

СТАНОВИЩЕ

от д-р Галя Василева Накова

доцент във факултет "Математика и информатика" на Великотърновския университет "Св. св. Кирил и Методий"

на дисертационен труд за присъждане на образователната и научна степен "Доктор"

в област на висше образование 4. *Природни науки, математика и информатика*, професионално направление 4.5. *Математика*, докторска програма *Геометрия и топология*

Автор: Димитър Руменов Разпопов

Тема: "Върху геометрията на риманово многообразие с две циркулантни структури"

Научни ръководители: проф. д.м.н. Манчо Христов Манев и доц. д-р Добринка Костадинова Грибачева - факултет "Математика и информатика" на Пловдивския университет "Паисий Хилендарски"

Със заповед номер Р33-5937 от 20.11.2018 г. на Ректора на Пловдивския университет "Паисий Хилендарски" (ПУ) съм определена за член на научното жури за осигуряване на процедура за защита на дисертационен труд на тема "Върху геометрията на риманово многообразие с две циркулантни структури" за придобиване на образователната и научна степен "доктор" в област на висше образование 4. *Природни науки, математика и информатика*, професионално направление 4.5. *Математика*, докторска програма *Геометрия и топология*. Автор на дисертационния труд е Димитър Руменов Разпопов - докторант на самостоятелна подготовка към катедра "Алгебра и геометрия" с научни ръководители проф. д.м.н. Манчо Христов Манев и доц. д-р Добринка Костадинова Грибачева от ПУ.

В представения дисертационен труд обект на изучаване са n -мерни ($n=2, 3, 4$) гладки многообразия, снабдени с риманова метрика g и тензорно поле Q от тип $(1,1)$, което удовлетворява условията $Q \neq \pm id$, $Q^n = id$ и Q е изометрия относно метриката g . Освен това, матриците на g и Q са циркулантни, което е локално свойство на многообразието. Известно е, че циркулантните матрици са 4 вида: десни, леви, косо-десни (skew right) и косо-леви (skew-left). В настоящата работа матриците на g и Q са реални десни циркулан-

тни, разглеждани относно локална координатна система във всяка точка от многообразието. Тези матрици образуват комутативна алгебра. Множеството от обратимите комплексни десни и леви циркулантни матрици е група по отношение на операцията умножение на матрици, а множеството от обратимите комплексни десни циркулантни матрици е нейна комутативна подгрупа. Изследваните от докторанта многообразия са многообразия с допълнителни тензорни структури, които имат разнообразни приложения в теоретичната и математическата физика и изучаването им е актуално направление в съвременната диференциална геометрия.

По-нататък ще се спра накратко на основните резултати и приноси в дисертационния труд.

За 2, 3 и 4-мерни многообразия (M, g, Q) от разглеждания вид са намерени възможните матрици на тензорното поле Q относно локална база. В случая, когато Q се задава с една от тези матрици е доказано, че Q е изометрия относно метриката g тогава и само тогава, когато матрицата на g е дясна циркулантна от определен вид. Получени са условия за съществуване на Q -база в допирателното пространство във всяка точка от многообразието и е показано съществуването на ортогонална Q -база. Намерени са секционните кривини на характерни площадки в допирателното пространство.

Разгледани са три класа от изучаваните многообразия - L_0, L_1, L_2 . Класът L_0 се състои от многообразия, за които Q е паралелно по отношение на свързаността на Леви-Чевита, породена от g . Той е аналог на класа на Келеровите многообразия. Класовете L_1 и L_2 са определени чрез съответно свойство на тензора на кривина. В случаите, когато (M, g, Q) е 2, 3 и 4-мерно многообразие е намерено необходимо и достатъчно условие то да принадлежи на класа L_0 чрез градиентите на функциите, които са елементи на матрицата на g . Направено е задълбочено геометрично характеризирание на многообразието от разглежданите три класа.

Върху 3-мерно многообразие (M, g, Q) е въведена трансформация на метриката g в метриката \bar{g} , която аналогично както при В-многообразия е наречена почти конформна трансформация. Показано е, че матрицата на \bar{g} относно локална база е дясна циркулантна и че при определени условия \bar{g} е положително дефинитна. Частен случай на разглежданата почти конформна трансформация е класическата конформна трансформация в римановата геометрия. Намерена е връзката между косинусите на ъглите на векторните полета u и Qu по отношение на g и \bar{g} , тъй като за разлика от класическата конформна трансформация почти конформната трансформация не запазва ъглите. При предположението, че 3-мерното

многообразие (M, g, Q) е от класа L_0 са разгледани два случая на почти конформна трансформация - когато \bar{g} е положително дефинитна и \bar{g} е индефинитна. В първия случай е намерено необходимо и достатъчно условие многообразието (M, \bar{g}, Q) да е от класа L_0 (т.е. $\bar{\nabla}Q = 0$, където $\bar{\nabla}$ е свързаността на Леви-Чивита за \bar{g}). Във втория случай, при условието $\bar{\nabla}Q \neq 0$, е получена връзката между тензорите на кривина R и \bar{R} съответно на (M, g, Q) и (M, \bar{g}, Q) . Показано е, че ако $\bar{\nabla}$ е локално евклидова свързаност, то тензорът на кривина R се изразява експлицитно чрез g и Q .

Интерес представлява и съвместното изследване на 4-мерно многообразие (M, g, Q) и породеното от него риманово многообразие (M, g, P) , където $P = Q^2$. Така дефинираната структура P върху M е структура на почти произведение с нулева следа. Намерени са връзки между фундаменталните тензори \bar{F} и F от тип $(0, 3)$ съответно на многообразието (M, g, Q) и (M, g, P) . Получени са необходими и достатъчни условия многообразието (M, g, P) да принадлежи на основните класове от класификацията на Стайкова - Грибачев (отнасяща се за римановите многообразия със структура на почти произведение с нулева следа) чрез свойства на Q и \bar{F} .

Бих искала специално да отбележа, че са конструирани много и разнообразни примери (експлицитни и групи на Ли) за многообразия от изучаваните класове L_0, L_1, L_2 , както и за многообразия, принадлежащи на някои от класовете от класификацията на Стайкова - Грибачев.

Считам, че настоящият дисертационен труд е добре оформен в структурно и техническо отношение. Докторантът има необходимите теоретични знания, които прилага успешно. Получените от него резултати под ръководството на научните му ръководители са съдържателни и значими. Препоръката ми е да публикува и в реферирани и индексирани списания в чужбина.

Заклучение. Поради гореизложеното, убедено давам своята **положителна оценка** за представения дисертационен труд и предлагам на почитаемото научно жури да присъди образователната и научна степен "Доктор" на Димитър Разпопов по научната специалност "Геометрия и топология".

17. 12. 2018

Изготвил становището:

В. Търново

(доц. д-р Галя Накова)