

Пловдивски университет „Паисий Хилендарски“
Факултет по математика и информатика
Катедра „Приложна математика и математическо моделиране“

Радка Паскова Колева

ИЗСЛЕДВАНЕ НА МАКСИМАЛНИТЕ НЕТОЧНОСТИ НА КОСВЕНО
ИЗМЕРЯЕМИ ВЕЛИЧИНИ И ПРИЛОЖЕНИЯ

Автореферат

за присъждане на
образователната и научна степен „Доктор“ в
област на висше образование: 4. Природни науки, математика и
информатика Професионално направление 4.5. Математика
Докторска програма: Математическо моделиране и приложение на
математиката

Пловдив
2019

Дисертационният труд „Изследване на максималните неточности на косвено измеряеми величини и приложения“ е обсъден и насрочен за защита на разширен катедрен съвет на катедра „Приложна математика и математическо моделиране“ при Факултет по математика и информатика на Пловдивски университет „Паисий Хилендарски“, град Пловдив, проведен на 28.01.2019 г.

Дисертационният труд е с общ обем от 114 страници и включва увод, три глави и библиография, състояща се от 70 източника. Списъкът на авторските публикации включва 4 заглавия на английски език.

Защитата на дисертационния труд ще се състои на г. в Заседателна зала на Нова сграда на Пловдивски университет „Паисий Хилендарски“ на открито заседание на научно жури в състав:

- 1
- 2
- 3
- 4
- 5

Номерацията на формулите, цитиранията, примерите, таблиците и фигурите съвпада с тяхната номерация в дисертационния труд.

Материалите по защитата са на разположение на интересувашите се в секретариата на ФМИ, нова сграда на ПУ, каб. 330, всеки работен ден от 8:30 до 17:00 часа.

Автор на дисертационния труд: Радка Паскова Колева

Заглавие: Изследване на максималните неточности на косвено измеряеми величини и приложения

Съдържание

Обща характеристика на дисертационния труд.....	4
Актуалност на дисертационния труд	4
Цели и задачи на дисертационния труд.....	4
Структура и обем на дисертационния труд.....	5
Кратко съдържание на дисертационния труд.....	7
Глава I. Максимални абсолютна и относителна неточности от първо и второ приближение	7
Глава II. Сравняване на стойностите на максималните неточности при две експериментални изследвания	12
Глава III. Математически метод за определяне на основните характеристики на компонентите на течни дисперсии и намиране на максималните неточности при измерването им	16
Заклучение и изводи	23
Апробация на резултатите.....	24
Резюме на получените резултати	25
Публикации по дисертационния труд.....	26
Благодарности.....	26
Библиография	27

ОБЩА ХАРАКТЕРИСТИКА НА ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД

Актуалност на дисертационния труд

Оценяването на точността на измерванията в експерименталните науки се основава на класическата теория на грешките (използвана понастоящем в обучението на студенти и в практиката). За неин основател се счита Гаус, който за минимизиране влиянието на грешките при изчисления открива и прилага метода на най-малките квадрати. Той доразвива и изследванията на Лаплас върху нормалното вероятно разпределение, което е основен инструмент в статистиката.

Има много математически трудове [9, 33, 35], върху различни методи за моделиране, определяне и оценяване на грешките при един експеримент. Развиват се математически методи специално за нуждите на общата физика [19, 23], експерименталната физика [58], инженерните науки [61, 62], оптимизацията [32] и системите за управление [12].

Теория на грешките и анализа на грешките са част от теорията и практиката на науката повече от два века.

В дисертационния труд е използвано понятието косвено измеряема величина, като величина, чиято стойност се изчислява по зададена формула, в която участват пряко измеряеми величини.

В дисертацията използваме понятието неточност вместо грешка.

Цели и задачи на дисертационния труд

Основните цели на дисертационния труд са:

1. Да се изследват максималните неточности на косвено измеряеми величини с алгебричен подход и да се покаже тяхното приложение;
2. Да се изследват течни дисперсни системи за седиментационната стабилност, както и компонентите им.

Задачи:

- 1) Да се канонизират повърхнините от първа и втора степен в многомерното евклидово пространство.
- 2) Да се канонизират повърхнините на максималните абсолютни и относителни неточности от второ приближение.
- 3) Да се сравнят стойностите на максималните неточности при две експериментални изследвания.
- 4) Да се въведе математически метод за изследване на компонентите на течни дисперсии.
- 5) Да се определи процентът на количеството чисто вещество в седимента и/или изплавъка на течна дисперсия.
- 6) С цел да се покаже ефективността на метода от задача 4) да се

проведе реално експериментално изследване на суспензия. Да се намерят абсолютните и относителни неточности на изследваните величини.

- 7) Да се изследва седиментационната стабилност на емулсия, като се приложат описаните в дисертацията центромасов метод и устройство. Да се определи относителната неточност на седиментационната й стабилност.

Структура и обем на дисертационния труд

Настоящият дисертационен труд се състои от увод, три глави, заключение, публикации по темата, библиография и съдържание с общ обем от 114 страници.

Глава I се състои от четири параграфа. В §1 е изложено кратко въведение в теория на грешките, както и развитието на концепцията за точността на измерването като качество, което може да се изрази количествено. В §2 са дефинирани основни понятия като максимални абсолютна и относителни неточности от първо приближение, максимални абсолютна и относителни неточности от втори ред, както и максимални абсолютна и относителни неточности от второ приближение. В §3 е направена канонизация на повърхнините от първа и втора степен в многомерното евклидово пространство. Този подход е приложен за канонизирането на повърхнините на максималните абсолютни и относителни неточности от второ приближение в §4.

Глава II се състои от три параграфа. В §1 са установени връзки между вида на някои функции и техните производни, които са въведени като твърдения. В §2 са въведени критерии за сравнение на стойностите на максималните неточности при две експериментални изследвания, които прецизират, допълват и усъвършенсват изводи в предишни разработки по тематиката [42, 43, 45]. В §3 са дадени два контрапримера, които показват, че безразмерната скала за сравняване на максималните неточности на две експериментални изследвания, въведена в [42, 43, 45], не е точна и трябва да се прецизира. Определен е каноничният вид на хиперповърхнината на максимална относителна неточност от второ приближение.

Глава III се състои от девет параграфа. Представен е математически метод за определяне основните характеристики на компонентите на течни дисперсии. Въведен е индекс за характеризиране на седиментационната стабилност на течни дисперсии – безразмерна числена величина. Аналитично е определен процентът на количеството чисто вещество в седимента и/или изплавъка на изследвана течна дисперсия. Проведен и описан е експеримент, в който се прилагат математическият метод за изследване компонентите на течни дисперсии. Намерени са максималните абсолютни и относителни неточности на косвено измеряемите величини.

Описани са центромасов (барицентричен) метод и устройство за определяне на седиментационната стабилност на течни дисперсии, които намериха приложение в учебния процес като част от практическо ръководство за студентите от Университета по хранителни технологии, гр. Пловдив. Първоначалните идеи на метода и устройството са заложени в публикациите [5, 7, 8, 27]. Представен е пример върху изследване на емулсия за намиране отместването на центъра на масите и определяне на седиментационната стабилност.

Дисертационният труд е разработен към катедра “Приложна математика и моделиране” на Факултета по математика и информатика на Пловдивския университет “Паисий Хилендарски”.

КРАТКО СЪДЪРЖАНИЕ НА ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД

Глава I. Максимални абсолютна и относителна неточности от първо и второ приближение

§1 на гл. I е въвеждащ накратко в теория на грешките.

§2. Максимални неточности от първо и второ приближение

Нека косвено измеряемата величина Y се изразява функционално чрез пряко измеряемите величини $X_1, X_2, \dots, X_n$, т.е. $Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$ и f е диференцируема функция по всяка своя променлива. Ако в едно експериментално изследване са извършени k наблюдения $x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ik}$ на пряко измеряемата величина X_i ($i=1, 2, \dots, n$), то се приема, че средно аритметичната стойността $\bar{x}_i = \frac{1}{k} \sum_{m=1}^k x_{im}$ е най-вероятната (най-достоверната) стойност на X_i . Означаваме $|\Delta x_{im}| = |x_{im} - \bar{x}_i|$, $i=1, 2, \dots, n$, $m=1, 2, \dots, k$.

