поставените задачи, като се опират само на най-общите топологичните свойства на пространствата, в които са поместени изследваните обекти. Изучават се абстрактни интегрални уравнения (и съответните им неравенства) от типа на Volterra от втори ред в метрични пространства. Характерно е, че изучаваните уравнения имат два нелинейни интегрални оператора. Дадени са достатъчни условия за съществуване и единственост на решенията на интегралните уравнения от този клас. Изследванията на авторите надграждат предходни техни резултати (включително и тези от дискутираната по-горе работа [3]).

През 2014 г. от R. Khalil, M. Al Horani, A. Yousef и M. Sababheh беше въведена така наречената от тях конформна (дробна) производна за реални функции. Оказва се, че тази производна удовлетворява много от основните свойства на обикновената целочислена производна. С участието на кандидата (в предходни изследвания) е установено, че дадена реална функция има конформна производна в точка, тогава и само тогава, когато функцията има (обикновена) първа производна в тази точка и това важи за всички точки с изключение на долния терминал. В [22] се изучават конформни производни в произволни Банахови пространства. Нека B е Банахово пространство с норма $\|.\|_B$, функцията $f : R \to B$, притежава норма $\|f\|_B$, която е интегруема в смисъл на Лебег в компактни интервали. Нека константантите $a \in R$ и $\alpha \in (0,1]$. Конформната производна $T_a^\alpha f(t)$ от ред α в точката $t > a$ се дефинира с помощта на равенството

$$T_a^\alpha f(t) = \lim_{\theta \to 0} \frac{f\left(t + \theta(t-a)^{1-\alpha}\right) - f(t)}{\theta} \Leftrightarrow \lim_{\theta \to 0} \left\| \frac{f\left(t + \theta(t-a)^{1-\alpha}\right) - f(t)}{\theta} - T_a^\alpha f(t) \right\|_B .$$

Установени са очаквани свойства на конформните производни на функции в абстрактни пространства, от които тук ще посоча:

- от съществуването на конформна производна от произволен ред в дадена точка следва непрекъснатост на функцията в тази точка;
- доказано е, че ако дадена функция в Банахово пространство притежава конформна производна от ред $\alpha \in (0,1]$ в точка $t > a$, то в същата точка функцията притежава конформна производна от ред $\beta \in (0,1]$, $\beta \neq \alpha$, при това е валидно равенството $T_a^\alpha f(t) = (t-a)^{\beta-\alpha} T_a^\beta f(t)$;
- разгледан е случаят, когато изследваната производна е в долния терминал, т.е. при $t = a$.

Получен е (от моя гледна точка) важен резултат (аналогичен на реалния случай). По-точно: една абстрактна функция има конформна производна в дадена точка (която не съвпада с долния терминал на конформната производна), тогава и само тогава, когато има обикновена целочислена производна от първи ред в същата точка. Направено е интересно приложение на този тип производни върху смесена задача за параболични частни диференциални уравнения. По мое мнение тази работа (която е неразделна част от цикъл предходни изследвания на кандидата) е много интересна и заслужава да бъде отбелязана.

Свойства на комформните и дробните производни: В статията [18] са направени някои уводни бележки (аналогични на посочените по-горе в коментираната от мен публикация с номер [22]). По моя оценка, постигнатото в работата се свежда до:

- посочване на схема за преобразуването на начална задача за нелинейна система диференциални уравнения с конформни производни:
$$T_a^\alpha x(t) = F\left(t, x(t)\right),\ x(t_0) = x_0 \in R$$
в еквивалентна начална задача за нелинейна система, при което производните са целочислени от първи ред:
$$x'(t) = (t-a)^{\alpha-1} F\left(t, x(t)\right),\ x(t_0) = x_0 ;$$
- посочване на схема за преобразуването на начална задача за нелинейна система диференциални уравнения със закъснения и конформни производни в еквивалентна начална задача за нелинейна система със закъснения и целочислени първи производни.

