АНОТАЦИИ НА ПУБЛИКАЦИИТЕ

на гл. ас. д-р Добринка Костадинова Грибачева,

ПРЕДСТАВЕНИ ЗА УЧАСТИЕ В КОНКУРСА ЗА ДОЦЕНТ,

СЪС САМООЦЕНКА НА ПРИНОСИТЕ

(съгласно Чл. 66 (2) т. 8 от ПРАСПУ)

За участие в конкурса са представени 8 научни публикации и 1 учебно помагало за студенти. Всички публикации са след присъждането на образователната и научна степен „Доктор" през 2005 г.

I. НАУЧНИ ПУБЛИКАЦИИ

Представените научни публикации са статии на английски език, публикувани в рецензирани издания, а именно:

1) в българските списания:
   - Comptes rendus de l'Academie bulgare des Sciences (Доклади на БАН) – 2 статии,
   - Plovdiv University Scientific Works – Mathematics (Научни трудове на ПУ – Математика) – 2 статии;
2) в международните списания:
   - Journal of Geometry – 1 статия,
   - International Journal of Geometric Methods in Modern Physics – 1 статия,
   - International Electronic Journal of Geometry – 1 статия;
3) в сборника
   - „Topics in Contemporary Differential Geometry, Complex Analysis and Mathematical Physics" на докладите от 8th International Workshop on Complex Structures and Vector Fields – 1 статия.

От тези публикации 3 са с IF (Thomson Reuters Impact Factor), а 1 – с MCQ (AMS Mathematical Citation Quotient). Броят на цитиранията (без самоцитирания) на представените публикации е 13, като 3 от тях са с IF.

Забележка. В представените научни статии фамилното име на кандидата е записано като Shtarbeva или Gribacheva в съответствие с официалното фамилно име, което е било по време на публикуване на дадената статия.

Изследванията и резултатите в представените научни публикации са свързани с изучаване на диференциалната геометрия на римановите многообразия със структура на почти произведение. Риманово многообразие със структура на почти произведение (M, P, g) е диференцируемо многообразие M със структура на почти произведение P, която е изометрия относно произволна риманова метрика g. Тези многообразия са класифицирани през 1983 г. от А. М. Навейра относно тензорното поле F, определено чрез $F(X, Y, Z) = g((\nabla_X P)Y, Z)$, където ∇ е свързаността на Леви-Чивита за метриката g. Разглежданите от нас многообразия са с $\mathrm{tr}P = 0$. Тези многообразия по необходимост са с четна размерност. Те са класифицирани от М. Стайкова и К. Грибачев през 1992 г.

относно тензора F. Основните класове в класификацията на Стайкова-Грибачев са W_1, W_2 и W_3. Класът $W_0 = W_1 \cap W_2 \cap W_3$, определен с $F = 0$, е наречен клас на римановите P-многообразия.

Главните приноси на резултатите, получени в представените научни статии, се състоят в следното:

- Характеризирани са различни геометрични свойства на разглежданите многообразия чрез получаване на условия за тензора на кривина на свързаността на Леви-Чивита и на тензора на кривина на произволна естествена свързаност, т.е. свързаност, относно която P и g са паралелни;
- Върху единствения основен клас от риманови многообразия със структура на почти произведение с неинтегруема структура P – класа W_3, е изучена геометрията на каноничната свързаност, въведена от В. Михова върху произволно риманово многообразие със структура на почти произведение;
- Върху римановите многообразия със структура на произведение, т.е. многообразията от класа $W_1 \oplus W_2$, са изучени въпроси, свързани с геометрията на произволна естествена свързаност;

4) Върху произволно W_1-многообразие е въведена и изучена една специална естествена свързаност D;
5) С помощта на получени от нас резултати за геометрията на W_1-многообразие, са намерени интересни свойства за многообразията от два класа в класификацията на А. М. Навейра;
6) Конструирани са и са изучени примери на разглежданите многообразия чрез групи на Ли, върху които са илюстрирани някои от получените теоретични резултати за съответното многообразие.

В следващите анотации е спазена номерацията на публикациите от списъка на представените за участие в конкурса научните трудове.

[1] **D. Shtarbeva**. *Lie groups as four-dimensional Riemannian product manifolds*, In: Topics in Contemporary Differential Geometry, Complex Analysis and Mathematical Physics, Eds. S. Dimiev and K. Sekigawa, World Sci. Publ., Hackensack, NJ, 2007, 290 – 298; ISBN 978-981-270-790-1.