Съгласно [42, 43, 45] са в сила определенията:

Определение 2.1. Максимална абсолютна неточност $\Delta^1 Y$ на Y от първо приближение се нарича линейната функция

$$(2.1) \quad \Delta^1 Y = \sum_{i=1}^n A_i |\Delta X_i|,$$

където A_i се дават по следния начин

$$A_i = \frac{1}{k} \sum_{m=1}^k \left| \frac{\partial f}{\partial X_i}(x_{1m}, \dots, x_{im}, \dots, x_{nm}) \right|, \quad i=1, \dots, n \quad \text{и} \quad |\Delta X_i| = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k |\Delta x_{ij}|, \quad i=1, 2, \dots, n.$$

Определение 2.2. Максимална относителна неточност $\frac{\Delta^1 Y}{Y}$ на Y от първо приближение се нарича линейната функция

$$(2.2) \quad \frac{\Delta^1 Y}{Y} = \sum_{i=1}^n B_i \left| \frac{\Delta X_i}{X_i} \right|,$$

където B_i се дават съответно по следния начин

$$B_i = \frac{1}{k} \sum_{m=1}^k \left| \frac{x_{im}}{f(x_{1m}, \dots, x_{im}, \dots, x_{nm})} \frac{\partial f}{\partial X_i}(x_{1m}, \dots, x_{im}, \dots, x_{nm}) \right|, \quad i=1, \dots, n \quad \text{и}$$

$$\left| \frac{\Delta X_i}{X_i} \right| = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \left| \frac{\Delta x_{ij}}{x_{ij}} \right|, \quad i=1, 2, \dots, n.$$

Определение 2.6. Максимална абсолютна неточност $\Delta^2 Y$ на Y от 2-ри ред се нарича функцията

$$(2.3) \quad \Delta^2 Y = \sum_{i,j=1}^n A_{ij} \cdot |\Delta X_i| \cdot |\Delta X_j|,$$

където $A_{ij} = \frac{1}{k} \sum_{m=1}^k \left| \frac{\partial^2 f}{\partial X_i \partial X_j} (x_{1m}, \dots, x_{im}, \dots, x_{jm}, \dots, x_{nm}) \right|$ са неотрицателни константи, а ΔX_i са променливи величини ($i, j = 1, 2, \dots, n$).

Определение 2.7. *Максимална относителна неточност $\frac{\Delta^2 Y}{Y}$ на Y от 2-ри ред се нарича функцията*

$$(2.4) \quad \frac{\Delta^2 Y}{Y} = \sum_{i,j=1}^n B_{ij} \cdot \left| \frac{\Delta X_i}{X_i} \right| \cdot \left| \frac{\Delta X_j}{X_j} \right|,$$

$$\text{където } B_{ij} = \frac{1}{k} \sum_{m=1}^k \left| \frac{x_{im} x_{jm}}{f(x_{1m}, \dots, x_{im}, \dots, x_{jm}, \dots, x_{nm})} \frac{\partial^2 f}{\partial X_i \partial X_j} (x_{1m}, \dots, x_{im}, \dots, x_{jm}, \dots, x_{nm}) \right|$$

са неотрицателни константи, а $\frac{\Delta X_i}{X_i}$ са променливи величини ($i, j = 1, 2, \dots, n$).

Определение 2.8. *Максимална абсолютна неточност ΔY на Y от второ приближение се нарича функцията*

$$(2.5) \quad \Delta Y = \Delta^1 Y + \frac{1}{2} \Delta^2 Y.$$

Определение 2.9. *Максимална относителна неточност $\frac{\Delta Y}{|Y|}$ на Y от второ приближение се нарича функцията*

$$(2.6) \quad \frac{\Delta Y}{|Y|} = \frac{\Delta^1 Y}{|Y|} + \frac{1}{2} \frac{\Delta^2 Y}{|Y|}.$$

От формули (2.1), (2.3) и (2.5) се получава, че максималната абсолютна неточност на косвено измеряемата величина Y от второ приближение може да се представи във вида

$$(2.7) \quad \Delta Y = \sum_{i=1}^n A_i \cdot |\Delta X_i| + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n A_{ij} \cdot |\Delta X_i| \cdot |\Delta X_j|,$$

Аналогично от формули (2.2), (2.4) и (2.6) се получава, че максималната относителна неточност на косвено измеряемата величина Y от второ приближение може да се представи във вида

$$(2.8) \quad \frac{\Delta Y}{|Y|} = \sum_{i=1}^n B_i \cdot \left| \frac{\Delta X_i}{X_i} \right| + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n B_{ij} \cdot \left| \frac{\Delta X_i}{X_i} \right| \cdot \left| \frac{\Delta X_j}{X_j} \right|.$$

§3. Канонизация на повърхнините от първа и втора степен в многомерното евклидово пространство

В следващия резултат, с ортогонално преобразуване на неизвестните, преобразуваме една линейна хомогенна форма на n неизвестни, в линейна хомогенна форма на едно неизвестно.

Теорема 3.1. Ако $f = a_1x_1 + \dots + a_nx_n$ е ненулева реална линейна хомогенна форма на n неизвестни $x_1, \dots, x_n$, то съществува ортогонално преобразуване на неизвестните, което привежда f в линейна хомогенната форма $g = d_nu_n$, където $d_n = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2}$ е положително реално число.

3.1. Каноничен вид на повърхнините от първа степен

Повърхнините от първа степен в многомерното реално евклидово пространство E_n се задават с уравнението

$$(3.4) \quad f_1 = \sum_{i=1}^n a_i x_i + a = 0,$$

където $a_i, a \in \mathbb{R}$ и поне едно $a_i \neq 0$, и $x_1, \dots, x_n$ са неизвестни.

В E_3 каноничният вид на произволна повърхнина е геометрически очевиден. В E_n , $n > 3$, повърхнината не може да се представи визуално и каноничният вид трябва да се получи само аналитично.

В следващия резултат, като използваме Теорема 3.1, аналитично получаваме каноничния вид на равнините в E_n . Ще отбележим, че аналитично получаване на такъв резултат не е известен.

Теорема 3.2. В многомерното реално евклидово афинно пространство E_n за равнината f_1 са в сила следните случаи.

1) Ако поне един коефициент a_i не е нула, то каноничният вид на f_1 се задава с уравнението $z_n = 0$, т.е. този каноничен вид е равнината, определена от координатните оси $O_1z_1, \dots, O_1z_{n-1}$ на някоя координатна система $O_1z_1z_2\dots z_n$ на E_n .

2) Ако $a_1 = \dots = a_n = a = 0$, то f_1 е пространството E_n .

3) Ако $a_1 = \dots = a_n = 0$ и $a \neq 0$, то f_1 е празното множество.

3.2. Каноничен вид на повърхнините от втора степен

Канонизацията на повърхнините от втора степен в реалното многомерно евклидово пространство E_n е добре известна [2].

В известните канонизации са направени геометрични тълкувания, докато ние предлагаме алгебричен подход.

За канонизацията на повърхнините от втора степен в E_n , която ще извършим, ще отбележим следното:

1) Методът ни на канонизация е ефективен, защото дава точните параметри на каноничния вид на повърхнини, които определят вида на повърхнината в зависимост от първоначалните коефициенти на уравнението на повърхнината.

2) Начинът ни на канонизация се различава от известните в случая на получаване на цилиндър. Именно, тази канонизация се извършва, като чрез Теорема 3.1 прилагаме ортогонално преобразуване за преобразуване на една ненулева линейна хомогенна форма на n неизвестни в линейна форма на едно неизвестно с положителен коефициент.

Сравнение на подхода ни с известните канонизации в E_n на повърхнините от втора степен може да се направи например с [2, 6].

Повърхнините от втора степен в многомерното реално евклидово пространство E_n се задават с уравнението

$$(3.5) \quad f(x_1, \dots, x_n) = \sum_{i,j=1}^n a_{ij}x_i x_j + 2 \sum_{i=1}^n a_i x_i + a = f_2 + f_1 = 0, \\ a_{ji} = a_{ij}, i, j = 1, 2, \dots, n,$$

където $a_{ij}, a_i, a \in \mathbb{R}$, поне едно $a_j \neq 0$, и $x_1, \dots, x_n$ са неизвестни.

В следващия резултат получаваме каноничния вид на повърхнините от втора степен в E_n чрез ортогонални преобразувания на неизвестните и чрез транскации. Ще предпологаме, че f се задава с уравнението (3.5).

Теорема 3.3. Нека $r > 0$ е рангът на квадратичната част f_2 на повърхнината f от втора степен в многомерното реално евклидово пространство E_n , $n \geq 2$. Тогава са в сила следните случаи, в които числата b_j , $j = 1, \dots, n$ и числото c се определят съответно от (3.7) и (3.8).

1) Нека $r = n$. Тогава повърхнината f е с канонично уравнение

$$(3.9) \quad \lambda_1 z_1^2 + \dots + \lambda_n z_n^2 = -c,$$

където c е определено от (3.7) за $r = n$.

При това са в сила следните подслучаи:

1.1) Ако $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ имат еднакви знаци и $c \neq 0$, то f е *елипсоид* (*елипса* при $n = 2$).