В статия [21] се изучават важни свойства на двата основни варианта на дробните производни на дадена функция $x : R \to R$, които се дефинират с помощта на

Gamma функцията Γ. Нека константата $\alpha \in (0,1)$ и точката $t_0 \in R$. Тогава при известни ограничения за разглежданата функция $x = x(t)$ се дефинират леви и десни производни в избраната точка t_0 както следва:

- производни на Riemann-Lioville

(iv)
$$RLD_{t_0+}^{\alpha}x(t) = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)}\frac{d}{dt}\int_{t_0}^{t}(t-s)^{-\alpha}x(s)ds, \quad t > t_0,$$
$$RLD_{t_0-}^{\alpha}x(t) = \frac{-1}{\Gamma(1-\alpha)}\frac{d}{dt}\int_{t}^{t_0}(s-t)^{-\alpha}x(s)ds, \quad t < t_0;$$

- производни на Caputo

(v)
$$CD_{t_0+}^{\alpha}x(t) = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)}\int_{t_0}^{t}(t-s)^{-\alpha}\frac{d}{ds}x(s)ds, \quad t > t_0,$$
$$CD_{t_0-}^{\alpha}x(t) = \frac{-1}{\Gamma(1-\alpha)}\int_{t}^{t_0}(s-t)^{-\alpha}\frac{d}{ds}x(s)ds, \quad t < t_0.$$

Основният резултат в публикацията можем синтезирано да изразим така:
$$\left(x \in C^2[a,b],\ CD_{t_0-}^{\alpha}x(t) = CD_{t_0+}^{\alpha}x(t),\ t \in [a,b]\right) \ \Rightarrow\ \left(x(t) = const,\ t \in [a,b]\right).$$
Това твърдение не отговаря на очакванията (породени от целочисления вариант на диференциране). Посочени са няколко грешни изследвания на автори, предизвикани от пренебрегване на посоченото по-горе свойство. За първи път се натъквам на случай, когато цитирането „не е приятно и престижно“ за цитирания автор.

Дробни диференциални уравнения със закъснения: Диференциалните уравнения с дробни производни и закъснение притежават предимство в сравнение с диференциалните уравнения с целочислен ред на производните, което можем да определим така: Дава се възможност да се отрази влиянието на ‚историята на процеса“ върху неговата еволюция. Предходната информация се придобива по две направления:

- паметта на дробната производна;
- въздействието на процеса от миналото, причинено от закъсняващите аргументи.

Посоченото предимство е добре изяснено многократно от автора.

Известно е, че интегрално представяне на решенията на началните задачи за диференциалните уравнения е важна част при изграждането на фундаменталния и качествения анализ на тези решения. Основен инструмент за решаване на този проблем е съществуването на фундаментална матрица.

В днешно време дробното смятане и съответните дробни диференциални уравнения са подложени на интензивно изследване. Това се оказва адекватен инструмент за моделиране на много явления и процеси в различни области на науката. Систематично и основополагащо представяне на теорията на дробното смятане е изложено в монографиите на В. Кирякова (1994) и A. Kilbas, H. Srivastava, J. Trujillo (2006).

В [16] се изследва начална задача за нелинейна дробна закъсняваща система с производни в смисъл на Caputo с рационално несъизмерими редове на диференциране:

(vi)
$$D_{a+}^{\alpha_k}x^k(t) = f^k\left(t, x^1(t+\theta), \ldots, x^n(t+\theta)\right);$$
$$x^k(a+\theta) = \phi^k(\theta),\ k = 1, \ldots, n,$$

където $D_{a+}^{\alpha_k}$ е лява дробна производна на Caputo (виж (v)), $\alpha_k \in (0,1)$, $-h \le \theta \le 0$, $h = const > 0$, $\Phi = (\phi^1, ..., \phi^n) \in PC([-h,0], R^n)$, т.е. множеството на частично непрекъснати функции в интервала $[-h,0]$ с краен брой точки на прекъсване от първи род, в които функциите са непрекъснати отляво. Ще отбележа, че в работата е дадено, че функциите:

$F = (f^1, ..., f^n) : E^* \to R^n$, където $E^* = J_a \times \Xi^* = J_{a+0} \times \Xi^* = [a-h, a] \times PC([-h,0], R^n)$.

