

РЕЦЕНЗИЯ

от чл.кор. дмн Стефан Петров Иванов,
професор в СУ‘Св.Кл.Охридски - ФМИ

(н.ст., име, презиме, фамилия – акад. дл. в научна организация)

на дисертационен труд за присъждане на образователната и научна степен „доктор“
в област на висше образование ...4 Природни науки, математика и информатика
професионално направление .4.5 математика
докторска програма ..Геометрия и Топология

Автор: ..Веселина Руменова Тавкова

Тема: Диференциална геометрия на почти параконтактни почти паракомплексни Риманови многообразия

Научен ръководител: .проф. дмн Манчо Христов Манев – ПУ“Паисий Хилендарски“ - ФМИ.

Общо описание на представените материали

Със заповед № Р33-4905 от 23.09.2021.г. на Ректора на Пловдивския университет „Паисий Хилендарски“ (ПУ) съм определен(а) за член на научното жури за осигуряване на процедура за защита на дисертационен труд на тема Диференциална геометрия на почти параконтактни почти паракомплексни Риманови многообразия за придобиване на образователната и научна степен ‘доктор’

в област на висше образование 4 Природни науки, математика и информатика
професионално направление 4.5 Математика,
докторска програма Геометрия и Топология

Автор на дисертационния труд е Веселина Руменова Тавкова – докторантка в редовна форма на обучени към катедра “Алгебра и Геометрия“ с научен ръководител проф. Дмн Манчо Христов Манев от ПУ „Паисий Хилендарски“ -ФМИ.

Представеният от Веселина Тавкова . комплект материали на хартиен носител е в съответствие с Чл.36 (1) от Правилника за развитие на академичния състав на ПУ, включва следните документи:

- молба до Ректора на ПУ за разкриване на процедурата за защита на дисертационен труд;
- автобиография в европейски формат;
- протокол от катедрения съвет, свързан с докладване на готовността за откриване на процедурата и с предварително обсъждане на дисертационния труд;
- дисертационен труд;
- автореферат;
- списък на научните публикации по темата на дисертацията;
- копия на научните публикации;
- декларация за оригиналност и достоверност на приложените документи;
- справка за спазване на специфичните изисквания на съответния факултет (само за докторантите зачислени до 04.05.2018 г.);

Докторантката е приложила по дисертацията 4 публикации в рецензирани издания като три от тях са публикувани в списания със SJR.

Бележки и коментар по документите нямам.

Кратки биографични данни за докторанта

Кандидатката е родена на 15.06.1993г в България. Завършва средното си образование през 2012г. в СОУ „Патриарх Ефтимий“, Пловдив. Висше образование получава от Пловдивския Университет „Паисий Хилендарски“ като бакалавър по информатика през 2016г и като магистър по приложна математика през 2017г. След това, през периода 2018-2021 е редовен докторант към катедра „Алгебра и Геометрия“ на ФМИ към Пловдивския Университет „Паисий Хилендарски“. От 2014г е хоноруван асистент в ПУ „Паисий Хилендарски“, а от 2020г е асистент към катедра „Алгебра и Геометрия“ на ПУ „Паисий Хилендарски“ където работи и досега. Водила е и води упражнения по Линейна Алгебра и Аналитична Геометрия, Геометрия, Геометричен дизайн, Линейна Алгебра, Аналитична Геометрия, Математически основи на макроикономиката, Теория на Графите в мениджмънта, Информационни технологии и др.

Актуалност на тематиката и целесъобразност на поставените цели и задачи

В представената дисертацията се изучава геометрията на почти параконтактни почти паракомплексни Риманови многообразия.

