

РЕЦЕНЗИЯ

по конкурс за професор по Математически анализ
за нуждите на Пловдивски университет “Паисий Хилендарски”

Кандидат: доц. д-р Боян Георгиев Златанов

Рецензент: проф. дн Надежда Костадинова Рибарска

10 септември 2019г.

Конкурсът за заемане на академичната длъжност “професор” по област на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика, професионално направление 4.5. Математика (Математически анализ) за нуждите на ПУ “Паисий Хилендарски”, обявен в ДВ брой 31 от 12 април 2019 г., е с единствен кандидат доц. д-р Боян Георгиев Златанов. Той е роден на 29 януари 1972 година в гр. Пловдив. Завършил е висшето си образование с отличен успех във ФМИ на Софийския университет “Св. Климент Охридски” през 1996 година. Защищава дисертация на тема “Геометрични свойства на някои класове банахови пространства с безусловен базис” през 2001г. под ръководството на акад. Станимир Троянски и придобива образователната и научна степен “доктор”. От 1999г. работи на основен трудов договор в катедрата по Математически анализ при ФМИ на Пловдивски университет “Паисий Хилендарски”, а от 2001 година е доцент.

Доц. Боян Златанов е представил за участие в конкурса пълен набор от документи и материали, който отговаря на Закона за развитие на академичния състав в Република България и на съответния Правилник на ПУ “Паисий Хилендарски”.

Научните интереси на доц. Златанов са разнообразни. Изследователската му дейност започва в областта на функционалния анализ, по-точно геометрия на банаховите пространства. По-късно интересите му се разширяват към теорията на неподвижните точки. Важно е да се отбележи, че методите на функционалния анализ и знанията и уменията, придобити от кандидата в тази фундаментална област, играят важна роля за успешното развитие на изследванията на доц. Златанов в теорията на неподвижните точки.

Друга област, в която кандидатът има интереси, е свързана с въвеждането на иновативни методи в обучението по математика чрез използването на алгебрични компютърни системи. Правят впечатление както статиите, така и издадената монография на доц. Златанов по тази тема. Заслужават уважение усилията, хвърлени от него за развитие на творческото

мислене на младото поколение в България.

Доц. Боян Златанов има дълъг и плодотворен стаж като преподавател. За съжаление нямам лични впечатления от неговата работа, но от документите личи обхватът и разнообразието на четените от него курсове. Особено това се забелязва при изборните курсове, които покриват както фундаментални (топология, функционален анализ), така и икономически и образователни теми. Двата учебника (“Математически анализ 1 – Диференциално смятане на функция на една променлива с използване на алгебрични компютърни системи” и “Математически анализ 2 – Интегрално смятане на функция на една променлива с използване на алгебрични компютърни системи”), представени от кандидата, са написани с педагогическо умение и математически вкус. Те отговарят на естествена нужда на нашето университетско образование и нямам съмнение в тяхната полезност. Въпреки че не е представен с документите към конкурса, доц. Боян Златанов е написал и електронен учебник “Метрични пространства”, в който на елементарно ниво и в големи подробности са изложени някои теми, с които всеки работещ математик би трябвало да е запознат. На мен лично приятно впечатление ми направи големият брой интересни задачи в този учебник, които съществено допълват неговото съдържание.

Доц. Боян Златанов е представил за участие в конкурса 31 статии в списания и томове на конференции, два учебника и една монография.

В анализа на постиженията ще следвам групирането, предложено от кандидата. Номерацията на статиите е като в списъка на публикациите за участие в конкурса за професор.

• **Геометрия на банаховите пространства**

Доц. Боян Златанов е представил за участие в конкурса седем статии, принадлежащи на тази тема (публикувани в периода от 2008 до 2019 година), а в общия списък с публикации на кандидата на тази тема принадлежат 16 статии (цитирани са 6 пъти). Всички от представените за конкурса статии в тази група са самостоятелни, като три от тях са публикувани в списания с импакт фактор.

Обект на изследване в тези публикации са редични пространства от специален тип (на Köthe, Orlicz, Musielak-Orlicz, Orlicz-Lorentz и др.). В такава постановка много съществени въпроси от теорията на банаховите пространства могат да бъдат изследвани “в лабораторна среда” – използвайки конкретни конструкции, които при това са достатъчно разнообразни. Необходимите пресмятания в повечето случаи са доста тежки и изискват сериозно ниво на математическа техника и изобретателност. В много случаи конкретната структура на пространството позволява пресмятането на някои константи, за които в по-обща ситуация може да се каже много малко.