С други думи, в дясната страна на диференциалната система времето t е прекомерно ограничено, което по мое мнение е неточно. Това обстоятелство се дължи на факта, че е пропуснато да се дефинира множеството $J_a = [a, \infty)$, както това е направено в [17], [19] и други публикации на автора. В работата са поставени основите на фундаменталната теория (съществуване и единственост на решението) на началните задачи (vi) за нелинейни дробни (в смисъл на Caputo) закъсняващи диференциални системи в случая на прекъснати начални функции. Тъкмо прекъснатите начални условия представляват „новото“ в разглежданията на автора. Изучава се също началната задача:

(vii)
$$D_{a+}^{\alpha_k} x^k(t) = \sum_{i=0,...,m} \sum_{j=1,...,n} b_{kj}^i x^j(t-\tau_i) + w^k(t, x^1(t), ..., x^n(t));$$
$$x^k(t) = \phi^k(t),\ t \in [-h,0], \quad k = 1, ..., n.$$

Можем да приемем, че (vii) е частен случай на (vi). Представени са условия, от които следва, че ако нулевото решение на линейната част на горната система

$$D_{a+}^{\alpha_k} x^k(t) = \sum_{i=0,...,m} \sum_{j=1,...,n} b_{kj}^i x^j(t-\tau_i)$$

е глобално асимптотично устойчиво, то нулевото решение на нелинейно смутената система също е глобално асимптотично устойчиво.

Дробни диференциални уравнения с разпределено закъснение: В работа [7] е изследвана линейна (автономна и неавтономна) дробна диференциална система с разпределени закъснения. Важна особеност е, че редовете на участващите дробни производни са рационално несъизмерими, а използваните дробни производни са от типа на Riemann-Liouville или Caputo (виж по-горе дефиниционните равенства (iv) и (v)). Съответната задача на Коши има вида:

(viii)
$$D_{0+}^{\alpha_k} x_k(t) = \sum_{j=1,..,n} \int_{-\sigma}^{0} x_j(t+\theta) d_\theta u_j^k(t,\theta) + f_k(t), \quad k = 1, ..., n;$$

(ix)
$$D_{0+}^{\alpha_k - 1} x_k(t) = \phi_k(t), \quad t \in [-\sigma, 0], \quad k = 1, ..., n,$$

където D е една от производните на Riemann-Liouville или Caputo, редовете на производните са $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n \in (0,1)$ и както казах по-горе те са рационално несъизмерими, $\sigma = const > 0$, $u_k^j : R \times R \to R,\ f_k : R \to R,\quad \phi_k : [-\tau, 0] \to R$. Ще отбележа (макар да е излишно), че в публикация [7] на стр. 3, ред 2 отгоре неточно е записано $f : R \to R$ вместо $f_k : R \to R$, а в равенство (1) имаме сума $\sum_{j=0}^{n} ...$ вместо $\sum_{j=1}^{n} ...$. Основните резултати се съдържат в две твърдения. Посочени са достатъчни условия:

- за съществуване и единственост на решението на нехомогенната задача (viii), (ix);
- нулевото решение на съответната на (viii) хомогенна задача е глобално асимптотично устойчиво.

Доказателството на второто твърдение е повторение на класическия резултат: Ако всички корени на съответния аналог на характеристичното уравнение имат отрицателни реални части, то нулевото решение на разглежданата хомогенна линейна дробна диференциална система е глобално асимптотично устойчиво.

В работа [8] се изучава автономната система, съответна на (viii), която има вида

(x) $$D_{0+}^{\alpha_k} x_k(t) = \sum_{j=1,..,n} \int_{-\sigma}^{0} x_j(t+\theta) du_j^k(\theta), \quad k = 1,...,n,$$

където смисълът на параметрите беше указан в анализа на предходната публикация. Получени са достатъчни условия за глобална асимптотична устойчивост на нулевото решение на (x), които се дават с помощта на качествата на нулите на детерминантата на съответната характеристична матрица, т.е. на характеристичния полином.

Сред математическите обекти на изследване от кандидата за професор са дробни производни на Caputo от разпределен ред по отношение на дадена неотрицателна плътностна функция (виж работа [10]), които се дефинират както следва:

(xi) $$CD_{a+}^{q(\alpha)} x(t) = \int_{n-1}^{n} q(\alpha) CD_{a+}^{\alpha} x(t) d\alpha,$$

където $CD_{a+}^{\alpha} x(t)$ е дробната производна на Caputo (виж равенство (v)), плътностната функция $q : R^+ \to R^+$, $n \in N$. Тук се изучава линейна система с дробни производни от разпределен ред и с разпределени закъснения:

