

**ПЛОВДИВСКИ УНИВЕРСИТЕТ
„ПАИСИЙ ХИЛЕНДАРСКИ“**

**ФАКУЛТЕТ ПО МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА
КАТЕДРА „ОБУЧЕНИЕ ПО МАТЕМАТИКА, ИНФОРМАТИКА
И ИНФОРМАЦИОННИ ТЕХНОЛОГИИ“**

Зара Георгиева Данаилова-Стойнова

**ФОРМИРАНЕ НА МОТИВАЦИОННАТА ДЕЙНОСТ НА
УЧЕНИЦИТЕ В ОБУЧЕНИЕТО ПО МАТЕМАТИКА**

АВТОРЕФЕРАТ

на дисертационен труд
за присъждане на образователната и научна степен „доктор“
Област на висшето образование: 1. Педагогически науки
Професионално направление: 1.3. Педагогика на обучението по...
Докторска програма: Методика на обучението по математика

Научни ръководители: проф. д-р Пенка Петрова Рангелова
доц. д-р Румяна Петкова Маврова

Рецензенти: проф. д.п.н. Сава Иванов Гроздев
проф. д-р Коста Андреев Гъров

**ПЛОВДИВ
2016**

Дисертационният труд е обсъден и насочен за защита на разширено заседание на катедра „Обучение по математика, информатика и информационни технологии“ при Факултета по математика и информатика на ПУ „Паисий Хилендарски“ на 15.03.2016 г.

Дисертационният труд „Формиране на мотивационната дейност на учениците в обучението по математика“ се състои от увод, три глави, заключение, библиография, приложения (10 на брой). Библиографията съдържа 165 източника. Авторските публикации са 9.

Защитата на дисертационния труд ще се състои на 21. 06. 2016 г. от 10 часа в Заседателната зала на новата сграда на ПУ „Паисий Хилендарски“.

Материалите по защитата са на разположение на интересувашите се в секретариата на ФМИ, нова сграда на ПУ, кабинет 330, всеки работен ден от 8:30 до 17:30 часа.

СПИСЪК С ИЗПОЛЗВАНИ АБРЕВИАТУРИ

ДОИ – Държавни образователни изисквания
ЕГ – Експериментална група
ЗИП – Задължителноизбираема подготовка
ЗП – Задължителна подготовка
ИКТ – Информационни и комуникационни технологии
ИТ – Информационни технологии
КГ – Контролна група
МОН – Министерство на образованието и науката
НВО – Национално външно оценяване
ОУ – Основно училище
ПУ – Пловдивски университет „Паисий Хилендарски“
РИО – Регионален инспекторат по образованието
СИП – Свободноизбираема подготовка
СОУ – Средно общообразователно училище
ФМИ – Факултет по математика и информатика

СЪДЪРЖАНИЕ

Обща характеристика на дисертационния труд	4
Актуалност на разглеждания проблем	4
Обект на изследването	5
Предмет на изследването.....	5
Цел на дисертационното изследване	5
Хипотеза на изследването	5
Методи на изследването	5
Използван инструментариум.....	6
Кратко съдържание на дисертационния труд	6
Глава 1. Теоретични основи на проблема	6
Глава 2. Конкретна реализация на модела за формиране на мотивационната дейност на учениците в обучението по математика.....	11
Глава 3. Резултати от проведеното експериментално изследване	17
Заключение	27
Авторска справка за приносите в дисертационното изследване.....	28
Перспективи за развитие.....	29
Справка за публикациите на автора по темата	29
Апробация.....	29
Публикувани статии в списания.....	29
Декларация за оригиналност.....	30
Благодарности	30
Библиография	31

Обща характеристика на дисертационния труд

Актуалност на разглеждания проблем

Безспорен факт е съществената роля на науката математика за развитието на човечеството. Изучаването на тази наука в училище влияе пряко върху формирането на личността на ученика, върху неговия интелектуален растеж, развива качествата на мисълта, допринася за по-рационално и прагматично възприемане на заобикалящия го свят и не на последно място възпитава у него усет към хармонията и красотата, към простотата и съвършенството на числата и геометричните обекти.

