

РЕЦЕНЗИЯ

на дисертационен труд

за придобиване на образователната и научна степен “доктор” в област 4. Природни науки, математика и информатика; професионално направление 4.5. Математика; научна специалност 01.01.06-Геометрия и топология.

Тема: Геометрия в разслоени пространства

Автор: Асен Христов Христов

Научни ръководители: проф. д-р Евстати Василев Павлов,
доц. д-р Георги Димитров Костадинов

*Рецензент: проф. д-р Георги Златанов Златанов,
ФМИ, Пловдивски университет “Паисий Хилендарски”*

1. Представените материали съдържат:

1. Дисертационен труд;
2. Автореферат на дисертацията;
3. Молба от Асен Христов Христов до Ректора на ПУ “Паисий Хилендарски” за разкриване на процедура за защита на дисертационен труд;
4. Заповед № Р33-280/05.02.2002 г. на Ректора на ПУ за записване на Асен Христов Христов в задочна докторантура с научен ръководител доц. д-р Евстати Василев Павлов – ФМИ на ПУ;
5. Заповед № Р33-755/03.04.2002 г. на Ректора на ПУ за определяне на темата на дисертацията;
6. Заповед № Р33-3498/14.10.2010 г. на Ректора на ПУ за определяне на втори научен ръководител - доц. д-р Георги Димитров Костадинов;
7. Заповед № Р33-144/23.01.2006 г. на Ректора на ПУ за назначаване на комисия за провеждане на изпита от индивидуалния план по научната специалност 01.01.06-Геометрия и топология на Асен Христов Христов;
8. Заповед № Р33-1071/11.05.2006 г. на Ректора на ПУ за отписване на Асен Христов Христов от задочна докторантура с право на защита;
9. Протокол от 03.02.2006 г. за проведен изпит по специалността от индивидуалния план по научната специалност 01.01.06-Геометрия и топология на Асен Христов Христов с оценка Отличен;
10. Ксерокопие на диплома серия ПУ-1984, №831327, рег. №9685 от 1984 г. за висше образование по специалност “Математика”; квалификация Математик и учител по математика;
11. Протокол № 268/20.04.2011 г. на КС (катедрен съвет в катедра “Геометрия”) за готовността на кандидата за предварително обсъждане;
12. Заповед № Р33-1257/10.05.2011 г. на Ректора на ПУ за разширяване на КС във връзка с предварителното обсъждане на дисертационния труд на тема “Геометрия на разслоени пространства” на Асен Христов Христов;
13. Протокол № 269/18.05.2011 г. на КС за предварително обсъждане на дисертационния труд на тема “Геометрия на разслоени пространства” на Асен Христов Христов;
14. Автобиография на Асен Христов Христов;

15. Списък на публикациите по темата на дисертацията;
16. Копия на научните публикации по темата на дисертацията;
17. Декларация на Асен Христов Христов за оригиналност на приносите в дисертационния труд;
18. Заповед № Р33-1742/15.06.2011 г. на Ректора на ПУ за състав на научното жури за провеждане на защитата на Асен Христов Христов.

Дисертацията е с обем 100 страници. Състои се от въведение, четири параграфа, литература и списък на основните ключови думи.

Авторът на дисертацията Асен Христов Христов е завършил висшето си образование във ФМИ на ПУ “Паисий Хилендарски”. Работил е в кметството на гр. Габрово, бил е асистент във ВМЕИ – Габрово. От 1994 г. е асистент във ФМИ на ПУ. Понастоящем е главен асистент в катедра “Комплексен анализ и диференциални уравнения” на ФМИ на ПУ.

2. Актуалност на разработвания в дисертационния труд проблем в научно отношение.