(xii) $$CD_{0+}^{q(\alpha)} x_k(t) = \sum_{j=1,..,n} \int_{-\sigma}^{0} x_j(t+\theta) du_j^k(\theta) + f_k(t), \quad k = 1,...,n.$$

За линейната система (xii) с начално условие

(xiii) $$x^k(t) = \phi^k(t), \ t \in [-\sigma, 0], \quad k = 1,...,n.$$

се изгражда съответната фундаментална теория, която включва условия за съществуване и единственост на решението. За целта предварително се намира еквивалентна интегрална система от типа на Volterra, което по същество е сериозна локална за този тип уравнения задача (по-точно при наличие на дробни производни от споменатия тип). Ще отбележа, че намерената еквивалентност (между диференциалната система и интегралната система) не е напълно съпоставима с класическата еквивалентност в случая на линейни системи диференциални уравнения с цели производни. Нулевото решение на автономната система е изследвано за глобална асимптотическа устойчивост. Важен резултат в работата е достигането до предварително очаквания извод: Ако корените на съответното характеристично уравнение са с отрицателни реални части, то нулевото решение на разглежданата система е глобално асимптотически устойчиво.

В [13] се изследва линейната система (viii), където производната е в смисъл на Riemann-Liouville (в описателна форма, обект на изследване са дробни диференциални линейни неавтономни системи с разпределени закъснения и рационално несъизмерими редове на диференциране). Много специалисти в теорията на дробните диференциални уравнения считат, че практическата интерпретация на началните условия е отворен. Разглеждат се три типа начални условия:

$$D_{0-}^{\alpha-1}x_k(t)=\phi_k(t),\ \ t\in[-\sigma,0];$$
$$D_{0-}^{\alpha-1}x_k(0)=\phi_k(0),\ \ x_k(t)=\phi_k(t),\ \ \ t\in[-\sigma,0);$$
$$x_k(t)=\phi_k(t),\ \ t\in[-\sigma,0],\ \ k=1,...,n.$$

Анализира се възможността за практическа интерпретация на началните условия, чрез която се очертава подходящия избор на моделната начална задача, описваща реални обекти.

Научните публикации [20] и [23], с които кандидата участва в конкурса за професор отново са посветени на линейни дробни системи с разпределени закъснения и производни в смисъла на Caputo с рационално несъизмерими редове на диференциране. Разглежда се началната задача

(xiv) $$D_{0+}^{\alpha_k}x_k(t)=\sum_{j=1,..,n}\int_{-h}^{0}x_j(t+\theta)\,d_\theta u_j^k(t,\theta)+f_k(t);$$

(xv) $$x_k(t)=\phi_k(t),\ \ t\in[-h,0],\ \ k=1,...,n.$$

Проучени са следните въпроси:

- условия за съществуване на фундаментална матрица;
- свойства на фундаменталната матрица;
- интегрално представяне на решенията на (xiv), (xv);
- оценки на решението чрез неравенството на Gronwall;
- непрекъсната зависимост на решението и др.

Обект на изследване в [14] и [17] са линейни дробни системи с разпределени закъснения и производни в смисъла на Caputo с рационално несъизмерими редове на диференциране. Системите са обобщение на (xiv) и имат вида:

(xvi) $$D_{0+}^{\alpha_k}x_k(t)=\sum_{i=0,...,m}\left(\sum_{j=1,..,n}\int_{-h}^{0}x_j(t+\theta)\,d_\theta u_{kj}^i(t,\theta)\right)+f_k(t).$$

За началната задача (xvi), (xv) са получени следните резултати:

- намерени са достатъчни условия за съществуване и единственост на решение в случай на прекъснати начални функции (функциите $\phi_k(t)$ от (xv) са по части непрекъснати с краен брой точки на прекъсване от първи род в интервала $[-h,0]$);
- интегрално представяне на решението;
- намерени са условия гарантиращи съществуване и единственост на решенията в случай на интегруеми по Lebesgue начални функции.

