

СТАНОВИЩЕ

от

д-р Андрей Иванов Захариев

гост-професор кат. Математически анализ

на ФМИ при ПУ“Паисий Хилендарски“

(н.ст., име, презиме, фамилия – акад. дл. в научна организация)

на дисертационен труд за присъждане на образователната и научна степен „доктор“

в област на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика,
професионално направление 4.5 Математика,
докторска програма: Диференциални уравнения

Автор: Екатерина Борисова Мадамлиева

Тема: „Дробни диференциални уравнения със закъсняващ аргумент“

Научен ръководител: професор д-р Андрей Иванов Захариев, катедра „Математически анализ“, Пловдивски университет „Паисий Хилендарски“

1. Общо представяне на процедурата и докторанта

Със заповед № Р33-1432 от 26.04.2021 г. на Ректора на Пловдивския университет „Паисий Хилендарски“ (ПУ) съм определен за член на научното жури за осигуряване на процедура за защита на дисертационен труд на тема **„Дробни диференциални уравнения със закъсняващ аргумент“** за придобиване на образователната и научна степен „доктор“ в област на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика, професионално направление 4.5. Математика, докторска програма Диференциални уравнения.

Автор на дисертационния труд е Екатерина Борисова Мадамлиева – докторант в редовна форма на обучение към катедра „Математически анализ“ с научен ръководител професор д-р Андрей Иванов Захариев, Пловдивски университет „Паисий Хилендарски“.

Представеният от Екатерина Борисова Мадамлиева комплект материали на хартиен носител е в съответствие с Чл.36 (1) от Правилника за развитие на академичния състав на ПУ, включва следните документи:

- молба до Ректора на ПУ за разкриване на процедурата за защита на дисертационен труд;
- автобиография в европейски формат;
- протокол № 3 от 16.04.2021 г. (препис-извлечение) на КС, свързан с предварително обсъждане на дисертационния труд в катедра „Математически анализ“;
- дисертационен труд с декларация за оригиналност;
- автореферат;
- списък на научните публикации по темата на дисертацията;
- копия на научните публикации;
- декларация за оригиналност и достоверност на приложените документи;
- справка за спазване на специфичните изисквания на ФМИ при ПУ;
- удостоверение за идентичност на лице с различни имена изх. № 1400-40021/30.11.2018;

- служебна бележка Изх. № НПД 177/09.03.2021 за участие в научни проекти.

Със заповед на Ректора на ПУ „Паисий Хилендарски“ № Р33 – 461/ 01.02.2018 г. след успешно положен конкурс изпит Екатерина Мадамлиева е зачислена като редовен докторант в област на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика, професионално направление 4.5. Математика, докторска програма Диференциални уравнения към катедра „Математически анализ“ на Факултет по математика и информатика (ФМИ) при Пловдивски университет „Паисий Хилендарски“ със срок на обучение 3 години, считано от 01.03.2018 г. до 01.03.2021 г. За научни ръководители са определени проф. д-р Михаил Михайлов Константинов и проф. д-р Андрей Иванов Захариев и тема на дисертационния труд „Дробни диференциални уравнения със закъсняващ аргумент“. По-късно, поради служебна заетост проф д-р Михаил Константинов е подал молба да бъде освободен от научното ръководство и със заповед на Ректора № Р33 – 610/ 05.02.2019 г. е освободен като научен ръководител.

Докторантът Екатерина Мадамлиева е приложила 3(три) броя публикации в елитни световни списания, две от тях в списанието “Mathematiks” (**Impact Factor: 1.747**) и една в „AIP Conference Proceedings“ – **Web of Science, SJR 2020:0.190.**

Кратки биографични данни за докторанта:

Докторант Екатерина Мадамлиева е родена е на 02.12.1993 г. в гр. Пазарджик. Завършила е висше образование бакалавър „Приложна математика“ в ПУ „Паисий Хилендарски“ през 2016 г. През 2017 г. завършва магистратура „Приложна математика“ в ПУ „Паисий Хилендарски“. И двете степени на висше образование е завършила с пълно отличие. През 2015 година печели златен медал на Националната студентска олимпиада по математика в група А. Представени са необходимите документи като грамоти за спечелените награди от студентски олимпиади, както и придобита квалификация „учител по математика“.