1.2) Ако поне два знака на $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ са противоположни и $c \neq 0$, то f е *хиперболоид* (*хипербола* при $n = 2$).

1.3) Ако $c = 0$, то f е *конус*. При това, ако $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ са с еднакви знаци, то f е *имагинерен конус* с единствена реална точка $(0, 0, \dots, 0)$. (Ако $n = 2$ и знаците на λ_1 и λ_2 са различни, то f е *двойка пресичащи се прави*.)

2) Нека $r = n - 1$. Имаме два подслучая:

2.1) Ако $b_n \neq 0$, то повърхнината f е *параболоид* (*парабола* при $n = 2$) с канонично уравнение

$$(3.10) \quad \lambda_1 z_1^2 + \dots + \lambda_{n-1} z_{n-1}^2 = -2b_n z_n.$$

При това, ако $\lambda_1, \dots, \lambda_{n-1}$ са с еднакви знаци, то f е *елиптичен параболоид*, а ако поне два от знаците на $\lambda_1, \dots, \lambda_{n-1}$ са противоположни, то f е *хиперболичен параболоид*.

2.2) Ако $b_n = 0$, то повърхнината f е *цилиндър* с канонично уравнение

$$(3.11) \quad \lambda_1 z_1^2 + \dots + \lambda_{n-1} z_{n-1}^2 = -c.$$

2) Нека $1 \leq r \leq n-2$. Тогава повърхнината f е *цилиндър*.

При това са в сила следните подслучаи:

3.1) Ако поне един от коефициентите b_i е различен от нула, $i = r+1, \dots, n$, то f е *параболичен цилиндър* с канонично уравнение

$$(3.12) \quad \lambda_1 z_1^2 + \dots + \lambda_r z_r^2 = -s z_n, \quad s = \sqrt{b_{r+1}^2 + b_{r+2}^2 + \dots + b_n^2}.$$

3.2) Ако $b_{r+1} = \dots = b_n = 0$, то каноничният вид на f е

$$(3.13) \quad \lambda_1 z_1^2 + \dots + \lambda_r z_r^2 = -c.$$

Поради ефективността на метода ни за канонизацията на повърхнините от втора степен в следващия параграф ще получим каноничния вид на повърхнините на максималните абсолютни и относителни неточности от второ приближение директно, като следствие от формулировката на резултата ни за канонизация на повърхнините от втора степен.

§4. Канонизация на повърхнините на максималната абсолютна и относителна неточности от второ приближение

В [42, 43, 45] са разгледани неточности от първо и второ приближение. Ние си поставяме за цел да направим пълна алгебрична класификация на повърхнините на максималните неточности на косвено измеряемата величина от второ приближение в реалното евклидово афинно пространство E_{n+1} .

Уравнението на произволна такава повърхнина в E_{n+1} има вида

$$(4.1) \quad y_{n+1} = \sum_{i=1}^n A_i y_i + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n A_{ij} y_i y_j,$$

$$A_{ij} = A_{ji}, \quad i, j = 1, 2, \dots, n, \quad A_i \in \mathbb{R}, \quad A_{ij} \in \mathbb{R},$$

където y_{n+1} е максималната абсолютна (относителна) неточност от второ приближение, $y_1, \dots, y_n, y_{n+1}$ са променливи, а A_i и A_{ij} са неотрицателни константи ($i, j = 1, 2, \dots, n$), поне една от които е различна от нула.

От Теорема 3.3 и Теорема 3.2 получаваме директно следния резултат.

Теорема 4.1. Нека r е рангът на квадратичната част f_2 на повърхнината f на максималната абсолютна (относителна) неточност от второ приближение в реалното евклидово афинно пространство E_{n+1} , $n \geq 1$. Тогава f е от параболичен тип и са в сила следните случаи.

(i) Нека $r = n$. Тогава каноничното уравнение на f е

$$(4.3) \quad \lambda_1 z_1^2 + \dots + \lambda_n z_n^2 = z_{n+1},$$

т.е. f е параболоид. При това: ако характеристичните корени $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ на f_2 са с еднакви знаци, то f е *елиптичен параболоид*, а ако поне два от характеристичните корени $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ на f_2 са с противоположни знаци, то f е *хиперболичен параболоид*.

(ii) Нека $1 \leq r \leq n-1$. Тогава каноничното уравнение на f е

$$(4.4) \quad \lambda_1 z_1^2 + \dots + \lambda_r z_r^2 = -S z_n, \quad S = \sqrt{b_{r+1}^2 + \dots + b_n^2 + \frac{1}{4}},$$

където b_i са определени по формула (3.7), т.е. f е *цилиндър*.

(iii) Ако $r=0$, то каноничният вид на f е $z_{n+1}=0$, т.е. f е *повърхнина от първа степен*, определена от координатните оси $O_1 z_1, \dots, O_1 z_n$ на някоя координатна система $O_1 z_1 z_2 \dots z_{n+1}$ на E_{n+1} .

Следствие 4.2. Ако рангът r на квадратичната част f_2 на повърхнината на максималната абсолютна неточност от второ приближение в F_2 е 1, то каноничното уравнение на тази повърхнина е параболата $y = \lambda_1 x^2$, където λ_1 е ненулев характеристичен корен на f_2 .

Глава II. Сравняване на стойностите на максималните неточности при две експериментални изследвания

Тук дефинираме критерии за сравняване на максималните неточности при две експериментални изследвания [49].

В §1 са получени резултати за специален вид функции, които намират приложение в следващите параграфи.

§2. Критерии за сравняване на стойностите на максималните неточности при две експериментални изследвания

В §2 са дефинирани критерии за сравняване на стойностите на максималните неточности при две експериментални изследвания.

Нека за функцията $Y = f(X_1, \dots, X_n)$ са извършени две експериментални изследвания съответно с i -ти разлики, ΔX_i и $\Delta \tilde{X}_i$. Функцията $f(X_1, \dots, X_n)$ ще означаваме още с $f(x_1, \dots, x_n)$.

Първото експериментално изследване на максималната абсолютна / относителна неточност на Y ще наричаме по-точно от второто, когато са налице съответните неравенства в техните абсолютни / относителни неточности.

1) Нека $\Delta^1 Y$ и $\Delta^1 \tilde{Y}$ са максималните абсолютни неточности от първи ред на двете експериментални изследвания:

$$(2.1) \quad \Delta^1 Y = \sum_{i=1}^n A_i |\Delta X_i|, \quad \Delta^1 \tilde{Y} = \sum_{i=1}^n \tilde{A}_i |\Delta \tilde{X}_i|.$$

В сила са следните шест критерия, които може да се прилагат при експерименталните изследвания.

Критерий 1. Ако $\frac{\partial f}{\partial x_i} = \text{const}, i=1,2,\dots,n$, то първото експериментално изследване на максималната абсолютна неточност на Y е по-точно от второто експериментално изследване тогава и само тогава, когато

$$(2.2) \quad \sum_{i=1}^n A_i (|\Delta \tilde{X}_i| - |\Delta X_i|) > 0.$$

Двете експериментални изследвания имат еднаква точност тогава и само тогава, когато (2.2) става равенство.

Критерий 2. Ако $\Delta \tilde{X}_i = \Delta X_i$ ($i=1,2,\dots,n$), то първото експериментално изследване на максималната абсолютна неточност на Y е по-точно от второто експериментално изследване тогава и само тогава, когато

$$(2.3) \quad \sum_{i=1}^n (\tilde{A}_i - A_i) |\Delta X_i| > 0.$$

Двете експериментални изследвания имат еднаква точност тогава и само тогава, когато (2.3) става равенство.

2) Нека $\frac{\Delta^1 Y}{Y}$ и $\frac{\Delta^1 \tilde{Y}}{\tilde{Y}}$ са максимални относителни неточности от първи ред на две експериментални изследвания.

Според формула (2.2) от §2 на гл. I важи

$$(2.4) \quad \frac{\Delta^1 Y}{Y} = \sum_{i=1}^n |B_i| \left| \frac{\Delta X_i}{X_i} \right|, \quad \frac{\Delta^1 \tilde{Y}}{\tilde{Y}} = \sum_{i=1}^n |\tilde{B}_i| \left| \frac{\Delta \tilde{X}_i}{\tilde{X}_i} \right|.$$

Критерий 3. Ако $\frac{x_i}{f} \frac{\partial f}{\partial x_i} = \text{const}, (i=1,2,\dots,n)$, то първото експериментално изследване на максималната относителна неточност на Y е по-точно от второто експериментално изследване тогава и само тогава, когато

$$(2.5) \quad \sum_{i=1}^n |B_i| \left(\left| \frac{\Delta \tilde{X}_i}{\tilde{X}_i} \right| - \left| \frac{\Delta X_i}{X_i} \right| \right) > 0.$$

Двете експериментални изследвания имат еднаква точност тогава и само тогава, когато (2.5) става равенство.