Неутрални дробни диференциални уравнения: В работа [6] авторите изучават сравнително сложен математически обект каквито са неутралните линейни дробни диференциални системи с разпределени закъснения в случаите на дробни производни на Riemann-Liouville и Caputo, с рационално несъизмерими редове на диференциране, които можем да запишем както следва:

(xvii) $$D_{0+}^{\alpha_k}\left(x_k(t)-\sum_{j=1,..,n}\int_{-\tau}^{0}x_j(t+\theta)\,d_\theta v_k^j(t,\theta)\right)=\sum_{j=1,..,n}\int_{-\sigma}^{0}x_j(t+\theta)\,d_\theta u_k^j(t,\theta)+f_k(t),\ \ k=1,...,n.$$

Тук отново производната $D_{0+}^{\alpha_k}$ е или на Riemann-Liouville или на Caputo. Смисълът на останалите параметри на горната система изясних в предходните анализи на публикациите на доц. Христо Кискинов. Началното условие е от вида

(xviii) $$D_{0+}^{\alpha_k-1}x_k(t)=\phi_k(t),\quad t\in[-h,0],\quad h=\max\{\tau,\sigma\},\quad k=1,\dots,n.$$

Както в предишни работи на кандидата, така и тук началната задача (xvii), (xviii) се свежда до еквивалентна интегрална система, която е удобна за използване на метода на свиващия оператор. По този начин се достига до съществуване и единственост на решението на разглежданата задача. За съответната на (xvii) автономна система са препотвърдени условията за глобална асимптотическа устойчивост на нулевото решение. Както и при класическите диференциални линейни системи основното предположение е свързано с наличието на отрицателни реални части на корените на съответното характеристично уравнение. Тук основната трудност е в определяне на конкретната форма на характеристичното уравнение.

В работа [9] продължават изследванията на задачата (xvii), (xviii) от предходната работа. Тук авторите подобряват и разширяват тяхни предишни резултати. Достига се до общата форма на квази еквивалентно интегрално уравнение съвместно с подходящо начално условие. Чрез интегралното уравнение се намират достатъчни условия за съществуване и единственост на решението на (xvii), (xviii). Една от важните реализирани цели е намиране на удобни условия (под формата на неравенства) чрез които се гарантира асимптотична устойчивост на нулевото решение на нулевото решение на съответната на (xvii) автономна система:

(xix) $$D_{0+}^{\alpha_k}\left(x_k(t)-\sum_{j=1,..,n}\int_{-\tau}^{0}x_j(t+\theta)\,dv_k^j(t)\right)=\sum_{j=1,..,n}\int_{-\sigma}^{0}x_j(t+\theta)\,du_k^j(t),\ k=1,\dots,n.$$

Обект на изследване в [11] е системата (xix). Важен инструмент при тези изследвания е един вид матрична мярка в $C^{n\times n}$. Нека $\|.\|$ е произволна векторна норма в C^n. Индуцираната матрична норма има вида $\|A\|=\max\{\|Az\|;\ z\in C^n,\ \|z\|=1\}$, където матрицата $A\in C^{n\times n}$. Съответната (на векторната норма $\|.\|$) матрична мярка се получава както следва:

$$\mu(A)=\lim_{\lambda\to0}\frac{\|I+\lambda A\|-1}{\lambda}.$$

С помощта на помощни резултати, свързани с $\mu(.)$ се достига до твърдения за глобална асимптотическа устойчивост (ГАУ) на нулевото решение на системата (xix). Основният резултат са получените конкретни условия, при които изследването на ГАУ на разглежданата неутрална система може да се замени с проучването на същия проблем за съответна линейна дробна система със закъснения:

$$D_{0+}^{\alpha_k}x_k(t)=\sum_{j=1,..,n}\int_{-\sigma}^{0}x_j(t+\theta)\,du_k^j(t),\ k=1,\dots,n.$$

В статия [24] се изучава обобщение на система (xvii) от вида

(xx) $$D_{0+}^{\alpha_k}\left(x_k(t)-\sum_{l=1,\dots,r}\left(\sum_{j=1,..,n}\int_{-\tau_l}^{0}x_j(t+\theta)\,d_\theta v_{kj}^l(t,\theta)\right)\right)$$
$$=\sum_{i=0,\dots,m}\left(\sum_{j=1,..,n}\int_{-\sigma_i}^{0}x_j(t+\theta)\,d_\theta u_{kj}^i(t,\theta)\right)+f_k(t),\ k=1,\dots,n,$$

където дробните производни са от типа на Caputo, $\tau_l \in (0,\tau]$, $\sigma_l \in (0,\sigma]$, $h = \max\{\tau,\sigma\}$ (останалите параметри са уточнени по-горе). Началните условия са от стандартен тип

(xxi) $$x_k(t) = \phi_k(t), \quad t \in [-h,0], \quad k = 1,\ldots,n.$$

Получени са достатъчни условия за съществуване и единственост на решението на задачата (xx), (xxi) при допускане началните функции да са прекъснати с точки на прекъсване от първи род.