От септември 2018 г. до момента е учител в гимназиален етап в СУ „Св. Паисий Хилендарски“, гр. Пловдив и освен това води часове, като хоноруван асистент в ПУ „Паисий Хилендарски“. През април 2021 г. е назначена като млад учен/изследовател към ПУ „Паисий Хилендарски“.

2. Актуалност на тематиката

Резултатите, получени в дисертационния труд са **актуални**, което лесно се доказва с публикационната активност по тази тематика във водещи световни списания, достатъчно е да споменем списанията “Mathematiks” (**Impact Factor: 1.747**), “Entropy” (**Impact Factor: 2.494**). Нещо повече специализираното математическото списание „Fractional Calculus and Applied Analysis“ (**Impact Factor: 3.170**)), което е посветено на актуалните резултати в областта на дробното смятане и неговите приложения е сред първите 10 в световната ранглиста на списанията с импакт фактор.

3. Познаване на проблема

От представената дисертация може да се направи извода, че докторантът е добре запознат с историческото развитие на дробното смятане, както и със съвременното състояние на изследваните в нея научни проблеми. Това ми заключение се базира на следните факти:

Написния в увода от автора изчерпателен исторически обзор в увода на дисертационния труд е добре оформен и дава реална представа за развитието на тематиката;

Балансирано като съдържание въведение в темата на дисертацията. Направеният подбор на необходимите за изложението основни дефиниции и резултати от функционалния анализ и дробните диференциални уравнения със закъсняващ аргумент е на добро професионално ниво;

В цитираната в дисертационния труд литература, съдържаща 85 заглавия, участват основните монографии както и редица резултати на водещи автори в престижни научни списания.

4. Методика на изследването

Авторът използва традиционните методи на реалния и функционалния анализ и методите на функционално-диференциалните уравнения от целочислен ред. На базата на създадения математически апарат при изследването на аналогичните резултати за диференциални уравнения от целочислен ред са създадени конкретни доказателства за съществуването на фундаменталната матрица за разгледаните дробни системи, както и при изследването на нейните диференциални свойства. Получените резултати относно фундаменталната матрица както и в целочисления случай са използвани при изследването на асимптотичните свойства на решенията на линейни дробни системи при нелинейни пертурбации.

5. Характеристика и оценка на дисертационния труд и приносите

Целта на представения дисертационен труд работа е изследването на системи линейни дробни диференциални уравнения с производни от тип на Капуто и разпределени закъснения. Ще отбележим, че за разлика от стандартните изследвания в които порядъците на дробно диференциране в системите съвпадат, то в дисертационния труд авторът изследва системите от закъсняващ или неутрален тип в случаещ на рационално несъизмерими редове (порядъци) на дробно диференциране. Основната цел на представения дисертационен труд е получаването на достатъчни условия, които гарантират глобалната асимптотична устойчивост на нулевото решение на задачата на Коши за системи линейни дробни диференциални уравнения с нелинейна пертурбация, ако нулевото решение на задачата на Коши за съответната линейна системата без пертурбации е глобално асимптотично устойчиво.

Решенията в дисертацията задачи са ясно формулирани в шест точки и могат да бъдат групирани по следния начин:

За линейни автономни неутрални системи и линейни неавтономни системи дробни диференциални уравнения с производни от тип на Капуто и разпределени закъснения са получени интегрални формули за представяне на решенията на задачата на Коши, в случая на частично непрекъснатата начална функция.

Намиране на достатъчни условия за съществуване и единственост на задачата на Коши за линейни неавтономни системи дробни диференциални уравнения с производни от тип на Капуто и разпределени закъснения и за нелинейно пертурбирани линейни неутрални системи с разпределени закъснения и производни от типа на Капуто, в случая на частично непрекъснатата начална функция.