3) Нека $\Delta^2 Y$ и $\Delta^2 \tilde{Y}$ са максималните абсолютни неточности от втори ред на две експериментални изследвания

Формула (2.3) от §2 на гл. I е

$$(2.6) \quad \Delta^2 Y = \sum_{i,j=1}^n A_{ij} |\Delta X_i| |\Delta X_j|, \quad \Delta^2 \tilde{Y} = \sum_{i,j=1}^n \tilde{A}_{ij} |\Delta \tilde{X}_i| |\Delta \tilde{X}_j|.$$

Критерий 4. Ако $\frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} = \text{const} \quad (i, j = 1, 2, \dots, n)$, то първото

експериментално изследване на максималната абсолютна неточност от втори ред на Y е по-точно от второто експериментално изследване тогава и само тогава, когато

$$(2.7) \quad \sum_{i,j=1}^n A_{ij} (|\Delta \tilde{X}_i| |\Delta \tilde{X}_j| - |\Delta X_i| |\Delta X_j|) > 0.$$

Двете експериментални изследвания имат еднаква точност тогава и само тогава, когато (2.7) става равенство.

Критерий 5. Ако $\Delta \tilde{X}_i = \Delta X_i$, $(i, j = 1, 2, \dots, n)$, то първото експериментално изследване на максималната абсолютна неточност от втори ред на Y е по-точно от второто експериментално изследване тогава и само тогава, когато

$$(2.8) \quad \sum_{i,j=1}^n (\tilde{A}_{ij} - A_{ij}) |\Delta X_i| |\Delta X_j| > 0.$$

Двете експериментални изследвания имат еднаква точност тогава и само тогава, когато (2.8) става равенство.

4) Нека $\frac{\Delta^2 Y}{Y}$ и $\frac{\Delta^2 \tilde{Y}}{\tilde{Y}}$ са максималните относителни неточности от втори ред на две експериментални изследвания. От (2.4) от §2 на гл. I имаме

$$(2.9) \quad \frac{\Delta^2 Y}{Y} = \sum_{i,j=1}^n B_{ij} \left| \frac{\Delta X_i}{X_i} \right| \left| \frac{\Delta X_j}{X_j} \right|, \quad \frac{\Delta^2 \tilde{Y}}{\tilde{Y}} = \sum_{i,j=1}^n \tilde{B}_{ij} \left| \frac{\Delta \tilde{X}_i}{\tilde{X}_i} \right| \left| \frac{\Delta \tilde{X}_j}{\tilde{X}_j} \right|.$$

Критерий 6. Ако $\frac{x_i x_j}{f} \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} = \text{const} \quad (i = 1, 2, \dots, n)$, то първото експе-

риментално изследване на максималната относителна неточност от втори ред на Y е по-точно от второто експериментално изследване тогава и само тогава, когато

$$(2.10) \quad \sum_{i,j=1}^n B_{ij} \left(\left| \frac{\Delta \tilde{X}_i}{\tilde{X}_i} \right| \left| \frac{\Delta \tilde{X}_j}{\tilde{X}_j} \right| - \left| \frac{\Delta X_i}{X_i} \right| \left| \frac{\Delta X_j}{X_j} \right| \right) > 0.$$

Двете експериментални изследвания имат еднаква точност тогава и само тогава, когато (2.10) става равенство.

§3. Контрапримери към приложението на безразмерната скала на максималните абсолютни неточности

Изводите, направени в [42, 43, 45] относно приложението на скалата за сравняване на максималните неточности при две експериментални изследвания не са точни. Това показваме чрез два контрапримера.

В този параграф сме си поставили за задача да прецизираме тези изводи, като прилагаме въведените критерии от §2 и показваме чрез контрапримери ефективността на критериите [49].

Контрапример 1) Нека $S = f(t) = vt$ е пътят, който изминава равномерно движещо се тяло при постоянна скорост v за време t .

За първото експериментално изследване избираме $t_{11} = 4, t_{12} = 2$. Тогава $\bar{t}_1 = 3, |\Delta t_{11}| = 1, |\Delta t_{12}| = 1, |\Delta t_1| = 1$. Тъй като $\frac{df}{dt} = v$, то съгласно формула (2.1) от §2 на гл. I

$$A_1 = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^2 \left| \frac{df}{dt}(t_{1m}) \right| = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^2 |v| = v.$$

От формула (2.1) от §2 на гл. I намираме стойността на максималната абсолютна неточност на първото експериментално изследване

$$\Delta^1 Y = \Delta^1 f = A_1 |\Delta t_1| = v \cdot 1 = v.$$

За второто експериментално изследване избираме $\tilde{t}_{11} = 3.6, \tilde{t}_{12} = 2.2$. Тогава $\bar{t}_1 = 2.9, |\Delta \tilde{t}_{11}| = 0.7, |\Delta \tilde{t}_{12}| = 0.7, |\Delta \tilde{t}_1| = 0.7$. По формула (2.1) от §2 на гл. I, тъй като $\frac{df}{dt} = v$, отново

$$A_2 = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^2 \left| \frac{df}{dt}(t_{1m}) \right| = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^2 |v| = v.$$

От формула (2.1) от §2 на гл. I намираме стойността на максималната абсолютна неточност на второто експериментално изследване

$$\Delta^1 \tilde{Y} = \Delta^1 \tilde{f} = A_2 |\Delta \tilde{t}_1| = 0.7v.$$

Тъй като $A_1 = A_2$, то имаме следната зависимост между коефициентите на точност [42, 43, 45]:

$$k_1 = \frac{1}{\sqrt{A_1^2 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{A_2^2 + 1}} = k_2.$$

Тогава бихме направили извод, че двете експериментални изследвания са еднакво точни, защото те имат еднакви стойности в безразмерната скала. Но

$$\Delta^1 Y = \Delta^1 f = g > 0.7g = \Delta^1 \tilde{Y} = \Delta^1 \tilde{f},$$

което показва, че второто експериментално изследване е по-точно от първото. Следователно изводът за безразмерната скала е неверен.

От въведените от нас необходими и достатъчни условия в §2, при $A_1 = A_2$, съгласно Критерий 1 следва, че второто експериментално

изследване е по-точно от първото, защото $|\Delta \tilde{t}| < |\Delta t_1|$. Следователно, с Критерий 1 се дава по-прецизен извод.

Глава III. Математически метод за определяне на основните характеристики на компонентите на течни дисперсии и определяне на максималните неточности при измерването им

В глава III сме си поставили за задачи: да представим нов аналитичен метод за изследване компонентите и седиментационната стабилност на течни дисперсии; да приложим метода и да покажем неговата ефективност към експериментално изследване на суспензия; да приложим теория на неточностите и намерим максималните абсолютна и относителна неточности на компонентите на суспензията. Другите задачи са: да се изведат формули за намиране процента на чистото вещество в седимента и/или изплавъка на течна дисперсия и да се изследва седиментационната стабилност на емулсия, като се приложат центромасов метод и устройство, създадени за тази цел.

Научните изследвания върху течните дисперсии се развиват главно в две направления [13]:

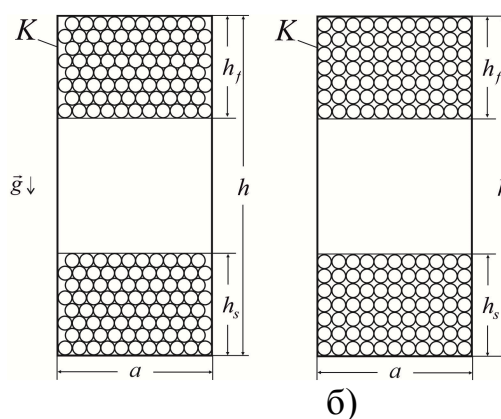
1. Извършване на *седиментационен анализ*.
2. Изследване на *седиментационна стабилност*.

За извършване на седиментационен анализ и определяне седиментационната стабилност на течни дисперсии широко разпространение са получили визуални и оптични методи и устройства [18, 36, 37, 38, 52, 55, 63], при които от изследваната течна дисперсия се вземат проби от различни нива на заемания обем [70], измерва се масата на седиментиращите частици, пропуска се електричен ток или някакво лъчение [59]. Визуалните методи не се характеризират с висока точност. Оптичните методи достигат много висока степен на чувствителност и на автоматизация, но имат сериозен недостатък – изискване за прозрачност на дисперсията. Затова много често се използва разреждане на изследваната проба. Разреждането променя свойствата на течната дисперсия. Освен това създадените оптични устройства (спектрофотометри) имат скъпа екипировка.