Групи на Ли като четиримерни риманови многообразия със структура на произведение

Върху 4-мерна група на Ли G въвеждаме по естествен начин структура на риманово многообразие със структура на почти произведение (G, P, g) с $\mathrm{tr}P = 0$. Първо разглеждаме случая, когато почти комплексната структура P е биинвариантна. В този случай асоциираната с G алгебра на Ли е 4-параметрична разрешима алгебра с изродена килингова форма. Доказваме, че (G, P, g) е риманово P-многообразие. Относно база на асоциираната алгебра на Ли пресмятаме компонентите на свързаността на Леви-Чивита ∇, на кривинния й тензор R и на тензора на Ричи ρ. Пресмятаме също така скаларната кривина за R и присъединената й скаларна кривина. Установяваме, че многообразието (G, P, g) има постоянна отрицателна скаларна кривина и постоянни напълно реални секционни кривини. Посочваме изразяване на R чрез тези секционни кривини. Установяваме, че (G, P, g) е локално симетрично многообразие. Намираме необходими и достатъчни условия за айнщайново многообразие (G, P, g). След това разглеждаме случая на 4-мерно риманово многообразие със структура на почти произведение (G, P, g) с $\mathrm{tr}P = 0$, когато P е абелева структура. В този случай P е продуктна (т.е. интегруема) структура, а асоциираната с G алгебра на Ли е разрешима 16-параметрична алгебра. Разглеждаме частен случай, когато тази алгебра зависи от 1 параметър. В този случай алгебрата е с нулева килингова форма. Относно база на тази алгебра изчисляваме компонентите на свързаността ∇, на основния тензор F и на кривинния тензор R. Получаваме тъждеството $R(X, Y, Z, W) = R(PX, PY, PZ, PW)$.

[2] **D. Shtarbeva**. *On some Riemannian product manifolds*, Plovdiv Univ. Sci. Works – Math. **35** (2007) no. 3, 131 – 138; ISSN 0204-5249.

Върху някои риманови многообразия със структура на произведение

В тази работа получаваме едно основно тъждество за кривинния тензор R на свързаността на Леви-Чивита ∇ върху риманово многообразие със структура на произведение (M, P, g). Въвеждаме понятието антикелеров тензор и получаваме необходимо условие за антикелеров тензор R чрез един, въведен в тази работа, антикелеров тензор K. След това върху 4-мерна група на Ли G въвеждме структура на риманово многообразие със структура на произведение (G, P, g) с $\mathrm{tr}P = 0$, като предполагаме, че P е абелева структура. Тогава асоциираната с G алгебра на Ли е 16-параметрична разрешима алгебра. Разглеждаме частен случай, когато тази алгебра е 4-параметрична. В този случай килинговата форма на алгебрата е изродена. Относно база на тази алгебра намираме компонентите на ∇, на ∇P, на R, на тензора на Ричи за R и на тензора F. Пресмятаме и скаларната кривина за R, която се оказва, че е постоянна и отрицателна. Доказваме, че R е антикелеров тензор и получаваме някои тъждества за този тензор. Установяваме, че многообразието (G, P, g) е локално симетрично многообразие. Получаваме необходимо и достатъчно условие за айнщайново многообразие (G, P, g).

[3] **D. Gribacheva**, D. Mekerov. *Canonical connection on a class of Riemannian almost product manifolds*, J. Geom. **102** (2011) no. 1, 53 – 71, DOI: 10.1007/s00022-011-0098-7; ISSN 0047-2468, MCQ: 0.22 (2011).

Канонична свързаност върху един клас от риманови многообразия със структура на почти произведение

Каноничната свързаност върху риманово многообразие със структура на почти произведение (M, P, g) е естествена свързаност (т.е. запазваща структурите P и g), въведена от В. Михова като аналог на ермитовата свързаност в почти ермитовата геометрия. Настоящата работа е посветена на каноничната свързаност ∇' върху многообразие (M, P, g) от класа W_3. Това е единственият основен клас в класификацията на Стайкова-Грибачев, в който всяко многообразие, което не е риманово P-многообразие, има неинтегруема структура P. Най-напред получаваме някои условия за торзията на произволна естествена свързаност върху такова многообразие. Намираме свойства за торзията на каноничната свързаност ∇' и определяме явния вид на тази свързаност. Изразяваме скаларната норма на ∇P чрез скаларната кривина τ относно ∇, както и чрез скаларната кривина τ' относно ∇'. Получаваме, че многообразието е риманово P-многообразие, точно когато $\tau = \tau'$. Намираме свойства на многообразието, когато кривинният тензор R' на ∇' е риманов P-

