

РЕЦЕНЗИЯ

от доц. д-р Галя Василева Накова
катедра "Алгебра и Геометрия",
факултет "Математика и Информатика",
Великотърновски университет "Св. св.Кирил и Методий"

на дисертационен труд за присъждане на образователната и научна степен "доктор", в област на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика, професионално направление 4.5. Математика (Геометрия и топология), докторска програма "Геометрия и топология"

Автор: Веселина Руменова Тавкова

Тема: "Диференциална геометрия на почти параконтактни почти паракомплексни риманови многообразия"

Научен ръководител: проф. д.м.н. Манчо Христов Манев – Пловдивски университет "Паисий Хилендарски"

1 Общо описание на представените материали

Със заповед № РЗЗ-4905 от 23.09.2021 г. на Ректора на Пловдивския университет "Паисий Хилендарски" (ПУ) съм определена за член на научното жури за осигуряване на процедура за защита на дисертационен труд на тема "Диференциална геометрия на почти параконтактни почти паракомплексни риманови многообразия" за придобиване на образователната и научна степен "доктор" в област на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика, професионално направление 4.5. Математика, докторска програма Геометрия и топология. Автор на дисертационния труд е Веселина Руменова Тавкова – докторантка в редовна форма на обучение към катедра "Алгебра и геометрия" с научен ръководител проф. д.м.н Манчо Христов Манев от ПУ "Паисий Хилендарски".

Представеният от Веселина Тавкова комплект материали на хартиен носител е в съответствие с Чл.36 (1) от Правилника за развитие на академичния състав (ПРАС) на ПУ.

2 Кратки биографични данни за докторанта

Веселина Тавкова е родена на 15.06.1993 г. в гр. Пловдив. През 2016 г. се дипломира като бакалавър по информатика в ПУ, а през 2017 г. получава магистърска степен по приложна математика от същия университет. В периода 2018 – 2021 г. тя е редовен докторант с научен ръководител проф. д.м.н. Манчо Манев към катедра "Алгебра и геометрия" на факултет "Математика и информатика" (ФМИ) при ПУ. От 2014 г. до 2020 г. Веселина Тавкова е хоноруван асистент във ФМИ при ПУ, а от 01.10.2020 г. е асистент в катедра "Алгебра и геометрия" на ФМИ при ПУ. Водила е упражненията по Линейна алгебра и аналитична геометрия, Геометрия, Геометричен дизайн, Линейна алгебра, Аналитична геометрия, Математически основи на макроикономиката, Теория на графите в мениджмънта, Информационни технологии, Въведение в компютърните науки – C^{++} .

3 Актуалност на тематиката и целесъобразност на поставените цели и задачи

Риманови и псевдориманови многообразия с допълнителни тензорни структури се изучават интензивно от много автори в световен мащаб. Тематиката в представения дисертационен труд е от това актуално направление в съвременната диференциална геометрия като обект на изучаване са почти параконтактни почти паракомплексни риманови многообразия (накратко риманови Π -многообразия). Те са нечетномерни гладки многообразия, снабдени с почти параконтактна структура (ϕ, ξ, η) и риманова метрика g . Рестрикцията на ендоморфизма ϕ върху параконтактното разпределение (което е ядрото на 1-формата η) е почти паракомплексна структура, а рестрикцията на g върху него е риманова метрика от ермитов тип. В този смисъл римановите Π -многообразията са нечетномерен аналог на почти паракомплексните риманови многообразия, изучаването на които започва в работите на Ращевский, Либерман, Патерсън. Българските геометри Веселка Михова, Костадин Грибачев, Мария Стайкова, Димитър Мекеров, Добринка Грибачева също изследват тези многообразия като през 1992 г. М. Стайкова и К. Грибачев дават една тяхна класификация.

През 2001 г. М. Манев и М. Стайкова получават една класификация на римановите Π -многообразия. Тя се състои от 11 основни класа, които са ортогонални и инвариантни при действието на структурната група. Това дава възможност за систематизирано изучаване на римановите Π -многообразия, началото на което е поставено в настоящия дисертационен труд. Целта на изследването в него е диференциално-геометричното описание на основните класове от класификацията на Манев – Стайкова. Задачите за постигането на поставената цел са формулирани ясно и прецизно.

4 Характеристика на дисертационния труд и оценка на основните резултати и научни приноси в него

Дисертационният труд е в обем от 100 стандартни страници. Той е структуриран в 8 параграфа, оформени в 2 глави, увод, заключение и библиография от 50 заглавия.

В първа глава се разглеждат риманови Π -многообразия от произволна размерност. За всеки от основните класове от класификацията на Манев – Стайкова са дадени в явен вид компонентите на фундаменталния тензор F , който е породен от ковариантната производна на ϕ относно свързаността на Леви-Чивита за римановата метрика g . Намерени са и размерностите на подпространствата \mathbb{F}_i от същата класификация. Чрез компонентите на тензора F може да се определи класа на който принадлежи дадено многообразие.