Ще започнем анализа с два резултата на кандидата, които са свързани с така наречената нормална структура на дадено банахово пространство.

Едно пространство X има нормална структура, ако всяко негово ограничено изпъкнало подмножество, съдържащо повече от една точка, има точка, която не е диаметрална (тоест супремумът от разстоянията от тази точка до останалите точки на множеството е строго по-малък от диаметъра). Всички банахови пространства с нормална структура притежават weak fixed point property (всяко неразширяващо изображение от слаб изпъкнал компакт в себе си има неподвижна точка), което дава една връзка между тази група статии и другите изследователски интереси на кандидата.

В статията [1] е изследван коефициентът $WCS(X)$ (weakly convergent sequence coefficient) на дадено банахово пространство X в теглови редични пространства на Orlicz, снабдени с нормата на Luxemburg или нормата на Amemiya и широк клас от теглови редици $w = \{w_n\}_{n=1}^{\infty}$. Добре е известно, че рефлексивно банахово пространство X с $WCS(X) > 1$ има нормална структура. Y. Cui пресмята WCS за редични пространства на Orlicz, снабдени с нормата на Luxemburg или нормата на Amemiya, когато пораждащата функция на Orlicz M удовлетворява Δ_2 -условието. Основният резултат в [1] гласи, че тегловите редични пространства на Orlicz $\ell_M(w)$, снабдени с нормата на Luxemburg или нормата на Amemiya, имат слаба равномерна нормална структура тогава и само тогава, когато $\ell_M(w) \cong h_M(w)$ за съответния клас от теглови редици. Получена е характеристикация на слабо сходящите към нула редици в изследваните пространства. Конструирани са примери, където функцията на Orlicz M не удовлетворява Δ_2 -условието, но при подходящ избор на тегловата редица $\lim_{n \rightarrow \infty} w_n = \infty$ следва, че $\ell_M(w)$ има слаба равномерна нормална структура. Следвайки идеите на Changsen и Fenghui, които въвеждат понятието обобщен модул на изпъкналост $\delta_X^{(\lambda)}$, в статията [5] е въведен обобщен модул на гладкост $\rho_X^{(\lambda)}$ и е показано, че обобщените модули на изпъкналост и гладкост са свързани по аналогичен начин на този за класическите модули на изпъкналост и гладкост. Получени са някои свойства на тези два нови модула, както и някои оценки на тези модули за произволно банахово пространство. Доказани са неравенства между коефициента $WCS(X)$ за редично пространство на Köthe и обобщения модул на изпъкналост $\delta_X^{(\lambda)}$, откъдето се получават достатъчни условия за нормална структура на пространството.

Пакетиращата константа на дадено банахово пространство X измерва радиуса на сферите, които могат да се разположат в единичното кълбо на X като две по две не се пресичат и са безкрайно много. Тази константа, както и константата на Kottman, която е свързана с нея, са интересни и важни параметри при изучаване на геометричната структура на банаховите пространства (изометрични вложения, мерки на некомпактност, рефлексивност и други). Пакетиращата константа е известна за класическите редични пространства: ℓ_p , Orlicz, Nakano, Musielak-Orlicz, Lorentz, Orlicz-Lorentz, Cesaro. В статията [7] е изследвана пакетиращата константа за редични пространства на Musielak-Orlicz, снабдени или с нормата на Luxemburg, или с нормата на Amemiya. Намерена е нова формула за пресмятане на пакетиращата константа и следователно и на константата на Kottman за

теглови редични пространства на Orlicz и широк клас от теглови редици $w = \{w_n\}_{n=1}^{\infty}$. Получената формула е различна от известната до момента и е по-лесна за използване.

Ъгълът на Riesz $\alpha(X)$ за банахова решетка X е въведен от Vogtwein и Sims. Те доказват, че ако решетката притежава слабо свойство на ортогоналност и $\alpha(X) < 2$, то решетката има weak fixed point property. Ъгълът на Riesz за ℓ_p и редичните пространства на Orlicz е известен. В статията [6] е получена формула за пресмятането на ъгъла на Riesz в теглови редични пространства на Orlicz, снабдени или с нормата на Luxemburg, или с нормата на Amemiya, породени от функция на Orlicz, която удовлетворява Δ_2 -условието и теглова редица от широк клас. Получената в [6] формула за пресмятане на ъгъла на Riesz зависи само от поведението на пораздащата функция на Orlicz M . В статията [7] е доказано, че за широк клас от редични пространства на Köthe, константите на Kottman и ъгълът на Riesz са равни. Също така в [7] е намерена и точната стойност на ъгъла на Riesz в случай, че пораздащата функция на Orlicz не удовлетворява Δ_2 -условието. Също там са намерени и някои връзки между ъгъла на Riesz и модулите на изпъкналост и гладкост в редични пространства на Köthe.