В §2 въвеждаме понятието *плътна опаковка* [46] на частиците от дисперсната фаза на течна дисперсия. Чрез него определяме *обема* на седимента и на изплавъка в течната дисперсия.

Определение 2.1. *Плътна опаковка на дисперсната фаза* ще наричаме разпределението на частиците от дисперсната фаза, приети като сферични и допиращи се до съседните им частици, след пълна фазова сепарация.

На Фиг. 2.1 е представено вертикално осево сечение на прав призматичен съд K , който приемаме, че е с квадратни основи.



Фиг. 2.1. Вертикално осево сечение на прав призматичен съд с квадратни основи с разделени компоненти на течната дисперсия:

а) модел на перфектно плътна опаковка на частиците на дисперсната фаза;

б) модел на крайно неперфектно плътна опаковка на частиците на дисперсната фаза.

§3. Определяне на обема на седимента и на изплавъка в течна дисперсия

За обема V' на *дисперсната фаза* в пределния седимент (изплавък) и обема V'' на *свързаната дисперсна среда* в пределния седимент (изплавък) е изпълнено

$$V' \approx 0.56a^2h \text{ и } V'' \approx 0.44a^2h.$$

За масата m' на дисперсната фаза и масата m'' на свързаната дисперсна среда в пределния седимент (изплавък) на една течна дисперсия е изпълнено

$$m' = V' \rho' \approx 0.56a^2h \rho' \text{ и } m'' = V'' \rho'' \approx 0.44a^2h \rho'',$$

$$\text{където } h = h_s \text{ (} h = h_f \text{)}.$$

§5. Математически метод за определяне на средните плътности и масите на компонентите на течна дисперсия

В [46] предлагаме математически метод за определяне, при дадени температура и външно налягане, на *средната обемна масова плътност* на компонентите на течна дисперсия – на пределния седимент и на пределния изплавък, както и на дисперсната среда, без използване на *пикнометри* [70] или *плътнометри* [59], при които измерванията са опростени значително.

Въз основа на плътностите на компонентите в следващия параграф дефинираме и *индекс* – числена характеристика, за окачествяване и оттам за прогнозиране на седиментационната стабилност на течни дисперсии.

Възможни са случаи на течни дисперсии, когато се образуват:

- 1) свободна дисперсна среда и пределен седимент;
- 2) свободна дисперсна среда и пределен изплавък;

3) свободна дисперсна среда, пределен седимент и пределен изплавък.

Възможни са и по-сложни случаи, когато се образуват повече от един седимент и/или повече от един изплавък.

Теоретично извеждаме метода в случая 3), когато след настъпила пределна седиментация при изследваната дисперсия са се образували пределни седимент, изплавък и свободна течна среда.

Изисква се, отначало, да се измерят масите на течни дисперсии, които трябва да са с еднакви съставки, но взети в различни пропорции дисперсна фаза и дисперсна среда. След това изследваната течна дисперсия се поставя в съответните съдове K_i при постоянни температура и външно налягане. След формиране на пределните седимент и изплавък и на свободната дисперсна среда между тях, в условията на гравитационно или центрофугално поле, се извършват елементарни линейни измервания на геометричните размери на разделните части в съдовете на течните дисперсии. За получаване на плътностите и масите на компонентите се извършват прости алгебрични операции.

Стойностите на средната плътност на веществото в пределния седимент ρ_s , на средната плътност на веществото в пределния изплавък ρ_f и на плътността на дисперсната среда $\rho = \rho''$ в съдовете K_i ($i=1,2,3$) са едни и същи.

Характеристики на пределните седимент и изплавък са дължините на техните височини $h_{s,i}$ и $h_{f,i}$ ($i=1,2,3$) в K_i , които са постоянни след даден момент време t . С h_i ($i=1,2,3$) означаваме височините на свободната дисперсна среда, а с $m_{s,i}$, $m_{f,i}$, m_i ($i=1,2,3$) означаваме масите на пределните седимент и изплавък и на свободната дисперсна среда на течната дисперсия в K_i ($i=1,2,3$). Тогава можем да запишем:

$$(5.1) \quad m_{s,i} = \pi R^2 h_{s,i} \rho_s, \quad m_{f,i} = \pi R^2 h_{f,i} \rho_f, \quad m_i = \pi R^2 h_i \rho \quad (i=1,2,3),$$

където R е радиусът на вътрешните основи на съдовете. С M_i ($i=1,2,3$) означаваме общите (тоталните) маси на течните дисперсии, които изпълват съдовете K_i ($i=1,2,3$). Тези маси считаме за известни (измерени).

От закона за запазване на масите получаваме следната система линейни уравнения

$$(5.2) \quad m_{s,i} + m_{f,i} + m_{0,i} = M_i, \quad i=1,2,3.$$

Ако $H_i = h_{s,i} + h_i + h_{f,i}$, а $\bar{\rho}_i$ е средната обемна масова плътност на течната дисперсия в V_i , то известно е числото $k_i = \frac{M_i}{\pi R^2} = H_i \bar{\rho}_i$, ($i=1,2,3$). Тогава, от (5.1) и (5.2) следва системата

$$(5.3) \quad h_{s,i} \rho_s + h_{f,i} \rho_f + h_i \rho = k_i, \quad i=1,2,3.$$

Чрез решаване на система (5.3) определяме търсените плътности – на пределния седимент, на пределния изплавък и на дисперсната среда:

$$(5.4) \quad \rho_s = \frac{D_1}{D}, \quad \rho_f = \frac{D_2}{D}, \quad \rho = \frac{D_3}{D},$$

където D, D_1, D_2, D_3 , съгласно формулите на Крамер са детерминанти от трети ред.

Тъй като пропорциите на компонентите в течните дисперсии са различни, то уравненията в системата (5.2) не са еквивалентни и системата (5.3) е определена.

В случая, когато изследваната течна дисперсия има седименти и изплавъци, състоящи се от няколко компоненти, то плътността на всеки компонент може да се определи чрез измерване с повече съда.

В най-общ вид се работи със система, състояща се от n линейни уравнения с n неизвестни, която записваме по следния начин

$$(5.10) \quad \sum_{k=0}^p m_{s_k,i} + \sum_{j=0}^l m_{f_j,i} + m_i = M_i, \quad i=1,2,\dots,n,$$

където $n = p + l + 1$.

§6. Индекс за характеризиране на седиментационната стабилност на течна дисперсия

Съществуват различни методи за оценка на седиментационната стабилност S на течна дисперсия [20]. Един от най-често използваните е *визуалният метод*, който се характеризира с простота, но само в случаите, когато може да се наблюдава ясна разделна граница между отделните слоеве в течната дисперсия.

От *инструменталните методи* най-широко приложение за изследване на седиментационна стабилност на течните дисперсии имат абсорбционните оптични методи – чрез измерване на интензитета на преминалата светлина през течната дисперсия [28, 69]. Тези методи се отличават с висока чувствителност и с големи възможности за автоматично регистриране.

По предложения от нас метод в [46] оценката на седиментационната стабилност S се извършва чрез плътностите на компонентите на течната дисперсия и не се налага нито измерване на времето, нито се изисква оптична пропускливост. Освен това е въведена *скала за характеризиране на седиментационната стабилност S* .

Определение 6.1. Числото $I = \max(I_s, I_f)$ наричаме *индекс на седиментационната стабилност S* в една безразмерна скала за характеризиране на S .

Тъй като $0 < I_s, I_f \leq 1$, то $0 < I \leq 1$, т.е. скалата е интервалът $(0, 1]$.

§7. Определяне на процента на количеството вещество в седимента и изплавъка

Все още не е създадена физична теория за количествено определяне на дисперсната фаза и на дисперсна среда в една течна дисперсия. Най-често използваният метод е чрез сушене [24], което е един продължителен процес, водещ и до деструкция на третираното вещество.

В параграфа са въведени аналитични формули, чрез които получаваме в проценти количеството вещество в пределния седимент или изплавък и на свързаната дисперсна среда, както и процента на свободната дисперсна среда.

§8. Намиране на плътностите на пределния седимент и на дисперсната среда, изследване на седиментационната стабилност на суспензия и оценка на максималните неточности

Представяме модели на две дисперсни системи суспензии от калциев карбонат на прах. За да определим плътностите, съответно, ρ_s на пределния седимент и ρ на дисперсната среда, използваме два еднакви прави цилиндрични съда – K_1 и K_2 , с радиус на вътрешната основа $R = 0.013\text{ m}$.