тензор (т.е. тензор със свойства, аналогични на свойствата на келеровия тензор в ермитовата геометрия). В случая, когато торзията T на ∇' е паралелна относно ∇', получаваме връзка между кривинния тензор R на ∇ и кривинния тензор R' на ∇'. Доказваме, че R' е риманов P-тензор, ако ∇' е с паралелна торзия T. Разглеждаме пример на 4-мерно риманово многообразие със структура на почти произведение (G, P, g), където G е група на Ли, за което $\mathrm{tr}P = 0$. Доказваме, че ако g е килингова метрика, тогава многообразието (G, P, g) е от класа W_3. Налагаме условието за килинговост на g и тъждеството на Якоби за комутаторите в съответната на G алгебра на Ли и получаваме, че тази алгебра зависи от 4 параметъра. Изразяваме свойства на многообразието (G, P, g) чрез термините на комутаторите и намираме някои геометрични характеристики на разглежданото многообразие (G, P, g). Изчисляваме компонентите на основния тензор F, на свързаността ∇, на ковариантната производна ∇P, на кривинния тензор R, на тензора на Ричи ρ. Получаваме секционните кривини на базисните площадки и намираме необходими и достатъчни условия за постоянна инвариантна секционна кривина, за постоянна антиинвариантна (напълно реална) секционна кривина, за постоянна секционна кривина. Установяваме еквивалентни условия за скаларно плоско многообразие относно ∇. След това върху многообразието (G, P, g) интерпретираме получени в тази работа теоретични резултати за каноничната свързаност ∇'. Изчисляваме компонентите на ∇', на кривинния ѝ тензор R', на торзионния тензор T на ∇', на ковариантната производна $\nabla' T$. Намираме необходимо и достатъчно условие за риманов P-тензор R'. Доказваме, че ако R' е риманов P-тензор, тогава многообразието (G, P, g) е с постоянни антиинвариантни секционни кривини. Установяваме, че върху това многообразие кривинният тензор R' е риманов P-тензор, точно когато ∇' е с паралелна торзия относно ∇'. Получаваме, че (G, P, g) е с постоянни отрицателни скаларни кривини относно ∇ и относно ∇'.

[4] **D. Gribacheva**. *Natural connections on Riemannian product manifolds*, C. R. Acad. Bulgare Sci. **64** (2011) no. 6, 799 – 806; ISSN 1310-1331, IF: 0.210 (2011).

Естествени свързаности върху риманови многообразия със структура на произведение

Обект на изследване в тази работа са естествените свързаности върху римановите многообразия със структура на произведение (M, P, g). Тези многообразия в класификацията на Стайкова-Грибачев съставляват класа $W_1 \oplus W_2$. Получаваме свойства за торзионния тензор на произволна естествена свързаност върху $(M, P, g) \in W_1 \oplus W_2$, използвайки направеното от В. Михова разлагане на пространството на торзионните тензори върху произволно риманово многообразие със структура на почти произведение на инвариантни ортогонални подпространства $\mathcal{T}_i$ $(i = 1, 2, 3, 4)$. Доказваме, че каноничната свързаност е единствената естествена свързаност върху многообразие $(M, P, g) \in W_1 \oplus W_2$, за която $T \in \mathcal{T}_1$. Освен това установяваме, че тази свързаност е единствената естествена свързаност върху $(M, P, g) \in W_1 \oplus W_2$, чийто торзионен тензор T може да бъде изразен чрез основния тензор F. Торзионият тензор T на всяка естествена свързаност може да се представи като линейна комбинация от компонентите на тензора $g \otimes \theta$ само когато разглежданото многообразие е от класа W_1. Намираме това представяне и получаваме, че торзионните тензори на естествените свързаности върху $(M, P, g) \in W_1$ образуват семейство, зависещо от 2 параметъра λ и μ. Торзионният тензор T на каноничната свързаност, който е от класа $\mathcal{T}_1$, се получава от това представяне при стойности на параметрите $\lambda = 0$ и $\mu = -\frac{1}{2n}$, където $2n = \dim M$.

За торзионния тензор T на всяка друга естествена свързаност намираме: $T\in\mathcal{T}_1\oplus\mathcal{T}_4$, $T\notin\mathcal{T}_1$, $T\notin\mathcal{T}_4$.