Понятията стабилизирано асимптотично ℓ_p пространство (Milman, Tomczak-Jaegermann) и асимптотично ℓ_p пространство (Maurey, Milman и Tomczak-Jaegermann) (една забележка към кандидата: Maurey се чете More) са важни в структурната теория на банаховите пространства и имат връзка със свойството минималност на банахово пространство. В статията [3] са изследвани редичните пространства на Musielak-Orlicz ℓ_{Φ} със спрегнатото пространство ℓ_{Φ}^* , което е стабилизирано асимптотично ℓ_{∞} спрямо каноничния базис. Намерена е пълна характеристика на ограничените слабо относително компактни подмножества $K \subset \ell_{\Phi}$. Доказано е, че ℓ_{Φ} е наситено с асимптотично изометрични копия на ℓ_1 и следователно ℓ_{Φ} не притежава свойството на неподвижната точка за затворени, ограничени изпъкнали множества. В статията [4] е представено друго доказателство на факта, че ако редичното пространство на Musielak-Orlicz ℓ_{Φ} е породено от функция на Musielak-Orlicz, която удовлетворява Δ_2 -условието и неговото спрегнатото пространство ℓ_{Ψ} е стабилизирано асимптотично ℓ_{∞} пространство спрямо каноничния базис, то ℓ_{Φ} притежава свойството на Schur (това е по-ранен резултат на доц. Златанов) с класическа техника.

Полиедралните банахови пространства (чието единично кълбо, пресечено с произволно крайномерно подпространство, е многостен) са въведени през шейсетте години на миналия век и оттогава са обект на сериозни изследвания. Leung доказва, че едно редично пространство на Orlicz е изоморфно полиедрално, ако $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{M(\lambda t)}{M(t)} = \infty$. Dew показва, че ако редичното пространство на Musielak-Orlicz h_{Φ} е стабилизирано асимптотично ℓ_{∞} спрямо каноничния базис, тогава то е изоморфно полиедрално. Използвайки идеите на Leung и Dew, в статията [2] е доказано, че ако пораздащата функция на Orlicz M няма Δ_2 -условието в нулата, то съществуването на еквивалентна аналитична норма в редичното пространство

на Orlicz-Lorentz $d_0(w, M)$ е еквивалентно на условието пространството $d_0(w, M)$ да бъде изоморфно полиедрално. Показано е, че ако $\lim_{n \rightarrow 0} \frac{M(\lambda t)}{M(t)} = \infty$ за някое $\lambda > 1$, то редицното пространство на Orlicz-Lorentz $d_0(w, M)$ е изоморфно полиедрално и следователно притежава еквивалентна аналитична норма, също така е c_0 -наситено и спрегнатото му пространство е сепарабелно.

• Теория на неподвижните точки и точките на най-добро приближение

Доц. Боян Златанов е представил за участие в конкурса 15 статии, принадлежащи на тази тема, а в общия списък с публикации на кандидата на тази тема принадлежат 22 статии (цитирани са 48 пъти). От представените за конкурса статии в тази група три са самостоятелни, а останалите в съавторство с наши или чуждестранни математици. Девет от тези публикации са в списания с импакт фактор.

Още веднъж трябва да се отбележи, че първата и втората група от публикации на кандидата са тясно свързани. Добре е и по-младото поколение колеги да си дава сметка как солидната безкрайномерна култура, която несъмнено доц. Златанов притежава, дава съществено предимство в редица приложни области. От друга страна, конкретните приложни задачи дават нови стимули и разкриват нови хоризонти за фундаментални изследвания.