Плътностите ρ_s и ρ , съгласно формула (5.6), намираме от системата линейни уравнения

$$(8.1) \quad \begin{cases} m_{s,1} + m_1 = M_1 \\ m_{s,2} + m_2 = M_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} h_{s,1}\rho_s + h_1\rho = \frac{M_1}{\pi R^2} \\ h_{s,2}\rho_s + h_2\rho = \frac{M_2}{\pi R^2} \end{cases}.$$

Нейните решения са

$$(8.2) \quad \rho_s = \frac{D_1}{D} = \frac{1}{\pi R^2} \frac{M_1 h_2 - h_1 M_2}{h_{s,1} h_2 - h_1 h_{s,2}} \quad \text{и} \quad \rho = \frac{D_2}{D} = \frac{1}{\pi R^2} \frac{h_{s,1} M_2 - M_1 h_{s,2}}{h_{s,1} h_2 - h_1 h_{s,2}}.$$

Проведени са 6 измервания на линейни размери, маси и получаване на плътностите на компонентите на течна дисперсия. За плътностите сме получили, съответно средните стойности $\rho_s \approx 1.70\text{ g cm}^{-3}$ и $\rho \approx 1.03\text{ g cm}^{-3}$,

За индекса на седиментационната стабилност намираме

$$I = \frac{\rho}{\rho_s} \approx 0.61.$$

Стойността на I по предложената от нас скала (0,1] показва, че изследваната течна дисперсия има малко над средната седиментационна стабилност.

Като приложим теория на неточностите от гл. II определяме максималните абсолютни неточности $\Delta\rho_s$ и $\Delta\rho$ за намерените плътности

ρ_s и ρ , както и максималните относителни неточности $\frac{\Delta\rho_s}{\rho_s}$ и $\frac{\Delta\rho}{\rho}$.

Получаваме, съответно,

$$\Delta\rho_s \approx 0.43 \text{ g cm}^{-3} \text{ и } \Delta\rho \approx 0.18 \text{ g cm}^{-3},$$

$$\frac{\Delta\rho_s}{\rho_s} = \frac{0.43}{1.70} \approx 0.25 \text{ и } \frac{\Delta\rho}{\rho} = \frac{0.18}{1.03} \approx 0.17.$$

Така получената стойност за ρ , при температура 20°C , е в рамките на грешката за плътността на дестилираната вода, което показва ефективността на метода.

§9. Центромасов метод за определяне на седиментационната стабилност на течни дисперсии и относителната неточност на измерването ѝ

В следствие на предишни разработки [5, 7, 8, 27, 44], които сме доразвили и усъвършенствали, предлагаме центромасов метод и устройство [39], които са с висока степен на неинвазивност.

Основната величина, която се измерва по центромасовия метод за определяне на седиментационната стабилност на една течна дисперсия, е преместването $C_0 C_t = x_t$ на центъра на масите на изследваната проба от течната дисперсия с течение на времето t .

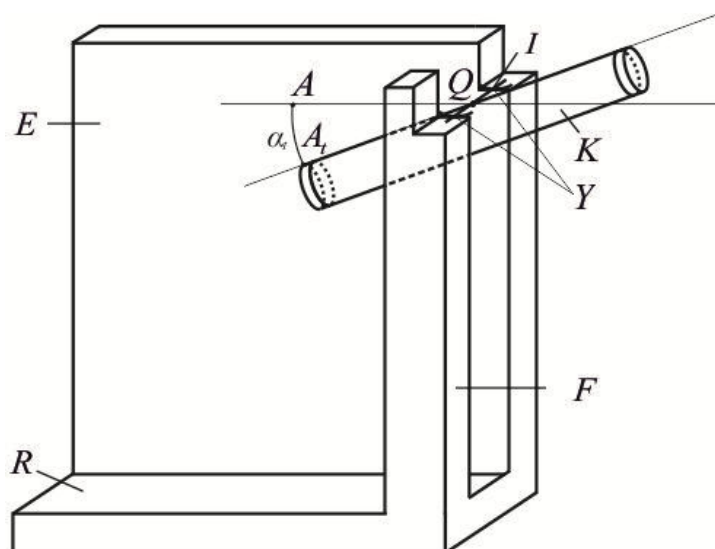
Седиментационната стабилност S_t е пропорционална на $1/\bar{v}_t$ и се намира по формулата

$$(9.2) \quad S_t = k \frac{1}{\bar{v}_t} = k \frac{m_f}{m} \frac{t}{x_t},$$

където $\bar{v}_t$ е средната скорост на преместването на центъра на масите, k е коефициент на пропорционалност, който зависи от единиците на величините в (9.2), m_f е масата на дисперсната фаза, m – масата на течната дисперсия.

Центромасово устройство за определяне на седиментационна стабилност

На Фиг. 9.2 е дадено обемно изображение на направеното от нас центромасово (барицентрично) устройство.



Фиг. 9.2. Объемно изображение на центромасовото устройство.

Таблица 9.1. Експериментални резултати на изследвана емулсия (олио, обезмаслено сухо мляко и вода) и определяне на относителната неточност на седиментационната ѝ стабилност, при $r = 6.2 \text{ mm}$.

№ K	m_f g	m g	M g	t s	h mm	AA_t mm	$tg\alpha_t$ rad	x_t mm	S_t s/mm	$\frac{\Delta S_t}{S_t}$ $\%$
1	2.60	23.34	60.48	120	52	4.0	0.077	1.24	10.6	26.16
2	2.58	23.15	60.29	120	51	10.0	0.196	3.16	4.2	3.37

Изводи от данните от Таблица 9.1: Съгласно данните в Таблица 9.1, с увеличаване на големината на интензитета на гравитационното поле от $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ до $g_1 = 649 \text{ m/s}^2$, времето намалява от 26.4 s на 11 s за 1 mm получено отместване на центъра на масите. Освен това се вижда, че за $t = 120 \text{ s}$ в гравитационно поле процесът на седиментиране на частите в изследваната течна дисперсия не е приключил.

Седиментационната стабилност S_t показва в продължение на времето $[s]$ отместването $[mm]$ на центъра на масите в изследваната течна дисперсия.

Заклучение и изводи

Главният извод, който можем да направим е, че целите на настоящия дисертационен труд и поставените задачи са постигнати. Връзката между основните получени резултати, поставените цели и задачи, приносите и публикациите на дисертационния труд са дадени в следната таблица.

Таблица. Връзка на основните резултати с целите и публикациите.

Резултат	Цел	Задача	Глава, параграф	Публикации
(1)	1	1	Гл.І, §3	[P1]
(2)		2	Гл.І, §4	[P1]
(3), (4)		3	Гл.ІІ, §2	[P2]
(5)	2	4	Гл.ІІІ, §5	[P3]
(6)		5	Гл.ІІІ, §7	[P3]
(7)		6	Гл.ІІІ, §8	[P3]
(8)		7	Гл.ІІІ, §9	[P4]

Перспективи за бъдеща работа

Изследванията на максималните неточности на косвено измеряеми величини могат да намерят приложение във всяка експериментална наука – химията, физиката, биологията, медицината, социологията, икономиката и пр., в която изследваните процеси се моделират посредством диференцируеми функции.

Предложените метод и устройство за изследване на седиментационната стабилност на течни дисперсии могат да намерят широко приложение в практиката при окачествяване на технически характеристики при производството на продукти от хранително-вкусовата, фармацевтичната, козметичната промишлености.

Апробация на резултатите

Някои от резултатите са част от изследвания по проект:

1. Научен проект ДТК 02/35 „Разработване на устройство и метод за изследване на осмотични процеси при електромагнитни въздействия с приложение за деструкция на туморни клетъчни линии“, Фонд „Научни изследвания“ при ПУ „Паисий Хилендарски“, 2010/2012 г.

Част от резултатите са докладвани на следните семинари и конференции:

- Научен семинар по Алгебра и геометрия на Факултета по математика и информатика на ПУ „Паисий Хилендарски“, проведен на 15.3.2012 г.
- Четиридесет и първа пролетна конференция на СМБ, 9-12 април 2012 г.;
- The 2nd International Virtual Conference on Advanced Scientific Results, 9-13 June 2014.

Резюме на получените резултати

(1) Канонизирани са повърхнините от първа и втора степен в E_n . Методът на канонизация на повърхнините от втора степен е ефективен, защото дава точните параметри на каноничния вид на повърхнини, които определят вида на повърхнината в зависимост от първоначалните коефициенти на уравнението на повърхнината. Начинът ни на канонизация се различава от известните в случая на получаване на цилиндър.

(2) Извършена е алгебрична класификация на повърхнините на максималните неточности, като следствие от формулировката на резултата за канонизация на повърхнините от втора степен.

(3) Дадени са два контрапримера към безразмерната скала, въведена в [42,43,45] за сравняване на неточностите на две експериментални изследвания.

