

РЕЦЕНЗИЯ

от чл. кор. проф. дмн Стефан Петров Иванов

на дисертационен труд за присъждане на образователната и научна степен 'доктор'

в област на висше образование .4. Природни науки, математика и информатика;.....

професионално направление .4.5. Математика;

докторска програмаГеометрия и Топология

Автор: *Димитър Руменов Разпопов*.....

Тема: *Върху геометрията на Риманово многообразие с две циркулантни структури*

Научен ръководител: *проф. дмн Манчо Христов Манев и доц. Д-р Добринка Костадинова Грибачева*

1. Общо описание на представените материали

Със заповед № Р33-5937 от 20.11.2018 г. на Ректора на Пловдивския университет „Паисий Хилендарски“ (ПУ) съм определен за член на научното жури за осигуряване на процедура за защита на дисертационен труд на тема *Върху геометрията на Риманово многообразие с две циркулантни структури* за придобиване на образователната и научна степен 'доктор' в област на висше образование .4. Природни науки, математика и информатика, професионално направление .4.5. Математика, докторска програма *Геометрия и Топология*. Автор на дисертационния труд е : *Димитър Руменов Разпопов* – докторант на самостоятелна подготовка към катедра Алгебра и Геометрия с научни ръководители *проф. дмн Манчо Христов Манев и доц. Д-р Добринка Костадинова Грибачева* от ПУ „Паисий Хилендарски“. На първото заседание на научното жури 21-22.11.2018 съм избран да изготвя рецензия.

Представеният от *Димитър Руменов Разпопов* комплект материали на хартиен носител е в съответствие с Чл.36 (1) от Правилника за развитие на академичния състав на ПУ, включва следните документи:

- молба до Ректора на ПУ за разкриване на процедурата за защита на дисертационен труд;
- автобиография в европейски формат;
- оригинал на диплома за висше образование (ОКС 'магистър')

- протоколи от катедрени съвети, свързани с докладване на готовност за откриване на процедурата и с предварително обсъждане на дисертационния труд;
- дисертационен труд;
- автореферат;
- списък на научните публикации по темата на дисертацията;
- копия на научните публикации;
- списък на цитиранията на публикациите по дисертационния труд;
- копия на цитиранията по темата на дисертационния труд;
- декларация за оригиналност и достоверност на приложените документи;
- справка за спазване на специфичните изисквания на съответния факултет;
- заповеди за записване в докторантура;
- заповед за провеждане на изпит от индивидуалния план и съответен протокол за издържан изпит по специалността и др.;

Докторантът е приложил 6 броя публикации.

Бележки по документите нямам.

2. Кратки биографични данни за докторанта

Докторантът Димитър Руменов Распопов е роден през 1973г. Средното си образование получава в ТМТ „Калинин“ гр. Пловдив през 1992г. През периода 1992-1999г. е студент във ФМИ на ПУ „Паисий Хилендарски“, специалност „Математика и информатика“ където получава магистърска степен. Работи в сферата на образованието като учител в гимназии а от 2004 и досега работи в Аграрния Университет, Пловдив. През периода 2015г зачислен като докторант на самостоятелна подготовка във ФМИ при ПУ „Паисий Хилендарски“, Докторска програма „Геометрия и топология“. Има изнесени 6 доклада на научни конференции в страната и чужбина и 6 статии в научни списания.

3. Актуалност на тематиката и целесъобразност на поставените цели и задачи

Представеният дисертационен труд, състоящ се от увод и тринадесет параграфа оформени в три глави, е посветен на диференциалната геометрия на Риманови многообразия снабдени с циркулантни структури, едно от новите модерни и трудни за изследване направления в диференциалната геометрия в последните години. Основен проблем при изучаване диференциалната геометрия на гладко многообразие със структури е конструирането на нетривиални примери и изследването им с цел откриване и потвърждаване на съответната геометрична теория, което е силно нетривиален проблем. Например, теорията на

повърхнините в тримерното евклидово пространство и съответно диференциалната геометрия на Римановите многообразия стартира след конструирането от Риман на метриката върху сферата, аналогична е теорията на келеровите многообразия и т.н

Дисертационният труд на Димитър Разпопов е посветен на този актуален и нетривиален проблем в случая на Риманово многообразие с циркулантни структури. Тези многообразия са специален клас n -мерни Риманови многообразия с Риманова метрика g и циркулантно тензорно поле Q от тип $(1,1)$ чиято n -та степен е равна на идентитета, $Q^n = 1$ като циркулантната структура Q е изометрия, $g(QX, QY) = g(X, Y)$. Циркулартност означава, че в една локална координатна система матриците на структурите са циркулантни матрици, т.е. всеки следващ ред се получава с циклична пермутация на предходния. В работата се разглеждат десни циркулантни матрици (десни матрици на Тьоплиц). Известно е, че неособените десни циркулантни матрици образуват комутативна група.