В [19] се изследва за съществуване и единственост на решението на нелинейна дробна система (с производни в смисъл на Caputo), от вида:

(xxii) $$D_{0+}^{\alpha_k}\left(x^k(t) - \sum_{l=1,\ldots,r}\left(\sum_{j=1,\ldots,n} a_{kj}^l x_j\left(t-\tau_l(t)\right)\right)\right) = f_k\left(t, x_1(t+\theta),\ldots,x_n(t+\theta)\right),\ k=1,\ldots,n,$$

която притежава няколко особености:

- под знака на производната имаме линейна комбинация на закъсняваща неизвестна функция;
- дробните производни са с различни редове;
- закъсненията под знака на производната са променливи;
- в нелинейната част търсената функция е с постоянно закъсняващ аргумент.

Началните условия:

(xxiii) $$\begin{aligned} &x_k(a+\theta) = \phi_k(\theta), \quad -h \le \theta \le 0; \\ &x_k\left(a-\tau_l(t)\right) = \phi_k\left(t-\tau_l(t)\right), \quad t-\tau_l(t) \le a, \quad k=1,\ldots,n,\ l=1,\ldots,r \end{aligned}$$

отразяват сложния характер и дефиниционни области на закъсненията. Освен това се допуска началните функции да са прекъснати. Основната цел е намиране на условия за съществуване и единственост на решенията на (xxii), (xxiii). Проведени са изследвания за глобална асимптотическа устойчивост на нулевото решение на (xxii) при условие, че това качество се притежава от нулевото решение на редуцираната (без външно смущение) система.

Математическо моделиране в популационната динамика: В работа [1] продължават изследванията на автора (съвместно с колектив) върху модел, описващ динамиката на биомаса на бактериален вид (по-скоро нейната концентрация) в хранителна среда. По същество предлаганият тук модел е усъвършенстване и обобщение на класическия модел на Monod. От биологична гледна точка е важно математическият модел да отчита адекватно влиянието на бактериалната смъртност върху динамиката на популацията през целия интервал на съществуването им. В изследването това обстоятелство е отчетено чрез разпределено закъснение на концентрацията на популацията $x: R \to R^+$, което можем да видим фиксирано в дясната страна на второто уравнение на моделната система:

(xxiv) $$s'(t) = -\frac{1}{\alpha}\mu\left(s(t)\right)x(t); \qquad x'(t) = \mu\left(s(t)\right)x(t) - \int_{-\tau}^{0} x(t+\theta)\,d\nu(\theta),$$

където $s: R \to R^+$ е концентрацията на субстрата, $\mu: R^+ \to R$ отразява скоростта на растежа на конкретната популация, $0 < \alpha = const < 1$, $\tau = const > 0$ и $\nu: [-\tau,0] \to R^+$ е специфична за биологичния вид монотонно растяща функция. Началните условия са от вида:

(xxv) $$x(t) = \varphi(t), \quad s(t) = \psi(t), \quad t \in [-\tau,0],$$

където предварително зададените начални функции $\varphi,\psi: [-\tau,0] \to R^+$ удовлетворяват естествени ограничения. Установено е, че моделната система притежава единствено глобално абсолютно непрекъснато решение при подходящи неотрицателни начални условия.

В статия [2] отново се предлага обобщение на класическия модел на Monod за развитие на популация в хранителна среда. Отново се акцентира на ефектите от забавената и моментална смъртност сред бактериите. Въведеният в работата модел е съчетание на други предходни модели (включително и на такива на автора):

(xxvi) $$s'(t) = -\alpha\mu\big(s(t)\big)x(t); \quad x'(t) = \mu\big(s(t)\big)x(t) - l_1x(t) - l_2x(t-\tau),$$

където положителните константи l_1 и l_2 са специфични скорости на разпадане на популацията от микроорганизми. Доказано е наличието на единствено глобално абсолютно непрекъснато решение на задачата на Коши (xxvi), (xxv). Изследвани са качествата на моделната система. Например, посочени са достатъчни условия, които показват, че в итервала, в който популацията е строго положителна, субстратът също е положителен. При същите условия от известно място нататък концентрацията на субстратът е намаляваща функция и др.