(4) За първи път са изведени шест критерия за сравняване стойностите при две експериментални изследвания, които допълват и прецизират предишни изводи относно приложението на безразмерна скала за оценяване неточността при измерване.

(5) Въведен е аналитичен метод за изследване компонентите на течни дисперсии.

(6) За първи път са дефинирани индекс и скала за оценяването на седиментационна стабилност на течни дисперсни системи.

(7) Изведени са формули за определяне на процента на чистото вещество в пределните седимент и/или изплавък.

(8) Предложени са центромасов метод и устройство за определяне на седиментационната стабилност на течни дисперсии, които намериха приложение в учебния процес, като част от практическо ръководство на студентите от Университета по хранителни технологии, гр. Пловдив.

Публикации по дисертационния труд

- [P1] Kolikov K., R. Koleva, Y. Epitropov, Canonization of the hypersurfaces of the first and the second degree and application for the maximal absolute and relative inaccuracies, *International Journal of Current Research*, 9, (10), 58521-58529. 2017. ISSN 0975-833X
- [P2] Kolikov K., R. Koleva, Y. Epitropov, A. Corlat, Comparison of the maximal inaccuracies for two experiments, *Computer Science Journal of Moldova*, Vol. 25, no. 2(74), pp. 226-244, 2017.
- [P3] Kolikov K., D. Hristozov, R. Koleva, G. Krustev[†], Model of close packing for determination of the major characteristics of the liquid dispersions components, *The Scientific World Journal*, Vol. 2014, Article ID 615236, 10 pages, 2014. DOI:10.1155/2014/615236. SJR=0.44 (2014)
- [P4] Koleva R., Barycentric Method and Mechanism of Exploring Sedimentation in Liquid Dispersions, *Proceedings in Scientific Conference, The 2nd year of international virtual Scientific Conference*, CD, Thomson, Ltd., 2014, ISBN 978-80-554-0891-0, ISSN 1339-3561.

Благодарности

Издавам своята благодарност и признателност на доц. д-р Кирил Коликов, който ме въведе в тематиката и напътстваше работата ми, за моралната подкрепа и полезните съвети.

Сърдечна благодарност издавам на проф. дмн Тодор Моллов за консултациите и ценните съвети, които ми указа.

Искрено благодаря на доц. д-р Димо Христозов и на гл. ас. д-р Йордан Епитропов за всеотдайността и ползотворната ни съвместна работа в научните изследвания.

Специална благодарност издавам на ръководителя на катедра „Приложна математика и моделиране“ доц. д-р Дойчин Бояджиев, както и на всички членове от катедрата, които ми помогнаха с полезни съвети при завършването на дисертационния ми труд.

Благодаря на ръководството на Факултета по математика и информатика, в лицето на декана проф. д-р Антон Илиев, за съдействието и подкрепата в процеса на цялостната ми работа.

Библиография

- [1] Алексиева Й., Ил. Милкова-Томова, Ръководство по основи на кулинарната технология, Разработка на метод и устройство за определяне на емулсионната стабилност, изд. УХТ, Пловдив, 2012.
- [2] Ефимов Н. В., Е. Р. Розендорн, *Линейна алгебра и многомерна геометрия*, Fizmatlit, 2005. (на Руски)
- [3] Ильин В., Э. Позняк, Аналитическая геометрия, Физматлит, 2002.
- [4] Коликов К., Г. Кръстев, Й. Епитропов, Д. Христозов, Скала за качеството на експеримента при определяне максималната абсолютна неточност на косвено измеряема величина, *Научни трудове на Съюза на учените в България – Пловдив, серия Б. Естествени и хуманитарни науки, т. XII, Международна конференция на младите учени, 18-19 юни 2009*, с. 58-61, 2009.
- [5] Коликов К., Ил. Милкова-Томова, Р. Колева, Христозов Д., Барицентричен метод и устройство за изследване на седиментацията в течни дисперсии, *Научни трудове на СУБ – Пловдив, Серия В., Техника и технологии, том XVI, Пловдив, с. 286-292, 2013, ISSN 1311-9192.*
- [6] Константинов М., *Елементи от анаитичната геометрия: Криви и повърхнини от втора степен*, София, 2000.
- [7] Кръстев Г. А., К. Ц. Мачев, Устройство за седиментационен анализ на течни полидисперсни системи, *Пловдивски университет „Паисий Хилендарски“ – България, Научни трудове, том 28, кн. 4, Физика, с. 46-54, 1990.*
- [8] Крыстев Г. А., Д. Д. Христозов, Метод и устройство для определения седиментационной устойчивости и для дисперсионного анализа жидких полидисперсных систем, *Пловдивски университет „Паисий Хилендарски“ – България, Научни трудове, том 33, кн. 4, Физика, с. 55-68, 1999.*
- [9] Лоусон Ч., Численное решение задач метода наименьших квадратов, Наука, Москва, 1986.
- [10] Панчев И., Д. Христозов, Т. Гарчева, Д. Кармъзова, Ст. Панайотова, Практикум по физика, Академично издателство на УХТ – Пловдив, 2014.
- [11] Раннев Г., А. Тарасенко, Методы и средства измерений, Academia, 2004.
- [12] Розенвассер Е., Р. Юсупов, Чувствительность систем управления, Наука, Москва, 1981.

[13] Ходаков Г. С., Ю. П. Юдкин, Седиментационный анализ высокодисперсных систем. Москва, Химия, 1981.

[14] Христозов Д., Г. Кръстев, С. Сидеров, В. Владев, М. Родозов, В. Ванева, Единен алгоритъм за определяне на грешки при измерване на физични величини, *Научни трудове на Съюза на учените в България – Пловдив, серия Б. Естествени науки, т. V, Научна сесия „Техника и технологии, естествени и хуманитарни науки“*, 22 октомври, с. 121-125, 2004.

[15] Христозов Д., Г. Кръстев, Х. Петрова, П. Митев, Аналитично и графично представяне на максималната абсолютна грешка на функция чрез повърхнина на грешките, *Научни трудове на Съюза на учените в България – Пловдив, серия В. Техника и технологии, т. VII, Юбилейна научна сесия, посветена на 60-годишнината на Съюза на учените*, 4-5 ноември, с. 267-270, 2008.

[16] Щукин Е. Д., А. В. Перцов, Е. А. Амелина, Коллоидная химия, Учебник для бакалавров, 6-е издание. Москва, Юрайт, 306-307, 2012.

[17] Abramowitz M., I. Stegun, Handbook of mathematical functions with formulas, graphs and mathematical tables, National Bureau of Standards, 1978.

[18] Agboola S. O., D. G. Dalgleish, Kinetics of the Calcium-Induced Instability of Oil-in-Water Emulsions: Studies Under Quiescent and Shearing Conditions, *Lebensm.-Wiss. u.-Technol.*, 29, p. 425-432, 1996.

[19] Arfken G., H. Weber, F. Harris, Mathematical methods for physicists, Academic press, 2012.

[20] Azema N., Sedimentation behaviour study by three optical methods – granulometric and electrophoresis measurements, dispersion optical analyser, *Powder Technology* 165, p. 133-139, 2006.

[21] Baer C., Elementary differential geometry, Cambridge University Press, 2010.

[22] Bjerhammar A., Theory of errors and generalized matrix inverses, Elsevier Science Ltd, 1973.

[23] Boas M., Mathematical methods in the physical sciences, Addison-Wesley, 1983.

[24] Bradley R. L., Moisture and Total Solids Analysis. In: Food Analysis. Food Analysis. Springer, Boston, MA, 2010.

doi 10.1007/978-1-4419-1478-1_6

[25] Chanamai R., D. J. McClements, Depletion Flocculation of Beverage Emulsions by Gum Arabic and Modified Starch. *Journal of Food Science*, Vol. 66, Nr. 3, p. 457-463, 2001.

[26] Christozov D., Evaluation of the Effect of Centrifugation using a barycentric method. *Z. Lebensm Unters Forsch A* 206, p. 303-304, 1998.

[27] Christozov D. D., G. A. Krustev, D. I. Dakova, N. K. Krusteva, Barycentric characteristics of the sedimentation of liquid disperse systems, Plovdiv University "Paisii hilendarski" – Bulgaria, Scientific works, vol. 33, book 4, Physics, p. 3-15, 1999.

[28] Corredig M., M. Alexander, Food emulsions studied by DWS: recent advances, *Trends in Food Science & Technology*, 19, p. 67-75, 2008.

[29] Dakova D., D. Christozov, M. Beleva, Barycentric Method of Determining the Physical Parameters of a Single-Phase Particle in Liquid Disperse Systems, *Journal of Colloid and Interface Science* 256, p. 477-479, 2002.

[30] Epperson J., An introduction to numerical methods and analysis, Wiley-Interscience, 2007.