Дисертационният труд е посветен на изучаването на метриката и СН-преобразуванията на многообразия с полудопирателна структура. Многообразието с полудопирателна структура са диференцируеми многообразия със зададено поле от нилпотентен афинор f ($f.f=0$). Да означим с r ранга на единичната матрица E , която се съдържа в матрицата на f . Съществуват r независими вектора v_α ($\alpha=1,2,\dots,r$), за които проекциите $f v_\alpha$ са също независими. Векторите $f v_\alpha$ определят част от допирателното пространство на даденото многообразие. Тази част от допирателното пространство е наречена от Вл. Вишневски полудопирателна, въпреки че нейната размерност е по-малка от половината от размерността на даденото многообразие. Вл. Вишневски и някои от неговите ученици, в това число и Е. Павлов, са изследвали пространства с афинна свързаност с полудопирателна структура. Е. Павлов въвежда и изследва СН-преобразуванията в многообразия с полукомплексна структура. Тъй като метриката (по специално В-метриката) и СН-преобразуванията в многообразия с полудопирателна структура не са изучавани, то изследванията в дисертационния труд продължават да бъдат актуални.

3. Обзор на съдържанието и резултатите в дисертационния труд.

Геометрията над алгебри с различни структури са изучавани от Yano, Ishihara, НОРДЕН, Широков, Вишневски, Шуригин, Розенфелд, Шапуков, Павлов, Након, Марков, Грибачев, Желепов и др. Основен принос в тези изследвания има Казанската школа. Направеният във Въведението на дисертацията обзор показва добро познаване от страна на дисертанта на геометрията над алгебри с различни структури. Цитирани са 54 литературни източника, включващи основните изследвания в тази област.

Изследванията са извършени с помощта на съвременен апарат от областта на геометриите над алгебри, което е солидна основа за изследване на геометрията над алгебри с нилпотентна структура.

В §1 се въвеждат основните понятия и свойства на многообразия с полудопирателна структура. С помощта на проектиране се дефинира разширен пълен и вертикален лифт. Получени са свойства за проектируеми векторно поле и функция и за частично-проектируема форма.

Параграф 2 е посветен на метрични многообразия с полудопирателна структура, породена от нилпотентен афинор f . Налага се условието присъединеният тензор $\tilde{g}(x,y)=g(fx,y)$ на метричния тензор $g(x,y)$ да е симетричен. Тъй като това условие води до анулиране на част от компонентите на $g(x,y)$, то различните от нула компонентите на тензора $g(x,y)$ се допълват с нови компоненти и се дефинира нов

метричен тензор $h(x,y)$. Така различните от нула компонентите на тензора $g(x,y)$ са част от компонентите на $h(x,y)$. Матрицата на тензора $h(x,y)$ е записана в адаптирани координати.

В §3 се изследват свързаности, запазващи полудопирателната структура. Въвеждат се проективно холоморфни съответствия. Намерено е необходимо и достатъчно условие за чистота на коефициентите на свързаност за пространства с афинна свързаност без торзия. Намерени са условия за чистота по първите два индекса и по третия и четвъртия индекси на тензора на кривината, когато римановото пространство с полудопирателна структура е В-пространство или келерово пространство. Доказано е, че тензорът на кривината на В-пространствата е чист. Доказано е, че ако разглежданото многообразие е В-многообразие с метричен тензор g и $\det(g+\tilde{g}) \neq 0$, то $\nabla(g+\tilde{g})=0$.

Нека полудопирателното пространство е допирателно пространство на многообразието Mr , а многообразието Mp допълва Mr до композиция $Mr \times Mp$. Намерени са необходимите и достатъчни условия за паралелно пренасяне на полудопирателното пространство по линиите на Mr , на Mp и по всяка линия на даденото пространство. Посочен е чист тензор на афинна деформация, чрез който се определя втора чиста свързаност. Изследва се въпросът за построяване на чиста свързаност в многообразие с полудопирателна структура.

Параграф 4 е посветен на конформно-холоморфните преобразувания (СН-преобразувания) на чисти метрики. Е. Павлов въвежда СН-преобразуванията в многообразия с полукомплексна структура и в многообразия със структура на произведение. В дисертацията се въвеждат СН-преобразувания в многообразия с полудопирателна структура. Всеки проектируем вектор v и неговата проекция fv определят двумерна равнина, наречена в дисертацията *пълна холоморфна равнина*. Нека в многообразия с полудопирателна структура са зададени две чисти метрики g и $G=\alpha g + \beta \tilde{a}$, където a е симетричен тензор, $\tilde{a}=fa$, а α и β са произволни функции на точката. Намерени са необходими и достатъчни условия за тензора a , при които СН-трансформациите ($g \rightarrow G$) запазват стационарните ъгли между всеки две пълни холоморфни равнини. Разгледани са СН-преобразувания, при които тензорът на кривината е инвариантен.