Комулативните функции на разпределение (КФР) са добре известни и успешно използвани от изследователите при анализ на „надеждността“. В [15] е разгледана КФР на Weibull:

$$F(t) = F(t;k,\lambda) = 1 - \exp\left(-(t/\lambda)^k\right),$$

където положителните константи k и λ се уточняват в зависимост от изходните данни на моделирания процес. В работата константите са определени с помощта на метода на най-малките квадрати. Тъй като класът на моделните апроксимиращи функции $F(t;k,\lambda)$ е сравнително сложен, то изчисленията (колкото и малко да са данните) не могат да се изпълнят „на ръка“ и е задължителна компютърна обработка на данните. Известни са няколко трансформации на КФР чрез които се получават нови КФР. Тук авторите използват (не разбрах защо) трансформациите:

$$G(t) = \frac{F_1(t) + F_2(t)}{1 + F_1(t)F_2(t)}; \qquad G(t) = \frac{F_1(t) + F_2(t)}{1 + \sqrt{F_1(t)F_2(t)}},$$

които са базирани на две известни КФР (F_1 и F_2). В работата F_1 и F_2 са реализации на функцията на Weibull. Представени са числени примери, илюстриращи и визуализиращи получените резултати с използване на програмна среда Mathematica. Не съм убеден, че тази работа трябва да се включи в материалите по дискутирания конкурс – особено, като се има предвид, че останалите публикации сериозно (в пъти) надхвърлят минималните изисквания.

Заключение на секция 4.2: По същество (най-общо казано) дискутираните по-горе резултати представляват формулиране и доказване на нови научни факти и създаване и усъвършенстване на нови математически методи. Научното творчество на Христо Кискинов (макар и частично редуцирано за участие в дискутирания конкурс) е разнообразно и в значителна степен оригинално по отношение на изследваните конкретни теми. Резултатите имат предимно теоретичен характер, но са провокирани от изучаване на реални задачи или поне други автори могат да използват постигнатото за решаване на проблеми от практиката. В някои от представените работи са разгледани математически модели чрез които допълнително нагледно се осмисля теорията, анализират се постигнатите резултати и се сравняват различни подходи. Представените работи значително надвишават изискванията (както и моите очаквания) за количество и качество на „колекция“ от научни трудове за заемане на академичната длъжност „професор“ в престижно висше училище, каквото е ПУ.

Накрая ще отбележа няколко факта, които ми направиха добро впечатление:

- Добра (по-точният термин е отлична) информираност на автора за съвременното състояние на научното познание по дискутираните въпроси;
- Пълни и прецизни доказателства на твърденията. Интересуващият се читател след запознаване с работите на кандидата остава без съмнения в достигнатите резултати;
- Отлично владеене на използваните математически методи (безспорно това се дължи на дълбокото познаване на спомагателния апарат);
- Ясно отчитане на постиженията на автора и коректно отбелязвне на резултатите, от други изследователи, които са ползвани в неговото научно творчество;
- Предоставяне (обикновено в увода на трудовете) пълен набор от факти, които ще бъдат ползвани в същинската част на изследванията. Това прави трудовете удобни за неподготвените читатели (към които се числя и аз);
- Добре подредени научни изследвания – следващи общоприетите стандарти.

5. ОЦЕНКА НА ЛИЧНИЯ ПРИНОС НА КАНДИДАТА

Научните трудовете, с които кандидатът участва в конкурса, са в съавторство с други специалисти. Не съм радетел на „задължително самостоятелно публикуване“. Считам, че колективните научни работи са подложени на по-сериозен „научен контрол“ - от няколкото съавтора. Освен това в такъв тип трудове може да се използват по-тесните изявени специализирани способности на авторите, което според мен води до повишаване на качествата на публикацията. Не съм информиран за съществуване на писмен документ (декларация) за вътрешно разпределение на участието на авторите при изготвянето и публикуването на изследванията, приложени към обсъждания конкурс. Поради това считам, че участието на доц. д-р Христо Кискинов е еквивалентно на останалите негови съавтори. Не считам, че „подреждането“ на авторите в дадена колективна публикация има отношение към степента (или важността) им на участие в изработването на научния труд. Поради това мое мнение не съм обърнал внимание на това обстоятелство в рецензията.