Почти параконтактните почти паракомплексни Риманови многообразия са специален клас субриманови многообразия, които играят съществена роля в теорията за контрола. Именно, те се определят чрез задаване на четномерно разпределение с коразмерност единица, зададено като ядро на гладка едноформа, върху което е определена почти паракомплексна структура, т.е. ендоморфизъм P с квадрат $1, P^2 = 1$ такъв, че собствените пространства съответни на собствените числа 1 и -1 са с еднаква размерност, и риманова метрика спрямо която почти паракомплексната структура е изометрия. Тези многообразия са също така специален клас на Римановите почти произведения. Почти параконтактните почти паракомплексни Риманови многообразия могат да се разглеждат и като нечетномерен аналог на почти паракомплексните многообразия които са четномерни Риманови многообразия върху които е дефинирана почти паракомплексна структура действаща върху Римановата метрика като изометрия. Въведен е симетричен тензор на Нюенхойс изразен чрез фундаменталните тензори на почти параконтактното почти паракомплексно Риманово многообразие и са характеризирани основните класове чрез двата тензора на Нюенхойс. Дадени са и са изследвани много експлицитни нетривиални примери. Тук ще отбележим, че конструирането на нетривиален пример е от съществено изключително значение в математиката, например Риман е написал метриката върху сферата, което поражда Риманова геометрия, Келер е дал нетривиален пример на Келерова метрика породил Келеровата геометрия и т.н.

С това считам, че тематиката е достатъчно актуална в световен мащаб.

Характеристика, оценка и приноси на дисертационния труд

Представеният за рецензиране дисертационен труд съдържа увод, изложение в две глави от по 3 и 5 параграфа съответно, заключение и списък на цитираните източници. Общият обем на текста е 100 страници на български език, а списъкът на цитираната литература съдържа общо 50 заглавия. Дисертационният труд е базиран на 4 статии публикувани в международни научни списания.

В увода се описват проблемите и целите разгледани в дисертацията, именно диференциално-геометрични характеристики на почти параконтактните почти паракомплексни Риманови многообразия.

В параграф 1 са въведени основни понятия и зависимости необходими за понататъшните разглеждания.

Във втория параграф, който според рецензента съдържа един от основните приноси на дисертантката, са характеризирани основните класове почти параконтактни почти паракомплексни Риманови многообразия с двата почти параконтактни тензора на Нюенхойс. Известно е, че антисиметричният почти параконтактният тензор на Нюенхойс N е основен инвариант за почти параконтактна почти паракомплексна структура и е обструкция тази структура да е нормална, т.е. индуцираната почти паракомплексна структура върху произведението на почти параконтактното паракомплексно многообразие с реалната права да бъде интегрируема. Въведен е асоциираният почти параконтактен тензор на Нюенхойс, който за разлика от антисиметричният параконтактния тензор на Нюенхойс е симетричен и са изследвани основните му свойства. Асоциираният тензор на Нюенхойс е изразен в термините на фундаменталните тензори на структурата и техни ковариантни производни спрямо свързаността на Леви-Чивита за метриката. Характеризирани са основните класове почти параконтактни Риманови многообразия само в термините на двата тензора на Нюенхойс като са дадени необходими и достатъчни условия.

В първия параграф на глава 2, параграф 4, са определени основните класове 3-мерни параконтактни Риманови многообразия като е доказано кои от класовете се редуцират до основния клас с паралелни спрямо свързаността на Леви-Чивита почти параконтактни почти паракомплексни структури. Даден е пример на 3-мерна група на Ли с алгебра на Ли зависеща от два параметъра, върху която се дефинира почти параконтактна почти паракомплексна Риманова структура. Пресметнати са компонентите на двата тензора на Нюенхойс и са определени различните класове в зависимост от стойностите на двата параметъра.

В параграф 5 е конструирана почти параконтактна почти паракомплексна Риманова структура върху произволна 3-мерна група на Ли. Определена е принадлежността на съответното почти параконтактно почти паракомплексно Риманово

многообразие на съответните класове в термините на структурните константи на групата, като е отбелязано точно кога имаме параСасакиево многообразие. Изследвани са свойствата на някои специални метрики и параконтактни структури: намерени са точните класове когато Римановата метрика е Килингова, параконтактната структура е биинвариантна, Рееб вектора е Килингов. Изследвани са кривинните свойства на разглежданите 3-мерни почти параконтактни почти паракомплексни Риманови многообразия и е определено в кои основни класове имаме изпълнено някое от Айнщайновите условия. Даден е и конкретен пример.