Характерно за римановите Π -многообразия е наличието на присъединена метрика \tilde{g} , която е псевдориманова със сигнатура $(n + 1, n)$ и е съгласувана с почти параконтактната структура по същия начин както римановата метрика g . В тази връзка е разгледан тензорът \tilde{F} , породен от ковариантната производна на ϕ относно свързаността на Леви-Чивита за псевдоримановата метрика \tilde{g} и е намерена връзката между тензорите F и \tilde{F} . Получен е видът на тензора на Нейенхаус N за всеки от основните класове и е определен класът на нормалните риманови Π -многообразия. Въведен е присъединен тензор на Нейенхаус \hat{N} чрез така наречения антикомутатор на две векторни полета. Тензорите N и \hat{N} са изразени чрез тензора F , както и обратното. Последното дава възможност всеки клас от изучаваните многообразия да се определи само чрез двойката тензори N и \hat{N} . В края на първа глава са дефинирани параконтактни почти паракомплексни и парасасакиевии паракомплексни риманови многообразия, намерени са класовете, на които те принадлежат и са дадени някои техни геометрични характеристики.

Втора глава е посветена на изучаването на риманови Π -многообразия от размерност 3, която е най-ниската възможна размерност за тези многообразия. Намерени са компонентите на тензора F във всеки основен клас и е определен класът на 3-мерните риманови Π -многообразия. Бих искала специално да отбележа, че са конструирани много и разнообразни примери на 3-мерни многообразия от изучаваните класове като за това са използвани различни подходи. Структура на риманово Π -многообразие е дефинирана върху следните многообразия:

– Реална 3-мерна свързана група на Ли, за която са дадени необходими и достатъчни условия за алгебрата \mathfrak{h} на Ли, при които съответното многообразие принадлежи на основен клас. Намерени са тензорът на кривина, тензорът на Ричи и присъединеният такъв, секционните кривини на основните неизродени двумерни площадки. Така са получени богати и разнообразни геометрични характеристики на многообразието от всеки клас. Намерено е матрично представяне на разглежданите групи на Ли.

– Хиперсфера на 4-мерно евклидово пространство и хиперсфера на 4-мерно пространство на Минковски. Определен е класът на получените риманови Π -многообразия относно разглежданата класификация и те са характеризирани чрез кривинните си свойства.

– Произведение на множеството на положителните реални числа \mathbb{R}^+ и 2-мерно почти паракомплексно риманово многообразие \mathcal{N} , за което е известно, че е паракомплексна пространствена форма и принадлежи на класа \mathcal{W}_1 от класификацията на Стайкова – Грибачев. Разгледани са два вида такива продуктни многообразия според типа на дефинираната риманова метрика g върху тях: конус $\mathcal{C}(\mathcal{N}) = \mathbb{R}^+ \times \mathcal{N}$ върху \mathcal{N} и изкривено продуктно многообразие $\mathcal{S}(\mathcal{N}) = \mathbb{R}^+ \times \mathcal{N}$, когато g е получена като хиперболично разширение на метриците на \mathcal{N} . Изследвани са кривинни свойства на конструираните риманови Π -многообразия, както и принадлежността им на класовете от разглежданата класификация.

5 Преценка на публикациите по дисертационния труд

Веселина Тавкова е представила 4 статии, в които са публикувани основните резултати на дисертационния труд. Всички статии са на английски език и са публикувани в рецензирани и индексирани научни списания в чужбина, от които 3 със SJR и 1 е индексирано в Web of Science. Това показва, че са спазени специфичните изисквания на ФМИ при ПУ по чл. 36. (1), т. 9 от (ПРАС) на ПУ. Представените статии са в съавторство с научния ръководител на докторантката. След като се запознах с тях считам, че в съвместните публикации участието ѝ е равностойно (друго в това отношение не е декларирано). Авторефератът на дисертационния труд е направен според изискванията на съответните правилници и отразява основните резултати, постигнати в дисертацията.

6 Лични впечатления

Имам отлични лични впечатления от докторантката при участията ѝ в няколко международни научни форума, където докладите ѝ върху резултати от дисертацията бяха приети с интерес.

7 Заключение

Считам, че настоящият дисертационен труд е добре оформен в структурно и техническо отношение и се отличава с точен научен стил на изложението. Представените резултати в дисертационния труд са нови, съдържателни и значими. Те са изключително полезни за по-нататъшните изследвания на римановите Π -многообразия. Дисертационният труд показва, че докторантката Веселина Тавкова притежава задълбочени теоретични знания по научна специалност Геометрия и топология като демонстрира качества и умения за самостоятелно провеждане на научно изследване.

Представените материали и дисертационни резултати отговарят на всички изисквания на Закона за развитие на академичния състав в Република България (ЗРАСРБ), Правилника за прилагане на ЗРАСРБ и съответния Правилник на ПУ "Паисий Хилендарски", както и на специфичните изисквания на ФМИ, приети във връзка с Правилника на ПУ за приложение на ЗРАСРБ.

Поради гореизложеното, убедено давам своята **положителна** оценка за проведеното изследване, представено от рецензираните по-горе дисертационен труд, автореферат, постигнати резултати и приноси, и предлагам на почитаемото научно жури да присъди образователната и научна степен ”доктор” на **Веселина Руменова Тавкова** в област на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика, професионално направление 4.5. Математика (Геометрия и топология), докторска програма ”Геометрия и топология”.



01. 11. 2021

Рецензент:

В. Търново

(доц. д-р Галя Накова)