

СТАНОВИЩЕ

от д-р Ангел Борисов Дишлиев, професор в ХТМУ-София

на дисертационен труд за присъждане на образователната и научна степен „доктор“

Област на висше образование: 4. Природни науки, математика и информатика;

Професионално направление: 4.5. Математика;

Докторска програма: Диференциални уравнения;

Автор на дисертационния труд: Магдалена Асенова Веселинова, редовен докторант към катедра „Математически анализ“, Пловдивски университет „Паисий Хилендарски“ (ПУ);

Тема: Дробни диференциални уравнения с разпределено закъснение;

Научен ръководител: доц. д-р Христо Стефанов Кискинов – ПУ

При изготвяне на моето становище ще се придържам към образца, представен на страницата на ПУ.

1. Общо представяне на процедурата и дисертанта

През м. октомври 2012 г. М. Веселинова завършва специалност Информатика, бакалавърска степен на образование във Факултета по математика и информатика (ФМИ) на ПУ „Паисий Хилендарски“. Непосредствено след това продължава образованието си в същия факултет - специалност Бизнес информатика с английски език, ОКС магистър. Завършва магистърската специалност с отличен успех (6,00) през 2013 г. На 01.03. 2014 г. е зачислена като редовен докторант към катедра „Математически анализ“ на ПУ, докторска програма Диференциални уравнения. Отчислена е с право на защита на 09.11. 2016 г. От 2012 г. до сега работи като Системен администратор с основен предмет на дейност: инсталиране, поддръжка и осъвременяване на операционни системи, софтуер и компютърни мрежи. Освен това, през същия период от време е хоноруван асистент към ФМИ на ПУ. Автор е на 4 научни публикации. Научните й интереси са в областта на: фундаменталната и качествена теория на диференциалните уравнения, приложен функционален анализ, база данни и др.

Представените документи за придобиване на научната степен „доктор“ са многобройни (поради което няма да ги изброявам). Ще отбележа, че те отговарят точно на специфичните изисквания на ПУ.

2. Актуалност на тематиката

Дробните диференциални уравнения са важен математически апарат, благодарение на особените качества, които те притежават. Поради това в последните десетина години тяхната фундаментална и качествена теория се развива интензивно. Основен обект на изследване в дисертацията са линейни системи диференциални уравнения, в които производните на търсената функция са с дробен показател и които са с разпределено закъснение – един много специфичен и труден за изследване клас диференциални уравнения. Както авторката е отбелязала дробната производна е оператор, който обобщава обикновената производна и в частност при показател $\alpha = 1$ съвпада с традиционната първа производна. Всяко обобщение „губи“ част от свойс-

твата на обекта, който е предмет на обобщението. Поради тази причина, изучаването на този вид уравнения (съдържащи дробна производна) е комплицирано. От друга страна, производните с дробен показател представляват адекватен математически апарат за моделиране на специфични процеси, тъй като притежават нелокален характер. Това им свойство дава предимство при моделирането на динамични процеси с „памет“. Основните въпроси, на които е посветена дисертацията, са свързани със съществуване и единственост на решенията на уравненията с дробна производна и разпределено закъснение и тяхната устойчивост. Тези изследвания можем да причислим към множеството на съвременни и важни научни търсения. Ще припомня, че редица български математици са допринесли за развитието на математическия анализ на пресмятане чрез производни с дробни показатели и изграждането на теорията на съответните диференциални уравнения. Тук ще отбележа имената на проф. В. Кирякова, проф. С. Христова, доц. Й. Панева и др.

3. Познание на проблема

Дисертантът е добре запознат с основните резултати, посветени на изследвания проблем. Същевременно ще отбележа, че пълното познание на постигнатите теоретични резултати за този тип уравнения е непосилна задача в рамките на ограничени срок на обучението в докторската програма. М. Веселинова е разгледала два основни варианта на дробната производна на функцията $x = x(t)$ от ред $\alpha \in (0,1)$, които се дефинират с помощта на Gamma функцията Γ :

- Производна на Riemann-Liouville

$$RL_{t_0} D^\alpha x(t) = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \frac{d}{dt} \int_{t_0}^t (t-s)^{-\alpha} x(s) ds, \quad t \geq t_0;$$

- Производна на Caputo

$$C_{t_0} D^\alpha x(t) = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \int_{t_0}^t (t-s)^{-\alpha} \frac{d}{ds} x(s) ds, \quad t \geq t_0.$$