В дисертационният труд на Димитър Разпопов се изследва геометрията на тримерни и четиримерни Риманови многообразия с циркулантна структура Q , $Q^n = 1$, $n=3,4$, като се конструират нови нетривиални експлицитни примери на такива многообразия върху групи на Ли. Пресмятат се кривинни инварианти и се определят условия за принадлежност на основните класове тримерни и четиримерни Риманови многообразия с две циркулантни структури, като разработките в дисертацията имат важно значение за развитието на диференциалната им геометрия и дават основата за по-нататъшно развитие на тези забележителни и трудни за изследване многообразия имащ потенциал за приложение в диференциалната геометрия и математическата физика.

4. Приноси и значимост на разработката за науката и практиката

Ще се спра по-подробно на някои от основните научни приноси в дисертационния труд на Димитър Разпопов:

Един от основните приноси в дисертационният труд е намереното матрично представяне на циркулантната структура Q , $Q^n = 1$, $n=3,4$, установяването, че условието за съгласуваност с Римановата метрика g е изпълнено точно когато g е също циркулантна структура и намерените матрични представяния на циркулантната Риманова метрика g , Теорема 4.2 и Теорема 9.2. Като нетривиално следствие са пресметнати компонентите на тензора на кривина са свързаността на Леви-Чивита за $n=3$, Теорема 4.10. Намерени са и точните условия циркулантната структура да бъде паралелна спрямо Римановата свързаност, Теорема 6.1 и Теорема 10.2.

Друг основен принос са дефинираните в тримерния случай почти конформни трансформации на циркулантната метрика зависещи от две функции, установяването на циркулантността на новата почти конформна метрика и намерената връзка между тези функции когато циркулантната структура е паралелна спрямо свързаностите на Леви-Чивита за почти конформните циркулантни метрики, Теорема 6.2. Особен интерес представлява и Теорема 6.3, където е даден вида на тензорът на кривина на тримерно циркулантно Риманово многообразие с паралелна циркулантна структура ако локално конформно еквивалентното на присъединеното циркулантно (индефинитно) многообразие е локално плоско (циркулантната му структура не е паралелна поради Теорема 6.2). Полученият от дисертантът вид на този тензор наподобява структурата на конформния тензор на Х. Вайл за конформно плоски Риманови многообразия.

Разбира се огромен интерес представлява обратният въпрос, именно ако тензорът на кривина има видът (6.7), дали съществува функция, така че съответното конформно многообразие е плоско, т.е. дали в този случай има резултат от тип на конформно плоската теорема на Х. Вайл. Този изключително нетривиален въпрос опира до теорема за съществуване за система ЧДУ от тип (6.16), което представлява един много интересен открит проблем, породен от изследванията на дисертанта.

Заслужава да се отбележи и установената връзката в размерност 4 на циркулантните 4-мерни Риманови многообразия (g, Q) с многообразието със структура на почти произведение $(g, P=Q^2)$ и установените в параграф 12 връзки между геометричните свойства тези две структури.

Много съществен принос са конструирани експлицитни примери на циркулантни многообразия върху 3-мерни (параграф 8) и 4-мерни (параграф 13) групи на Ли и изследваните им геометрични свойства като паралелност на циркулантната структура, Айнщайновост, секционни кривини и др., илюстриращи теоретичните изследвания. Тези примери могат да послужат за откриване и установяване на нови общи свойства на циркулантните Риманови многообразия.

5. Преценка на публикациите по дисертационния труд

По дисертацията са представени 6 научни статии като 1 самостоятелна публикация, 1 съвместна с единия научния ръководител доц. Грибачева, 1 с другия научен ръководител проф. Манев и още един съавтор, 1 с един съавтор и 2 с двама съавтори.

Не са представени цитирания на публикациите по дисертацията.

6. Автореферат

В автореферата са отразени синтезирано основните изследвания в дисертацията като са формулирани както основните така и помощните известни резултати. По мнение на рецензента, авторефератът е направен според изискванията и отразява основните резултати, постигнати в дисертацията.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В представената дисертация са получени съществени и важни резултати в диференциалната геометрия на 3-мерните и 4-мерни Риманови многообразия с циркулантни структури. Дисертационният труд *съдържа научни резултати, които представляват оригинален принос в математиката* и отговарят на всички изисквания на Закона за развитие на академичния състав в Република България (ЗРАСРБ), Правилника за прилагане на ЗРАСРБ и съответния Правилник на ПУ „Паисий Хилендарски“. Представените материали и дисертационни резултати напълно съответстват на специфичните изисквания на Факултета по Математика и Информатика при ПУ „Паисий Хилендарски“, приети във връзка с Правилника на ПУ за приложение на ЗРАСРБ.

Дисертационният труд показва, че докторантът Димитър Руменов Распопов **притежава** задълбочени теоретични знания и професионални умения по научна специалност 4.5 Математика, като демонстрира качества и умения за самостоятелно провеждане на научно изследване.

Поради гореизложеното, убедено давам своята **положителна оценка** за проведеното изследване, представено от рецензираните по-горе дисертационен труд, автореферат, постигнати резултати и приноси, и **предлагам на почитаемото научно жури да присъди образователната и научна степен ‘доктор’** на Димитър Руменов Распопов в област на висше образование: *.4. Природни науки, математика и информатика*, професионално направление *.4.5. Математика*, докторска програма *Геометрия и Топология*.

10.12.2018 г.

Рецензент:

Чл. кор. Проф. Дмн Стефан Иванов