Теорията на неподвижните точки е важен клон от съвременната математика. Търсим решение на уравнението $Tx = x$ за изображения, дефинирани в метрични пространства. Основните класически резултати са теоремата на Banach за свиващите изображения и теоремата на Brouwer. Втората от тези теореми има неконструктивно доказателство (въпреки че съществуват и числени методи, базирани на неговите идеи), при това съществено крайномерно. Доказателството на първата теорема е съвсем просто и директно дава единственост на неподвижната точка, метод за търсенето ѝ и оценка за грешката. Поради това много математици се опитват да търсят обобщения на теоремата на Banach за свиващите изображения, като по възможност запазят някои от качествата ѝ. Едно обобщение в тази посока е понятието свиващ цикличен оператор, въведено от Kirk, Srinivasan и Veeramani. Тъй като цикличните изображения могат да не притежават неподвижна точка, възможно е да се опитаме да търсим елемент x , който в някакъв смисъл да бъде възможно най-близък до Tx . Eldred и Veermani въвеждат точки на най-добро приближение, които се оказват уместно обобщение на понятието за неподвижна точка. Те разглеждат циклични изображения между две затворени, изпъкнали и непресичащи се множества. По-късно Karagam и Agrawal обобщават тази идея за циклични изображения между p множества, но условието, наложено от тях, може да се удовлетвори само когато разстоянията между последователните множества са равни. В статията [9] са дефинирани p -циклични сумиращи изображения, за които има съществуване и единственост на непод-

вижни точки или на точки на най-добро приближение в равномерно изпъкнали банахови пространства и в случаите, когато разстоянията между последователните множества са различни. Представени са примери на p -циклични сумиращи изображения, за които разстоянията между последователните множества са различни. В статията [8] са получени достатъчни условия за съществуване и единственост на неподвижни точки за циклични изображения на Kannan и Zamfirescu. Намерени са "a priori" и "a posteriori" оценки на грешката. Резултатите от тази статия обединяват и разширяват няколко важни теореми за неподвижните точки за циклични изображения. Идеята да се разглеждат изображения с условия от сумиращ тип е доразвита за рефлексивни пространства в статията [19]. Намерени са достатъчни условия, които осигуряват съществуването и единствеността на точки на най-добро приближение за p -циклични сумиращи свиващи итеративни изображения в равномерно изпъкнали банахови пространства. Получени са също така достатъчни условия за съществуване и единственост на точки на най-добро приближение за тези изображения в рефлексивни банахови пространства, които обобщават серия известни резултати.

Вариационната техника е изключително широко използвана в съвременната математика, в частност в теорията на неподвижните точки. Удачно обобщение на вариационния принцип на Ekeland за циклични изображения, направено в [13], дава възможност за използване на вариационната техника при изследване на точки на най-добро приближение, като в статията са доказани и интересни приложения.

Доц. Златанов е получил в [14] "a priori" и "a posteriori" оценки на грешката (при последователни итерации) за точки на най-добро приближение за циклични свиващи изображения, дефинирани върху равномерно изпъкнало банахово пространство с модул на изпъкналост от степенен порядък, което запълва важна празнина в съществуващата литература. Тези идеи са доразвити в [22], където са получени достатъчни условия за съществуване и единственост на точки на най-добро приближение за циклични свиващи изображения на Reich, както и оценка на грешката. Като продължение на разработките на Karagam и Agrawal за циклични орбитални свиващи изображения на Meir-Keeler, в статията [11] е въведено понятието p -циклични сумиращи, свиващи орбитални Meir-Keeler изображения. Чрез въвеждането на две сумиращи условия се получават достатъчни условия за съществуването и единствеността на точки на най-добро приближение. Използвайки техниката за използване на L -функции, разработена от Lim и доразвита от Suzuki, в [15] са получени достатъчни условия за съществуване и единственост на точки на най-добро приближение и неподвижни точки за p -циклични орбитални Meir-Keeler изображения.

Едно направление за обобщаване на някои резултати за неподвижни точки е разглеждане на оператори, дефинирани в пространство, което няма структура на банахово пространство (или, по-общо, на пълно метрично пространство). Khamsi, Kozłowski и Reich са първите, които представят такова обобщение в модулари функционални пространства (функционални пространства, в които ръстът на функциите не се контролира от норма,

а от изпъкнал четен функционал, притежаващ определени свойства). В статията [12] понятията за циклични изображения и за точки на най-добро приближение подходящо са обобщени в термините на модулarno функционално пространство. Намерени са достатъчни условия за съществуване и единственост на точки на най-добро приближение за циклични изображения, като при това се налагат допълнителни изследвания върху геометрията на модулarnите функционални пространства. Изследванията в това направление са продължени в статията [18], където е обобщено понятието за циклично свиващо изображение на Kannan в модулarnи функционални пространства и са намерени достатъчни условия за съществуване и единственост на точки на най-добро приближение и неподвижни точки. Като следствия са получени достатъчни условия за съществуване и единственост на точки на най-добро приближение и неподвижни точки за изследваните изображения в модулarnи пространства на Orlicz.