Отношението към предмета математика се формира на базата на много и различни фактори – индивидуалните особености на учениците, подходите и методите на преподаване в училище, влиянието на семейната среда, личността и уменията на учителя. Ясно е, че не всички проявяват еднакъв интерес към процеса на учене и в частност към изучаването на математиката. През последните години се наблюдава ясно изразена тенденция на отегчаване на учениците от училището и в частност от обучението по отделните предмети. Математическото знание често се поднася скучно, еднообразно, абстрактно и сякаш откъснато от действителността. Все по-често на учителите им се налага да отговарят на въпроса „това защо го учим?“, който основателно се поставя от обучаемите. Освен това от психологията е известно, че човек може да постигне успех в дадена насока само когато е мотивиран за това постижение.

В училищната практика сега въпросът за мотивацията без преувеличение може да бъде наречен централен. За целта от учителя се изисква: да се повиши качеството на обучението; да се установят и затвърдят връзките на обучението с живота; да се формират у учащите се прийоми и способности за самообразование, самостоятелно да придобиват знания; да се формира творческа личност.

Акцентът се поставя на изискването ученикът да промени отношението си към ученето. Затова у него трябва да се формира интерес към изучаваните науки и да се научи да учи. В училище се правят опити за формиране у учащите се на положително отношение към ученето. В това направление се използват различни видове обучения. В обученията се прилагат оптимално съчетаване на методи, форми за индивидуална, колективна и групова работа, използването на ИКТ и т. н. Трябва да се признае, че интересът към ученето у учениците от началното към средното училище не расте. С тревога учителите констатира, че съществува „мотивационен вакуум“ у учениците или с други думи отсъствие или понижаване на мотивацията. Могат да се посочат редица причини за това понижение на мотивацията, а именно: учебното съдържание претоварва ученика; учителят не владее съвременни методи на обучение и тяхното оптимално съчетание; отношението между учителя и ученика не се изгражда, съобразявайки се със съвременните условия на живот; отношенията ученик-ученици не са изградени в посока взаимодействие, взаимоуважение и т. н. Причини за понижаване на мотивацията на учащите се към учебната дейност се явяват ниското ниво на знанията им; липсата на умения за самостоятелно придобиване на знания; престижността на науката в обществото и др.

Настоящият труд е посветен на изясняване на сложността на мотивационната сфера на учене, нейните особености и разработване на модел за формиране на мотиви

за учене чрез активиране на учебната дейност на учениците от пети до седми клас на прогимназиалния етап на обучение.

ОСНОВНИ ЗАДАЧИ:

1. Да се проучат научни източници, свързани с изследвания проблем и да се извърши анализ на становищата в тях.
2. Да се изяснят основните понятия като „мотив“, „мотивация“, „мотивационна дейност“ и т. н., свързани с проблема.
3. Да се изгради система от съдържание, методика и средства за обучение въз основа на изградения модел за формиране на мотивация за учебна дейност.
4. Да се създаде стратегия за приложение на този модел в обучението по математика.
5. Да се разработят варианти на учебно-познавателна дейност във връзка с приложение на изградения модел в урока и извънкласни форми на работа.
6. Да се подложи на експериментална проверка изграденият технологичен модел в обучението по математика и се анализират конкретните резултати от апробацията за установяване на неговата продуктивност.

ОБЕКТ НА ИЗСЛЕДВАНЕТО: познавателната дейност на ученици от пети до седми клас, свързана с прилагането на този модел в обучението по математика.

ПРЕДМЕТ НА ИЗСЛЕДВАНЕТО е въздействието на създадения модел на обучение върху активността на учениците в процеса на обучение по математика в средното училище.