Непосредствено се вижда, че двете производни съвпадат при условие, че $x(t_0) = 0$. През цялата дисертация „прозира“ компетентността на автора. Познанията по редица специфични аспекти за разглеждания тип уравнения са демонстрирани чрез цитиране и използване на известни конкретни резултати (под формата на дефиниции и твърдения). Представените кратки анализи ни убеждават в дълбочината на знанията на кандидатката за придобиване на научната степен. Считам, че М. Веселинова познава съвременното състояние, степента на развитие, основните нерешени задачи, специфичните трудности и др. подобни проблеми, които възникват при изучаване на фундаменталната и качествената теория на линейните уравнения с дробни производни и закъснения. Убеден съм, че тя може да поставя и разрешава нови математически задачи от посоченото научно направление (това е важно изискване при придобиването на образователната и научна степен „доктор“). Сигурен съм, че е усвоила идеите, формулирани и разработени в основополагащите научни трудове, изследващи тези важни за теорията и практиката системи уравнения. От направения в първата глава на дисертацията общ обзор и анализ на предходните изследвания по темата на дисертацията, както и от съответната „пестеливо подбрана“ цитирана ли-

тература е ясно, че тя познава основните трайно установени ключови твърдения. Част от тези резултати тя успешно прилага и обобщава в дисертационния труд.

4. Методика на изследването

С помощта на методите на реалния и функционалния анализ М. Веселинова постига формулираните цели и решават конкретните задачи в дисертационния труд.

5. Характеристика и оценка на дисертационния труд и приносите

Обект на изследване във втора глава са клас системи диференциални уравнения, които може да се охарактеризират както следва:

- системите са линейни от ред $n \in \mathbb{N}$;
- производните на търсените функции $x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$ са дробни от типа на Riemann-Liouville с редове на диференциране съответно $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n \in (0, 1)$, които са рационално несъизмерими;
- системите са неутрални, което означава че закъснението участва и в производните на неизвестните функции;
- закъснението е разпределено, което означава че търсените функции и техните производни са със закъсняващ аргумент под знака на интеграла;
- коефициентите на линейната система (ядрата) са функционални и са също под знака на интеграла;
- закъсненията на неизвестните функции и на техните производни (в общия случай) може да са различни;
- системите са нехомогенни.

За описания по-горе клас от системи диференциални уравнения се разглеждат начални задачи, където дефиниционният интервал на началните функции е синхронизиран със съответните закъснения. Ясно е, че при такива сложни математически обекти условията, които се налагат на параметрите на разглежданата система и съответните начални условия са многобройни. На места ми се струва, че съвкупността от символите на латинската и гръцката азбука са недостатъчни. Освен това, стремежът на автора за максимална всеобщност на резултатите също води до прекомерна натовареност на изказа и ограничителните изисквания. Основните резултати във втора глава се отнасят за описания по-горе клас уравнения и съдържат достатъчни условия за:

- съществуване и единственост на решенията;
- глобална асимптотична устойчивост на решенията на съответната автономна система.

Втората група резултати, които можем да приемем за основни в главата, се получават на основание на качествата на собствените стойности на съответното характеристично уравнение.

В трета глава се изучава аналогична на описаната по-горе начална задача, като дробните производни са съгласно дефиницията на Caputo. Представени са достатъчни условия за съществуване и единственост на решенията. За съответната автономна система са намерени условия за глобална асимптотична устойчивост.

Тук (в трета глава) е въведена и следната система диференциални уравнения:
-. системите са линейни от ред $n \in \mathbb{N}$;

- производните на неизвестните функции $x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$ са дробни от разпределен тип на Caputo. Това означава, че са зададени плътностите на реда на производните, т.е. функции $q_k = q_k(\alpha) \geq 0$, $\alpha \in [0,1]$, $meas\{\alpha \in [0,1]; q_k(\alpha) > 0\} > 0$, $k=1,2,\dots,n$. За всяко $\alpha \in [0,1]$ производните на търсените функции $x_k(t)$ са дробни от ред $q_k(\alpha)$, $k=1,2,\dots,n$, от типа на Caputo;

- закъснението е разпределено, което означава че търсените функции (но не и техните производни) са със закъсняващ аргумент под знака на интеграла;
- коефициентите на линейната система (ядрата) са функционални и са също под знака на интеграла;
- системите са нехомогенни.

С помощта на обратната трансформация на Лаплас е намерена интегрална система, еквивалентна на формулираната по-горе начална задача с разпределени производни на Caputo. За тази задача са представени условия за:

- съществуване и единственост на решението;
- глобална асимптотична устойчивост на решенията на съответната автономна система.

Считам, че основните заслуги на дисертационния труд се отнасят до:

Преформулиране (адаптиране) и допълване на известни условия за съществуване, единственост и глобална асимптотична устойчивост на решенията на системи с (цяла) първа производна на търсените функции с цел новополучените условия да гарантират аналогични свойства на решенията на разглежданите системи диференциални уравнения с дробни производни.