В следващият параграф 6 е намерено матрично представяне на 3-мерните групи на Ли което фактически задава експлицитно координатно представяне на съответните почти параконтактни почти паракомплексни Риманови многообразия от съответните класове.

В параграф 7 е въведена локална почти параконтактна почти паракомплексна Риманова структура върху 3-мерната сфера в 4-мерно пространство със стандартната метрика, намерени са компонентите на двата тензора на Нюенхойс и са изследвани кривинните свойства от гледна точка на почти параконтактната почти паракомплексна Риманова структура, примерно доказано е, че *-скаларната кривина е нула.

Разгледана е и времеподобната 3-мерна хиперсфера в 4-мерното пространство на Минковски със сигнатура (+++-). Върху тази 3-мерна времеподобна хиперсфера е въведена локална почти параконтактна почти паракомплексна Риманова структура, доказано е, че фундаменталната едно-форма е затворена и интегралните криви на Рееб вектора са геодезични. Установени са точните класове на които принадлежи тази структура и са изследвани кривинните свойства от гледна точка на почти параконтактната почти паракомплексна Риманова структура като е доказано, че и тук *-скаларната кривина е нула.

В параграф 8 са дадени две конструкции на 3-мерни почти параконтактни почти паракомплексни Риманови многообразия. Едната се дефинира върху конуса на 2-мерна паракомплексна Риманова пространствена форма, а другата се дефинира като хиперболично продължение на двумерна паракомплексна Риманова пространствена форма. Пресметнати са в явен вид компонентите на фундаменталните тензори и са изследвани кривинните свойства за всяка от двете конструкции.

Преценка на публикациите по дисертационния труд

Резултатите от дисертацията са оформени в 4 съвместни с научния ръководител научни статии публикувани в международни математически списания, като 3 от тях са с SJR, Journal of Geometry, Balka J. Geo, Appl., Novi Sad J. Math. и са докладвани на 9 конференции и семинари като два от тях са в чужбина.

Дисертантката не е представила цитати по дисертацията.

Автореферат

В автореферата са отразени синтезирано основните изследвания в дисертацията като са формулирани както основните така и помощните известни резултати. По мое мнение, авторефератът е направен според изискванията и отразява основните резултати, постигнати в дисертацията.

Критични забележки и препоръки

Бих предложил една насока за по-нататъшно изследване, именно да се провери дали въведените в параграф 7 локални почти параконтактни паракомплексни Риманови структури съответно върху хиперсферата в 4-мерното Евклидово пространство и върху времеподобната хиперсфера в 4-мерното пространство на Минковски са глобални.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Дисертационният труд *съдържа научни, научно-приложни и приложни резултати, които представляват оригинален принос в науката* и отговарят на **всички** изисквания на Закона за развитие на академичния състав в Република България (ЗРАСРБ), Правилника за прилагане на ЗРАСРБ и съответния Правилник на ПУ „Паисий Хилендарски“. Представените материали и дисертационни резултати напълно съответстват на специфичните изисквания на Факултета по Математика и Информатика, приети във връзка с Правилника на ПУ за приложение на ЗРАСРБ.

Дисертационният труд показва, че докторантката Веселина Тавкова притежава задълбочени теоретични знания и професионални умения по научна специалност 4.5 Математика като демонстрира качества и умения за самостоятелно провеждане на научно изследване.

Поради гореизложеното, убедено давам своята **положителна оценка** за проведеното изследване, представено от рецензираните по-горе дисертационен труд, автореферат, постигнати резултати и приноси, и **предлагам на почитаемото научно жури да присъди образователната и научна степен „доктор“** на Веселина Руменова Тавкова в област на висше образование: 4 Природни науки Математика и информатика, професионално направление 4.5 Математика, докторска програма „Геометрия и Топология“.

4.11.2021 г.

София

Рецензент:

Чл. кор. проф. дмн Стефан Иванов

(ак. дл. н. ст. име фамилия)