Друга възможност за дефиниционната област на оператора е тя да има структура на пълно частично метрично пространство (разстоянието от точка до себе си е възможно да е положително). В статията [20] свиващите изображения на Meir-Keeler са обобщени за случая на пълни частични метрични пространства и са получени достатъчни условия за съществуване и единственост на неподвижни точки и на точки на най-добро приближение за тях. Ако дефиниционната област на оператора има структура на b -метрично пространство (в неравенството на триъгълника дясната страна е умножена с b -метрична константа), в [16] са доказани достатъчни условия за съществуване и единственост на неподвижни точки за изображения на Chatterjea, като наложените условия не зависят от b -метричната константа, и е намерена "a priori" оценка на грешката (поточна от известната такава за метрично пространство). Същото е направено в [17] за някои класове от изображения на Reich. По този начин резултатите от [16] се превръщат в следствия на основния резултат от [17].

В [21] са разгледани p -циклични орбитални Geraghty тип свиващи изображения в равномерно изпъкнали банахови пространства и са получени достатъчни условия за съществуване и единственост на точката на най-добро приближение. Един резултат за неподвижни точки за класически изображения се съдържа в [10]. Там част от резултатите на Sehgal и Guseman (използващи итеративно свиващо условие във всяка точка) са обобщени за изображения в пълни метрични пространства.

• Използване на алгебрични компютърни системи в обучението по математика

Доц. Боян Златанов е представил за участие в конкурса 8 статии, принадлежащи на тази тема, а в общия списък с публикации на кандидата на тази тема принадлежат 13 статии (цитирани са 46 пъти). Към тази тема принадлежи и издадената на английски език монография на кандидата. За съжаление не притежавам необходимата компетентност, за да коментирам по същество постиженията, но искрено съм впечатлена от обхвата и задълбочеността на педагогическите интереси на кандидата, както и от огромното

количество материал в монографията.

Доц. Боян Златанов е представил за участие в конкурса 100 цитирания на свои трудове. От тях 59 са в реномирани списания (реферирани в Web of Science и/или SCOPUS). Тези числа далеч надхвърлят както минималните национални изисквания, така и допълнителните изисквания на ФМИ на Пловдивския университет.

Нямам никакви съмнения, че доц. Боян Златанов има поне равностоен принос във всички статии, в които е съавтор.

Декларирам, че няма плагиатство от доц. д-р Боян Георгиев Златанов, доказано по законоустановен ред, съгласно чл. 56, ал. 1 на ПРАСПУ.

Кандидатът доц. д-р Боян Георгиев Златанов има защитена образователна и научна степен доктор, вписан е в списъка на хабилитираните лица с наукометрични показатели РАС на НАЦИД. Той представя монография и публикации с общо 319 точки по група В, публикации с общо 606 точки по група Г, цитати с общ брой точки 472 за група Д и 200 точки за група Е. Точките по всяка от групите надминава значително минимално изискуемите според Правилника за прилагане на ЗРАСПБ. Кандидатът участва в настоящия конкурс 31 научни публикации (30 в научни списания и 1 в доклад на конференция), от които 12 са публикувани в списания с импакт фактор, като по този начин удовлетворява допълнителните изисквания на ФМИ при ПУ от 20 научни публикации, 12 от които да са в научни списания и 8 от да бъдат публикувани в списания с импакт фактор). Кандидатът представя доказателства за 100 цитирания при необходими 20. Кандидатът има защитил докторант от ФМИ при ПУ и е представил 2 учебника, при изискуеми според допълнителните изисквания на ФМИ при ПУ 1 учебник или учебно помагало. От тези данни се вижда ясно, че постиженията на доц. д-р Боян Георгиев Златанов не просто удовлетворяват, а в повечето случаи значително надхвърлят всички необходими изисквания за заемане на академичната длъжност „Професор“ във ФМИ при ПУ.

Научните приноси на доц. Боян Златанов и като качество, и като количество не оставят никакво съмнение във високата оценка на неговата изследователска и педагогическа дейност.

Убедено препоръчвам научното жури да подготви доклад-предложение до Уважаемия Научен Факултетен Съвет на Факултета по Математика и Информатика на Пловдивския Университет да избере доц. д-р Боян Георгиев Златанов на академичната длъжност „Професор“ на ПУ „Паисий Хилендарски“ в Научната област 4. Природни науки, Математика и Информатика, Професионално направление 4.5. Математика (Математически анализ).

10.09.2019

(проф. д.н. Н.Рибарска)