ЦЕЛ НА ДИСЕРТАЦИОННОТО ИЗСЛЕДВАНЕ:

Да се създаде модел за обучение на ученици по математика, който да води до повишаване на мотивацията им и да се изследва приложимостта и ефективността на този модел в обучението по математика

Въз основа на целта и задачите на изследването е определена следната **РАБОТНА ХИПОТЕЗА:** прилагането на изградения модел на обучение чрез изучаване на теми от учебното съдържание по математика ще доведе до формиране на знания, умения и активно положително отношение към извършваната учебна работа, което ще допринесе за активизиране на мисловната дейност на учениците.

МЕТОДИ НА ИЗСЛЕДВАНЕТО:

- Теоретичен анализ на научната литература по психология, педагогика и методика на обучението по математика, отнасяща се до разглеждания проблем;
- Анализ на учебната документация и проучване на педагогическия опит по отношение на проблема.
- Методи на научното познание: наблюдение, сравнение, анализиране и обобщение;
- Педагогически експеримент, статистическа обработка и качествен анализ на получените данни от изследването;
- Методи за събиране на емпиричен материал, дидактически експеримент; беседа, анализ на дидактическите тестове, анкети, самостоятелни работи и др.

ИЗПОЛЗВАН ИНСТРУМЕНТАРИУМ:

1. Тест за входно ниво, с който се установява предварителната подготовка на учениците и изравняване на групите, участващи в експеримента.
2. Заключителен тест – за установяване на крайния резултат от експеримента, т. е. постиженията на учениците в края на обучението.
3. Контролни и самостоятелни работи (междинни тестове), презентации.
4. Анкети, свързани с разглеждания проблем.

КРАТКО СЪДЪРЖАНИЕ НА ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД

Дисертационният труд е структуриран в увод, три глави, заключение, библиография и приложения. Обемът на труда е 263 страници, от които 185 страници са основна част, а останалите са 10 броя приложения. Библиографията съдържа 165 източника – 156 на кирилица и 9 на латиница. В основната част са включени 40 таблици, 12 схеми, 40 фигури, 16 диаграми и 33 чертежа. В приложенията са включени 4 таблици, 17 фигури и 24 чертежа.

В **увода** са представени актуалността на темата и мотивите за изследването. В **Съдържанието на Глава 1** е с теоретична насоченост. В **Глава 2** е представена конкретната реализация на модела за формиране на мотивационна дейност на учениците. В **Глава 3** е представено емпиричното изследване и са анализирани резултатите от педагогическия експеримент. В **Заключение** са изявени резултатите от дисертационното изследване и са формулирани изводи, относно приносната му стойност и са очертани перспективите за развитие на изследването.

Глава 1. Теоретични основи на проблема съдържа четири параграфа.

Параграф 1.1. Основни понятия

За да се изпълнят поставените задачи са проучени и изяснени основните понятия, свързани с мотивационната сфера на човека – мотив, неговите структура, функции и характеристики, понятията мотивация, мотивиране, мотивировка, мотивационна дейност и мотивационна сфера на личността. Представени са различните схващания за мотива, който се разглежда от редица автори (Е. Маслоу [91], Е. Илин [15], А. Леонтиев [21], Л. Божович [7], С. Рубинщайн [33], М. Магомед-Еминов [25], Х. Хекхаузен [36], В. Ковалев [19], А. Файзулаев [35] и др.) като потребност, цел, намерение, подбуда или устойчиво състояние на личността. Стигаме до извода, че понятието „мотив“ е многостранно и не се дефинира еднозначно от психолозите. То може да се разглежда и като потребност и като цел, като намерение и като подбуда, като свойство и състояние на личността, определящи поведението на човека. Образно казано мотивът е двигателят на човешката дейност. В настоящия труд сме се придържали към идеята, че **мотивът е движещата сила, която ни кара да извършим определени действия за постигането на определени цели, поставени, за да удовлетворим възникнали у нас потребности.**