[5] **D. Gribacheva**. *A natural connection on a basic class of Riemannian product manifolds*, Int. J. Geom. Methods Mod. Phys. **9** (2012) no. 7, 1250057 (14 pages); ISSN 0219-8878, IF: 0.856 (2011).

Една естествена свързаност върху един основен клас от риманови многообразия със структура на произведение

Върху риманово многообразие със структура на произведение (M, P, g) от класа W_1 раглеждаме естествената свързаност D с торзионен тензор, определен с $\lambda = \mu = 0$ от полученото в работата [4] представяне на 2-параметричното семейство торзионни тензори на естествените свързаности. Най-напред получаваме явното представяне на свързаността D. Намираме връзка между кривинните тензори на свързаността на Леви-Чивита ∇ и свързаността D. От тази връзка получаваме връзка между тензорите на Ричи, както и връзка между скларните кривини за тези свързаности. Установяваме необходими и достатъчни условия, при които кривинният тензор на свързаността D е риманов P-тензор. Намираме и условия за свързаност D с паралелна торзия относно D. В общия случай на свързаност D доказваме, че тензорите на Вайл за свързаностите D и ∇ съвпадат. Доказваме, че кривинния тензор на D е инвариантен относно обикновената конформна трансформация на метриката g. Изучаваме и случая на плоска свързаност D. Доказваме, че ако D е плоска свързаност, тогава многообразието е конформно плоско относно ∇. В случая на плоска свързаност D с паралелна торзия относно D намираме експлицитни формули за кривинния тензор R, за тензора на Ричи ρ и за скаларната кривина τ относно ∇. Установяваме, че в този случай тензорът R е паралелен относно D, а многообразието е пространствена форма с отрицателна скаларна кривина τ. Накрая разглеждаме един пример на риманово многообразие със структура на произведение $(G, P, g)\in W_1$, където G е 4-мерна група на Ли, а P е абелева структура. Асоциираната с G алгебра на Ли зависи от 4 параметъра. Спрямо база на тази алгебра изчисляваме компонентите на асоциираната с основния тезор F лиева 1-форма θ, на свързаността на Леви-Чивита ∇, на нейния кривинен тензор и на нейния тезор на Ричи. Получаваме скаларната кривина за ∇ и секционните кривини на базисните площадки. Получаваме необходими и достатъчни условия за постоянни инвариантни секционни кривини, за постоянни антиинвариантни секционни кривини и за постоянни секционни кривини. Установяваме, че многообразието (G, P, g) е конформно плоско относно ∇. Пресмятаме компонентите на свързаността D и на торзионния й тензор върху разглеждания пример. Получаваме, че D е плоска свързаност с непаралелна торзия върху (G, P, g).

[6] **D. Gribacheva**, D. Mekerov. *Natural connections on conformal Riemannian P-manifolds*, C. R. Acad. Bulgare Sci. **65** (2012) no. 5, 581 – 590; ISSN 1310-1331, IF: 0.210 (2011).

Естествени свързаности върху конформно риманови P-многообразия

Тук разглеждаме въпроси, свързани с геометрията на естествените свързаности върху риманово многообразие със структура на произведение (M, P, g) от класа W_1. Намираме връзки между тензорите на кривина R и R', между тензорите на Ричи ρ и ρ' и между скаларните кривини τ и τ' съответно за свързаността на Леви-Чивита ∇ и произволна естествена свързаност ∇'. Установяваме някои необходими и достатъчни условия за риманов P-тензор R'. За асоциираните с основния тензор F лиеви 1-форми θ и θoP установяваме условия, при които кривинният тензор R' за всяка естествена свързаност от 2-параметричното семейство, получено в [4], е риманов P-тензор. По този начин се открояват 2 естествени свързаности – едната е разгледаната в работата [5] свързаност D, а другата е такава свързаност $\widetilde{D}$, че каноничната свързаност е средната свързаност за D и $\widetilde{D}$. Получаваме, че кривинният тензор на D (съответно на $\widetilde{D}$) е риманов P-тензор, точно когато 1-формата θ не е затворена, а 1-формата θoP е затворена (съответно θ е затворена, а θoP не е затворена). Получаваме условия и за естествена свързаност с паралелна торзия, както и условия за естествена свързаност с паралелна торзия, кривинният тензор на която е риманов P-тензор.