4. Приноси на дисертационния труд.

В допълнение към отбелязаните по-горе приноси ще отбележа, че представеният труд има цялостен характер при изучаването на метриките и СН-преобразуванията в многообразия с полудопирателна структура. Чрез налагане на условието за чистота на свързаността се осигурява интегруемост на разглежданите структури (Теорема 3.1). Равенствата (3.4) определят вида на интегруемите пространства с nilпотентна структура. Намерени са характеристики за чистота на тензора на кривината $R_{\alpha\beta\gamma}^{\sigma}$ по индексите (σ, γ) (Теорема 3.2). Получени са характеристики на В-многообразието с полудопирателна структура (Следствие 1, стр.53). Определен е видът на разглежданите многообразия, когато полудопирателното пространство се пренася паралелно по определени линии (Теорема 3.8, 3.9, 3.10). В таблицата на стр.76 са дадени връзките и вида на многообразието с полудопирателна структура, които имат различни чисти свързаности. Доказано е, че две многообразия с метрични тензори g и $G=\alpha g + \beta \tilde{g}$ и nilпотентен афинор f са В-многообразия, тогава и само тогава, когато двойката функции (α, β) е холоморфна двойка относно всички двойки от адаптираните координати (x^i, y^i) (Теорема 4.2).

5. Преценка на публикациите по дисертационния труд.

Основните резултати от дисертационния труд са публикувани в 3 статии, отпечатани в реферирани списания. Не са ми известни цитирания.

6. Критични забележки и препоръки.

Критични забележки:

- Заглавието на дисертационния труд “Геометрия в разслоени пространства” е твърде общо;
- Не е цитирана използваната литература при въвеждането на някои основни понятия и твърдения (например – проектиране, холоморфни обекти и др);
- Заглавието на 3.1 не отразява точно съдържанието;
- Мястото на определения 3.1 и 3.2 е пред теорема 3.3, а не след формулиране на теоремата;
- На стр. 46 в точка i е записано, че, $f=const$ в околност на точка, вместо , $f=const$ в адаптираните координати;
- На стр. 53 е записано , $f=const$ вместо $\nabla f = 0$.

Тъй като горе споменатите бележки имат технически характер, то те са лесно отстраними и не влияят на получените резултати.

Препоръки за изследвания след защитата на дисертационния труд:

- Да се определи пълната проекция на метричния тензор в полудопирателното пространство;
- Като приложение на теореми 3.8, 3.9 и 3.10 да се определи вида на пълната проекция на метричния тензор и тензора на кривината;
- Да се изследват риманови пространства с полудопирателна структура без условието за симетричност на присъединения метричен тензор;
- Да се изследват еквафинни и вайлови пространства с полудопирателни структури.

7. Авторефератът правилно и точно отразява основните резултати, получени в дисертацията.

8. Лични впечатления за докторанта. Познавам Асен Христов Христов още като студент. Аз бях научен ръководител на дипломна му работа, която той защити с отлична оценка. Като асистент е водил упражнения по всички геометрични дисциплини на студенти във ФМИ, ФФ, ХФ. Те са били винаги на необходимото научно и методично ниво.

9. Заключение. Оценката ми за дисертационния труд, автореферата, научните публикации и научните приноси на гл.ас. Асен Христов Христов е положителна.

Представеният дисертационен труд отговаря напълно на изискванията на ЗРАСРБ, Правилника за прилагане на ЗРАСРБ, Правилника за развитие на академичния състав на ПУ”Паисий Хилендарски” и Правилника за развитие на академичния състав на ФМИ на ПУ.

Постигнатите резултати ми дават основание да предложа убедено да бъде присъдена образователната и научна степен “доктор” на Асен Христов Христов в област 4. Природни науки, математика и информатика; професионално направление 4.5. Математика; научна специалност 01.01.06-Геометрия и топология.

(проф. Георги Златанов)