[31] Fan H., Theory of errors and least squares adjustment, Royal Institute of Technology, Stockholm, 2010.

[32] Gill P., W. Murray, M. Wright, Practical optimization, Academic press, 1981.

[33] Grabe M., Generalized Gaussian error calculus, Springer, 2010.

[34] Hristozov D. D., G. A. Krustev, Patent № 26040, Bulgaria, Device for sedimentary analysis of liquid disperse systems, 1979.

[35] Hornbeck R., Numerical methods, Quantum publishers incorporated, 1975.

[36] Hukkanen E. J., R. D. Braatz, Measurement of particle size distribution in suspension polymerization using in situ laser backscattering, *Sensors and Actuators B* 96, p. 451-459, 2003.

[37] Igushi T., H. Yoshida, Investigation of low-angle laser light scattering patterns using the modified Twomey iterative method for particle sizing, *Review of scientific instruments*, 82, 015111, 2011.

doi:10.1063/1.3520136

[38] Issmer K., Optical methods in the grain-size analysis of fine-grained sediments, *Geological Quarterly*, 44 (2), p. 205-210, 2000.

[39] Koleva R., Barycentric Method and Mechanism of Exploring Sedimentation in Liquid Dispersions, *Proceedings in Scientific Conference, The 2nd year of international virtual Scientific Conference*, CD, Thomson, Ltd., 2014, ISBN 978-80-554-0891-0, ISSN 1339-3561.

[40] Kolikov K., G. Krustev, Hidden parameters in the laws of motion of

material points. *Scientific Research Of The Union Of Scientists In Bulgaria – Plovdiv, series C. Technics and Technologies, Vol. VII., Union of Scientists, 60th Anniversary Jubilee Scientific Session*, 4-5 November, p. 232-237, 2008.

[41] Kolikov K., G. Krastev, Y. Epitropov, D. Hristozov, Universal method for analytically determining the maximum absolute and relative inaccuracies of indirectly measurable variables, *Scientific research of the Union of Scientists in Bulgaria – Plovdiv, series B. Technics and Technologies*, Vol. XII, Union of Scientists, 60th Anniversary Jubilee Scientific Session, 4-5 November, p. 219-223, 2008.

[42] Kolikov K., G. Krastev, Y. Epitropov, D. Hristozov, Analytically determining of the absolute inaccuracy (error) of indirectly measurable variable and dimensionless scale characterising the quality of the experiment, *Chemometr Intell Lab*, 102, p. 15-19, 2010.

<http://dx.doi.org/10.1016/j.chemolab.2010.03.001>

[43] Kolikov K., G. Krastev, Y. Epitropov, D. Hristozov, Method for analytical representation of the maximum inaccuracies of indirectly measurable variable (survey), *Proceedings of the Anniversary International Conference “Research and Education in Mathematics, Informatics and their Applications” – REMIA 2010*, Bulgaria, Plovdiv, 10-12 December, p. 159-166, 2010.
<http://hdl.handle.net/10525/1449>

[44] Kolikov K., D. Hristozov, G.[†] Krystev, R. Koleva, Unidirectional displacement of center of masses at sedimentation in dispersions and application of this effect. *Scientific Researches of the Union of Scientists in Bulgaria – Plovdiv, Series B, Natural Sciences and the Humanities*, vol. XIII, p. 246-255, 2011.

[45] Kolikov K., G. Krastev, Y. Epitropov, A. Corlat, Analytically determining of the relative inaccuracy (error) of indirectly measurable variable and dimensionless scale characterising the quality of the experiment, *CSJM*, vol. 20, no. 1, p. 314-331, 2012.

<http://www.math.md/en/publications/csjm/issues/v20-n1/11035/>

[46] Kolikov K. H., D. D. Hristozov, R. P. Koleva, G. A. Krustev, Model of Close Packing for Determination of the Major Characteristics of the Liquid Dispersions Components, *The Scientific World Journal*, Volume 2014, Article ID 615236, 10 pages, 2014. <http://dx.doi.org/10.1155.2014.615236>

[47] Kolikov K., Y. Epitropov, A. Corlat, G. Krastev, Maximum Inaccuracies of Second Order, *CSJM* v.23, n.1 (67), 2015.
<http://www.math.md/en/publications/csjm/issues/v23-n1/11891/>.

[48] Kolikov K., R. Koleva, Y. Epitropov, Canonization of the hypersurfaces of the first and the second degree and application for the maximal

absolute and relative inaccuracies, *International journal of current research. (in print)*

[49] Kolikov K., R. Koleva, Y. Epitropov, A. Corlat, Comparison of the maximal inaccuracies for two experiments. *Computer Science Journal of Moldova*, vol. 25, no.2(74), 2017.

[50] Korn G., T. Korn, *Mathematical handbook for scientists and engineers*, Dover Publications, 2000.

[51] Krystev G., D. Khristozov, *Method and apparatus for Determination of Sedimentation Stability and Sedimentation Anisotropy Angle*. *Kolloidnyi Zhurnal*, 56, 5, p. 661-667, 1994.

[52] Lehtimäki M., J. Keskinen, K. Janka, Sedimentation Method in Calibrating Optical Particle Counters, *Aerosol Science and Technology*, 12:3, 1990, p. 711-715. doi: 10.1080/02786829008959386

[53] Lide D., *CRC Handbook of Chemistry and Physics*, CRC Press, 2005.

[54] Ly M. H., M. Aguedo, S. Goudot, M. L. Le, P. Cayot, J. A. Teixeira, T. M. Le, J. M. Belin, Y. Wache, Interactions between bacterial surfaces and milk proteins, impact on food emulsions stability, *Food Hydrocolloids*, 22, p. 742-751, 2008.

[55] Lynch J. F., J. D. Irish, C. R. Sherwood[‡], Y. C. Agrawal, Determining suspended sediment particle size information from acoustical and optical backscatter measurements, *Continental Shelf Research*, Vol. 14, No. 10/11, p. 1139-1165, 1994.

[56] Macedo J. P. F., L. L. Fernandes, F. R. Formiga, M. F. Reis, T. N. Junior, L. A. L. Soares, E. S. T. Egido, Micro-emultocrit Technique: A Valuable Tool for determination of Criticle HLB Value of emulsion, *AAPS PharmSciTech*, 2006, 7(1): E1-E7.

[57] Meyer C., *Matrix analysis and applied linear algebra*, SIAM, 2001.

[58] Preston D., E. Dietz, *The art of experimental physics*, Wiley, 1991.

[59] Püttmer A., R. Lucklum, B. Henning, P. Hauptmann, Improved ultrasonic density sensor with reduced diffraction influence. *Sensors and Actuators A: Physical*, Vol. 67, Issues 1-3, p. 8-12, 1998.

[60] Ratschek H., J. Rokne, *Computer methods for the range of functions*, Halsted Press, 1984.

[61] Regtien P., F. Heijden, M. Korsten, W. Otthius, *Measurement science for engineers*, Butterworth-Heinemann, 2004.

[62] Riley K., M. Hobson, S. Bence, *Mathematical methods for physics and engineering: A comprehensive book*, Cambridge university press, 2006.

- [63] Schuck P., B. Demeler, Direct Sedimentation Analysis of Interference Optical Data in Analytical Ultracentrifugation, *Biophysical Journal*, Volume 76, April, p. 2288–2296, 1999.
- [64] Shafarevich I., A. Remizov, *Linear algebra and geometry*, Springer, 2012.
- [65] Slomkowski[‡] S., J. V. Alemán, R. G. Gilbert, M. Hess, K. Horie, R. G. Jones, P. Kubisa, I. Meisel, W. Mormann, S. Penczek, R. F. T. Stepto, Terminology of polymers and polymerization processes in dispersed systems (IUPAC Recommendations 2011), *Pure Appl. Chem.*, Vol. 83, No. 12, p. 2229-2259, 2011. doi:10.1351/PAC-REC-10-06-03
- [66] Squires G., *Practical physics*, Cambridge University Press, 2008.
- [67] Tapson F., *Oxford mathematics study dictionary*, Oxford University Press, 2006.
- [68] Taylor J., *An introduction to error analysis: the study of uncertainties in physical measurements*, University Science Books, 1997.
- [69] Quintana J. M., A. Califano, N. Zaritzky, Microstructure and Stability of Non-Protein Stabilized Oil-in-Water Food Emulsions Measured by Optical Methods, *Food Engineering and Physical Properties*, 2002, 67 (3), p. 1130-1135.
- [70] Westwood B. M., V. N. Kabadi, A novel pycnometer for density measurements of liquids at elevated temperatures, *The Journal of Chemical Thermodynamics*, Vol. 35, Issue 12, 2003, p. 1965-1974.