6. КРИТИЧНИ ЗАБЕЛЕЖКИ И ПРЕПОРЪКИ

Нямам критични бележки. Както казах по-горе (което също така може да се каже, че е лесно забележимо), научните статии по конкурса са публикувани в реномирани научни списания и следователно са получили предварителни, вътрешни, специализирани, **положителни** рецензии.

Всички документи, свързани с конкурса, са подготвени прецизно и удобно за рецензента.

Струва ми се, че получените научни резултати от кандидата (визирам само тези, с които участва в дискутирания конкурс) би трябвало след време да се систематизират в няколко монографии. Позволявам си да насоча вниманието на автора към следните заглавия на бъдещите монографии:

- Импулсни диференциални уравнения в Банахови пространства;
- Дробни диференциални уравнения с изместен аргумент.

Без съмнение монографиите ще предизвикат сериозен интерес сред научната общественост не само у нас.

7. ЛИЧНИ ВПЕЧАТЛЕНИЯ

Познавам колегата Христо Кискинов от повече от десетина години (преди това той беше юноша). По-тясното ни познанство стартира преди началото на неговата процедура по заемане на академичната длъжност „доцент". Още веднъж ще подчертая, че той е изграден изследовател-математик и преподавател по математика във ВУ с богат опит. Без съмнение, той познава дълбоко теорията, в която са разположени неговите научни изследвания. Сигурен съм, че той е имал възможности и необходимите резултати да публикува значително по-голям брой научни статии. Според мен се е възпрял поради неговата професионална убеденост и желание намерените резултати да са „максимално прецизни и силни". Тази присъща за него самокритичност безспорно ще доведе и в бъдеще до получаването на нови сериозни научни достижения.

Високо ценя неговите лични човешки качества, от които ще посоча:

- чувство за хумор;
- достойнство;
- чувство за справедливост;
- желание за съдействие и оказване на помощ.

Предполагам, че колегите от катедра „Математически анализ" на ФМИ на ПУ са запознати с тези и други негови качества, поради което същият е избран за ръководител на катедрата.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Преподавателската и научната дейности на кандидата напълно съответстват на претенциите му за заемане на академичната длъжност „професор" в ПУ. Учебното помагало е посветено на съвременни учебни въпроси от математиката и информатиката, подходящо е за студентите от ФМИ и следователно е полезно за преподавателската дейност в университета. Доц. д-р Христо Кискинов е представил достатъчен брой научни трудове, публикувани след защитата на докторската дисертация за присъждане на ОНС „доктор" през 2012 г. и след заемане на академичната длъжност „доцент" през 2014 г. Като визирам посочените години и като имаме предвид, че представените за участие в конкурса публикации са публикувани най-рано през 2015 г. по неоспорим начин достигаме до извода, че рецензираните материали не са използвани досега за академичното израстване на кандидата. Научните трудове притежават оригинални приноси, като почти всички са публикувани в списания, които са отразени в базата данни Web of Science и Scopus, а приблизително половината притежават и Импакт фактор. Резултатите на доц. Христо Кискинов са получили национално и международно признание, като са цитирани многократно от други автори.

Постигнатите резултати в учебната и научно изследователската дейности значително надвишават минималните национални изисквания и специфичните допълнителни минимални изисквания на ФМИ на ПУ, приети във връзка със ЗРАСРБ, Правилника за прилагане на ЗРАСРБ и Правилника за развитието на академичния състав на Пловдивския университет „Паисий Хилендарски“.

След запознаване с представените в конкурса материали и научни трудове, анализ на тяхната значимост, намирам за основателно да декларирам своята **положителна оценка** и да препоръчам на Научното жури да изготви доклад-предложение до Факултета по математика и информатика на Пловдивски университет „Паисий Хилендарски“ за избор на доц. д-р Христо Стефанов Кискинов за заемане на академичната длъжност „професор“ в катедра „Математически анализ“ от същия факултет по Професионално направление: 4.5. Математика (Математически анализ).

15.04. 2022 г.

Изготвил рецензията:…………………………..

(проф. дн Ангел Дишлиев)