[7] **D. Gribacheva**. *Curvature properties of two Naveira classes of Riemannian product manifolds*, Plovdiv Univ. Sci. Works – Math. **39** (2012) no. 3; ISSN 0204-5249

Кривинни свойства за два класа на Навейра от риманови многообразия със структура на произведение

В тази работа получаваме кривинни свойства относно свързаността на Леви-Чивита ∇ върху риманово многообразие със структура на произведение (M, P, g), което принадлежи на някой от основните класове $\overline{W}_3$ и $\overline{W}_6$ в класификацията на А. М. Навейра. Тъй като е в сила $W_1 = \overline{W}_3 \oplus \overline{W}_6$, в разглежданията прилагаме резултати за риманово многообразие със структура на произведение от класа W_1, получени в работата [6]. Първо разглеждаме случая, когато многообразието (M, P, g) е от класа $\overline{W}_3$. Получаваме някои тъждества за тезора на кривина R на свързаността на Леви-Чивита ∇. Намираме условие за R, което е необходимо и достатъчно за затворена 1-форма θ. Чрез R дефинираме един тензор K, който при затворена 1-форма θ е риманов P-тензор. Доказваме,че при затворена 1-форма θ, тензорът R е риманов P-тензор тогава и само тогава, когато $R = K$. За 4-мерно многообразие със затворена 1-форма θ изразяваме R чрез скаларната кривина и присъединената й скаларна кривина относно ∇. След това, използвайки същите методи, получаваме аналогични кривинни свойства в случая, когато многообразието (M, P, g) е от класа $\overline{W}_6$.

[8] **D. Gribacheva**. *Invariant tensors related with natural connections for a class Riemannian product manifolds*. Int. Electron. J. Geom. **5** (2012) no. 2, 85 – 94; ISSN 1307-5624

Инвариантни тензори, свързани с етествени свързаности върху един клас от риманови многообразия със структура на произведение

В тази публикация продължаваме да разглеждаме въпроси, свързани с геометрията на римановите многообразия със структура на произведение от класовете $\overline{W}_3$ и $\overline{W}_6$ в класификацията на А. М. Навейра. Разглеждаме многообразие (M, P, g), принадлежащо на класа $\overline{W}_3 \cup \overline{W}_6$, което е със затворена лиева 1-форма θ. Най-напред за дефинирания от М. Стайкова и К. Грибачев тензор на Бохнер $B(L)$ за произволен риманов P-тензор L доказваме, че $B(R') = B(K)$, ако R' е тензорът на кривина на произволна естествена свързаност ∇'. Установяваме връзка между римановите P-тензори $\pi_1 + \pi_2$, π_3 и дефиниранирания в работата [7] тензор K, както и връзка между $\pi_1 + \pi_2$, π_3 и тензора на кривина R' на произволна естествена свързаност, откъдето следва, че тензорите K и R'

също са риманови P-тензори. Дефинираме тензори $A(L)$ и $C(L)$ за произволен риманов P-тензор L и доказваме, че за тензора на кривина R' на каноничната свързаност е в сила $A(R') = A(K)$, а ако R' е тензорът на кривина на естествена свързаност с паралелна торзия, тогава е изпълнено $C(R') = C(K)$. Дефинираме и един тензор $E(L)$ за произволен кривиноподобен тензор L и доказваме, че $E(R') = E(R)$, ако R' е тензорът на кривина на естествената свързаност D (разгледана в работата [5]) в случая, когато D е с паралелна торзия относно D.

II. УЧЕБНИ ПОМАГАЛА

[9] М. Манев, М. Теофилова, А. Христов, **Д. Грибачева**. *Ръководство за решаване на задачи по геометрия за информатици*, I изд., Университетско издателство „Паисий Хилендарски”, Пловдив, 93 стр., 2009; ISBN 978-954-423-553-6.

Помагалото се използва в часовете за семинарни упражнения и самостоятелна подготовка по учебната дисциплина „Геометрия” за специалност „Информатика” във Факултета по математика и информатика на Пловдивския университет „Паисий Хилендарски”. То следва учебното съдържание на съответния учебник на водещия автор. Всяка тема започва с резюме на теоретичния материал, необходим за решаването на предложените след това задачи. Задачите са градирани по сложност, като всяка задача от нов тип е снабдена с подробно решение, а вече познатите – с частично решение, упътване или поне отговор.

Подпис:

(гл. ас. д-р Д. Грибачева)