6. Преценка на публикациите и личния принос на дисертанта

По темата на дисертационния труд кандидатът за научната степен е публикувал четири научни труда. Ще направя следната класификация на тези трудове:

1. (във връзка с участието на дисертанта) Четирите публикации са от едни и същи трима автори (М. Веселинова, Х. Кискинов и А. Захариев). Приемам участието на съавторите във всяка една от публикациите за еквивалентно.
2. (във връзка с типа на публикациите). Четирите труда са публикувани в научни международни списания, които са реферирани. Всичките тези списания се отразяват в базата от данни Scopus. Една от публикациите е приета за публикуване, но все още не е отпечатана.
3. (във връзка с рейтинга на списанията) Една от работите е публикувана в списание с импакт фактор (IF=0,638). Статията е както следва:
Veselinova M., Kiskinov H., Zahariev A., Stability analysis of neutral fractional systems with distributed delays, Filomat, Vol. 30, Issue 3, (2016).
Всичките списания (в които са публикувани трудовете на автора на дисертационния труд) притежават SJ Rank.
4. (във връзка с отзвук на публикациите) Работите са публикувани през последните две години. Все още не са известни цитирания от други автори.
5. (във връзка с изпълнение на минимални изисквания) Минималните изисквания за придобиване на степента „доктор“ (съгласно специфичните изисквания в ПУ) са участие в процедурата с три публикации (по темата на дисертацията), които

са публикувани в рецензирани издания, едно от които е списание. Видно е, че минималните изисквания са удовлетворени от кандидата за придобиване на научната степен „доктор“.

7. Автореферат

Авторефератът заедно с библиографията е поместен на 36 стандартни страници. В началото са поставени целите на дисертацията и актуалността на разглежданите въпроси. Съдържа резюме на всички основни резултати в дисертационния труд и отразява напълно приносите на Магдалена Веселинова. Отчетливо са формулирани поставените цели и конкретните задачи. Основните понятия и твърдения в дисертацията са представени съответно под формата на дефиниции и теореми (без доказателства). Посочен е приложният аспект на теоретичните изследвания. В заключението се резюмират основните резултати на дисертанта. Посочените приноси правилно отразяват научните достижения на кандидата за научната степен. Даден е списък на публикациите на автора, свързани с дисертацията и е посочена апробацията на постигнатите резултати.

Авторефератът е изготвен съгласно изискванията. Бих добавил, че е подготвен във форма, която позволява на читателя, който не е запознат с дисертацията, да придобие пълна представа за постигнатото в нея.

8. Препоръки за бъдещо използване на дисертационните приноси и резултати

Естествено е предложенията за по-нататъшни изследвания на дисертанта да отразяват личните предпочитания на препоръчващия. В такъв смисъл ми се струва, че е интересно да се опишат реални модели, които рязко (скокообразно) изменят състоянието си. В някои случаи такива процеси е целесъобразно да се моделират с уравнения, които притежават дробни производни и импулсни въздействия. Препоръчвам: 1. Да се изучат някои класически свойства на решенията на такива уравнения; 2. Резултатите да се изтълкуват в термините на реални скокообразни процеси. Изследванията на споменатия по-горе клас диференциални уравнения считам за перспективно по две причини: Първо, подобни резултати в общия случай ще са нови и ще предизвикат научен интерес. Второ, споменатият клас уравнения (според мен) е с широки приложения. Практически с тяхна помощ е възможно да се опишат и изследват адекватно реални динамични процеси с „памет“, който са подложени на „кратковременни“ външни въздействия).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Получените резултати в дисертационния труд и направените по-горе в становището коментари ми дават основание да направя следните изводи:

1. Дисертационният труд съдържа теоретични изследвания в областта на фундаменталната и качествена теория на специални класове диференциални уравнения. Изследванията развиват и обогатяват теорията на диференциалните уравнения. Те са оригинален принос на дисертанта и представляват научен интерес;
2. Представените в дисертационния труд твърдения са полезни както за учените, които се занимават с теоретични проблеми в областта на диференциалните уравнения, така и за учените, които прилагат съответни математически методи за решаване на подходящи динамични задачи от практиката;
3. Достиженията в дисертационния труд отговарят на изискванията на Закона за развитие на академичния състав в Република България (ЗРАСРБ), Правилника за

прилагане на ЗРАСРБ и Специфичните изисквания на ФМИ при ПУ за придобиване на образователната и научната степен "доктор".

Поради посочените по-горе факти оценявам „**положително**” изследванията в дисертационния труд.

Предлагам на научното жури **да присъди** образователната и научната степен "доктор" на Магдалена Асенова Веселинова в:

Област на висше образование: 4. Природни науки, математика и информатика;

Професионално направление: 4.5. Математика;

Научна специалност: Диференциални уравнения.

26. 01. 2017 г.

Изготвил становището:

проф. д-р Ангел Дишлиев