В този параграф са разгледани и различните подходи (Е. Илин [15], А. Ковалев [18], В. Ковалев [19], В. Городашников и А. Осин [9], Х. Хекхаузен [36]) за дефиниране на понятието **мотивация – структурен и динамичен**. В настоящото изследване под понятието **мотивация разбираме съвкупността от всички подбудителни сили и процеси, насочени към извършване на определени действия или дейности за удовлетворяване на потребности, за формиране на мотиви, интереси, желания и постигане на цели.**

На базата на разбирането за дейността като психологическа категория (А. Леонтиев [21]), за **формиране на мотивационна дейност** сме считали **процеса на създаване на вътрешни положителни мотиви у човека за извършване на определена дейност.**

Параграф 1.2. Видове мотиви и мотивации

В този параграф е разгледана класификацията на мотивите и мотивациите, която е твърде разнообразна у различните автори, поради нееднозначното разбиране на понятието „мотив“. Освен това тя може да бъде извършена на базата на различни показатели. Затова ще се спрем на различните варианти за систематизиране на мотивите на личността.

Е. Илин в [15] прави обзор на класификации на понятието „мотив“ от различни автори по следния начин: според потребностите, които ги предизвикват, се делят на биологични и социални; мотиви на постиженията – различават се два вида – мотиви за постигане на успех и мотиви за избягване на неуспеха;- според принадлежността на стимулите, предизвикващи потребностите се делят на външни и вътрешни; според насочеността към човека биват: нравствени и колективни; според вида и разнообразието на подбудите – еднозначни и многозначни; според активността, която проявява човек биват: мотиви за общуване, за игра, за учене, за дейност - професионална, спортна, обществена и др.; според времевите характеристики – от една страна се делят на ситуативни и постоянни, а от друга страна биват кратковременни (оперативни) и устойчиви; според структурата на мотивите те биват – първични и вторични; според индивидуално-личностните особености могат да се разглеждат от една страна като обобщени устойчиви мотиви. От друга страна биват общи неустойчиви и конкретни неустойчиви мотиви; според функциите си мотивите биват реално действащи неосъзнати мотиви, реално действащи осъзнати мотиви и „разбираеми“ мотиви.

В. Горадащников и А. Осин в [9] разглеждат следните видове мотиви:

- мотиви в зависимост от осъзнаването на собствените потребности;
- мотиви в живота, поведението и дейността;
- мотиви по степента на обществена значимост.

В психологията най-общо се разграничават следните видове мотивации на човека: външна мотивация – обусловена е от външни за човека обстоятелства; вътрешна мотивация – свързана е със съдържанието на дейността, но не с външни обстоятелства; положителна мотивация – основана е на положителни стимули; отрицателна мотивация – базира се на отрицателни стимули; устойчива мотивация – базира се на естествените потребности на човека; неустойчива мотивация – тя се нуждае от постоянна външна поддръжка.

Параграф 1.3. Мотивация за учебна дейност

В този параграф е разгледана мотивацията за учебна дейност като частно проявление на мотивацията на личността, както и различните класификации на учебните мотиви, на техните характеристики и проявления в учебния процес. Обърнато е внимание на водещите мотиви в прогимназиалната възраст на учениците, която е обект на изследванията в настоящия труд.

Повечето автори под мотиви за учебна дейност разбират всички фактори, обуславящи проява на учебна активност – потребности, цели, обстоятелства, чувство за дълг, интереси и др.

Според руската педагожка А. Маркова качествата на мотивите биват: съдържателни (свързани с характера на учебната дейност) и динамични (свързани с психофизиологичните особености на учениците) [21].

Учебната мотивация е частен случай на личностната мотивация, която се отнася към учебната дейност. Като такава тя се определя от редица фактори, специфични за тази дейност, а именно: характер на образователната система; организация на образователния процес в училище; особености на обучаемия; личностни особености на учителя и отношението му към обучаемия, към педагогическата дейност; спецификата на конкретния учебен предмет.