Намиране на достатъчни условия за запазване на глобална асимптотична устойчивост на нулевото решение на задачата на Коши за нелинейно пертурбирани линейни автономни неутрални с производни от тип на Капуто и разпределени закъснения, в случая, когато нулевото решение на задачата на Коши за съответната линейна системата без пертурбации е глобално асимптотично устойчиво, резултат получен на базата на получените в дисертацията достатъчни условия гарантиращи съществуване на абсолютно непрекъснатата фундаментална матрица на линейна неавтономни хомогенни системи.

Дисертационният труд се състои от увод, три глави, заключение, апробация на резултатите, публикации по дисертационния труд и литература. Обемът на дисертацията е 102 страници, а използваната литература включва 85 заглавия.

Уводът на дисертационния труд съдържа изчерпателен исторически обзор, с акцент върху актуалността на темата и обзор на дисертационния труд, в който е дадена структурата на дисертационния труд и накратко е посочено съдържанието на отделните глави и параграфи.

В Глава 1 е направен обзор на използваните в дисертацията означения, както и необходимите за изложението резултати от функционалния анализ, дробното смятане и системите линейни дробни диференциални уравнения със закъсняващ аргумент. Приведени са всички използвани в дисертационния труд означения, изложени са необходимите дефиниции и теореми от функционалния анализ и са представени основни определения от дробното смятане, като дефиниции за дробен интеграл на Риман-Лиувил, дробни производни на Риман-Лиувил и Капуто, както и необходимата част от техните основни свойства. В последния параграф са представени някои основни резултати за дробни диференциални уравнения със закъсняващ аргумент и системи с разпределени закъснения, които са обобщени в дисертационния труд.

Основните приноси в дисертацията се съдържат в Глави 2 и 3, поради което ще се спрем по-подробно на получените там резултати.

Глава 2 е посветена на изследването на линейните системи от неутрален тип с производни от тип на Капуто и разпределени закъснения и се състои от два параграфа.

В § 2.1 изследвана задачата на Коши за линейни автономни системи от неутрален тип с производни от тип на Капуто и разпределени закъснения. Получена е интегрална формула за представяне на решението на задачата на Коши за произволна частично непрекъсната начална функция, както в хомогенния, така и нехомогенния случай при експоненциално ограничена дясна част. Получените резултати съвпадат със съответните за неутрални линейни системи диференциални уравнения с производни от целочислен ред и получени при естествени условия.

В § 2.2 е изучена е устойчивостта на нелинейно пертурбирани линейни автономни системи от неутрален тип с разпределени закъснения. Получените са достатъчни условия, които гарантират, че ако нулевото решение на линейната част на разглежданата нелинейната система е глобално асимптотично устойчиво, то тогава нулевото решение на пертурбираната система също е глобално асимптотично устойчиво са аналогични на класическите такива без добавянето на рестриктивни такива. Резултатите получени в този параграф базирани на получената в предходния параграф формула за интегрално представяне на общото решение на задачата на Коши за линейна автономна неутрална система с разпределено закъснение.

В Глава 3 са разгледани линейни неавтономни системи от закъсняващ тип с дробни производни от тип на Капуто и разпределени закъснения. Тя се състои от два раздела. Първият се състои от три подраздела, а вторият - от два.

В § 3.1. е изследвана задачата на Коши за тези системи с частично абсолютно непрекъсната начална функция. Получени са достатъчни условия, при които с помощта на въведените от автора подходящи метрики и функционални пространства е доказано съществуване и единственост на решението на формулираната в точка 3.1.1. задача на Коши. В точка 3.1.3 на базата на резултатите в предходната точка за съответната хомогенна система е доказано съществуване и единственост на фундаментална матрица $C(t, s)$, абсолютно непрекъсната по t при $t \in [s, \infty)$, $s \in J_a$ и непрекъсната по s при $s \in [a, \bar{t})$ за $\bar{t} \in J_a$. В случая

когато $s = \bar{t}$ фундаменталната матрица $C(t, s)$ има ограничен скок, т.е. има скок от първи род. Аналогични резултати са доказани и за модифицираната фундаментална матрица $T_s^*(t, s), t \in J_a$, а $s^* \in [a - h, h]$.