Психологът Б. Айсмонтас [1, с.127] разграничава три източника на активност за учебна дейност у учениците: вътрешни – това са познавателните и социалните потребности; външни – определят се от условията на жизнената дейност на обучаемия, към които се отнасят нуждите, очакванията и възможностите и лични – това са интересите, потребностите, настройките, еталоните, стереотипите и др. определящи стремежа към самоусъвършенстване, себеутвърждаване, себerealизиране, както в учебната, така и в други дейности и са особено важни в системата от източници.

Влияние върху характера на учебната дейност и резултатите от нея оказват и трите източника и липсата само на единия от тях води до преструктуриране на системата от учебни мотиви или до нейното деформиране.

На базата на изброените източници на активност, могат да се разграничат следните групи мотиви: социални – свързани със социалната значимост на ученето, разбиране на развиващото значение на ученето за личността, потребност от развитие на миpогледа и др.; познавателни – свързани са с интереса към добиване на знания, с любознателността, стремежа за развитие на познавателните способности на личността, получаване на удовлетворение от интелектуална дейност; личностни – свързани са с чувството за самоуважение, честолюбие, стремеж към авторитет сред съучениците, подражаване на изявените ученици, към персонализация на личностните свойства.

Т. Илина в [16] класифицира по различни начини мотивите за учебна дейност, един от които е: мотиви, свързани с желанието за постигане на успех и мотиви, свързани с избягването на неуспеха.

А. Маркова в [26] класифицира мотивите на базата на отношението на обучаемите към самата дейност: външни (социални) - насочени от друг, свързани с различни взаимодействия на ученика с другите хора и вътрешни (познавателни) – насочени към предмета на изучаване, към собственото самоусъвършенстване, свързани са със съдържанието на учебната дейност.

От казаното до тук следва, че водещи мотиви за учебна дейност могат да бъдат както външни, така и вътрешни. Възможно е те да се трансформират от един в друг и този процес трябва да се следи от учителя. Обикновено у ученика действат повече от един мотиви, т.е. учебната дейност е многомотивационна.

Други класификации на мотивите за учебна дейност са направили В. Гордашников и А. Осин в [9] и М. Матюхина в [28].

Прави впечатление, че различните автори по различен начин разглеждат структурата и класификацията на учебните мотиви, но до голяма степен мненията им се припокриват.