В § 3.2. са дадени някои допълнителни приложения на получените в дисертационния труд резултати. Използвайки доказаните свойства на фундаменталната матрица $C(t, s)$ и модифицираната фундаментална матрица $T_s^*(t, s)$, получената фундаментална матрица, са получени интегрално представяне за конкретното решение на нехомогенната система с нулеви начални условия при локално ограничена $F \in L_{loc}^1(J_a, \mathbb{R}^n)$ и $D_{a+}^\alpha F \in L_{loc}^1(J_a, \mathbb{R}^n)$. Получено е също така и интегрално представяне на решението на задачата на Коши за хомогенната система в случая на $\Phi(t) \in BV([a - h, a], \mathbb{R}^n)$, а като следствие от двете представяния и интегрално представяне на решението на задачата на Коши за нехомогенната система в случая на $\Phi(t) \in BV([a - h, a], \mathbb{R}^n)$. Едно сравнение с аналогичните резултати за производни от цял ред показва, че получените резултати съвпадат с тях при $\alpha = 1$, което означава, че те са естествено обобщение на класическите. Ще отбележим, че доколкото ни е известно, няма други статии, в които да са получени резултати в случая на прекъснати начални функции, както и да се изследвани свойствата на фундаменталната матрица $C(t, s)$ относно променливата s за линейните неавтономни системи от закъсняващ тип, с производни от тип на Капуто.

6. Преценка на публикациите и личния принос на докторанта

Представените от докторанта Екатерина Мадамлиева 3(три) броя статии на съдържанието на които базиран дисертационния труд са публикувани в елитни световни списания, две от тях в списанието “Mathematiks” (**Impact Factor: 1.747**) и една в “AIP Conference Proceedings” – **Web of Science, SJR 2020: 0.190**. Част от резултатите са докладвани на лятната конференция в Созопол “Application of Mathematics in Engineering and Economics”. Докторантката е участвала в два научни проекта на университетско ниво.

Приемам приносите на авторите в статиите за равностоен.

7. Автореферат

Авторефератът е добре оформен, съдържа 32 страници и отразява правилно получените резултати, като ясно са подчертани основните приноси. Както е прието всички твърдения са формулирани без доказателства.

8. Препоръки за бъдещо използване на дисертационните приноси и резултати

Препоръката, която бях представил на докторанта, е вече частично реализирана в статията „A Comparison of a priori Estimates of the Solutions of Nonlinear Perturbed Linear Fractional System with Distributed Delays and Application to the Stability Analysis“ публикувана в списанието *Axioms* **2021, 10, 75**. <https://doi.org/10.3390/axioms10020075>, **Web of Science, SJR 2020:0.190**.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Дисертационният труд *съдържа научни резултати, които представляват оригинален принос в науката* и отговарят на всички изисквания на Закона за развитие на академичния състав в Република България (ЗРАСРБ), Правилника за прилагане на ЗРАСРБ и съответния Правилник на ПУ „Паисий Хилендарски“. Представените материали и дисертационни резултати **напълно** съответстват на специфичните изисквания на Факултета

по математика и информатика, приети във връзка с Правилника на ПУ за приложение на ЗРАСРБ.

Дисертационният труд показва, че докторантката Екатерина Борисова Мадамлиева **притежава** задълбочени теоретични знания и професионални умения по научна специалност Диференциални уравнения като **демонстрира** качества и умения за самостоятелно провеждане на научно изследване.

Поради гореизложеното, убедено давам своята **положителна оценка** за проведеното изследване, представено от рецензираните по-горе дисертационен труд, автореферат, постигнати резултати и приноси, и **предлагам на почитаемото научно жури да присъди образователната и научна степен „доктор“** на Екатерина Борисова Мадамлиева в област на висше образование: 4. Природни науки, математика и информатика, професионално направление 4.5. Математика, докторска програма: Диференциални уравнения.

28.05.2021 г.

Изготвил становището:

/Проф д-р Андрей Захариев/