Параграф 1.4. Модел за осъществяване на мотивацията за учебна дейност

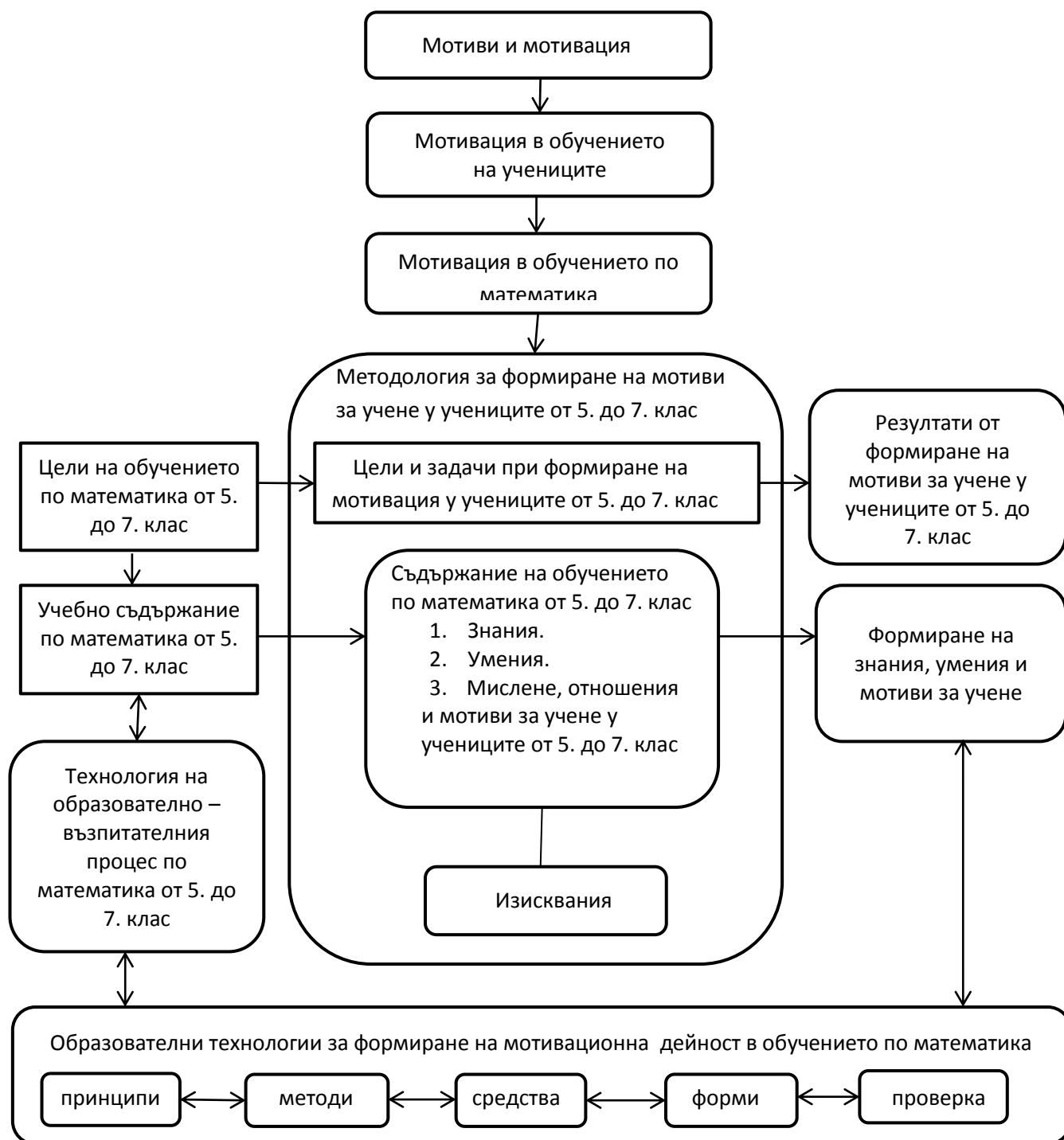
Тук е представена характеристиката и структурата на технологичния модел за формиране на мотивация в обучението по математика от пети до седми клас. Този модел е предназначен за обучението на учениците от българските училища в часовете по математика.

Той е разработен съобразно изследване и анализ на литература по проблема; държавните образователни изисквания за учебно съдържание; анализ на учебното съдържание по предмета от пети до седми клас; проучвания на педагогическа практика; личностно и дейностно ориентирано обучение; работната хипотеза на изследването.

Технологичният модел е ориентиран към формиране на положително отношение на ученика към знанията и уменията по математика и формиране на мотиви за учене.

На Фиг.1 е показана структурата на модела и връзката между отделните компоненти. Познаването на същностната характеристика на всеки от компонентите дава възможност за неговото управление и успешното му адаптиране към променящите се условия на обучението. При разкриване на методологията на модела са определени целта, задачите, съдържанието и неговото структуриране, изисквания и условия за реализацията им.

Образователната технология е научно обосновано предписание за ефективно осъществяване на учебно-възпитателния процес чрез единство на принципи, методи, средства и форми като прибавяме и проверката на знанията и уменията на учениците.



Фиг.1 Схематичен модел за формиране на мотиви за учене

На базата на конструирания модел и отчитайки спецификата на учебния предмет математика, са определени пет основни начина за формиране на положителна мотивация у учениците: чрез учебното съдържание; чрез методите и технологиите на преподаване; чрез системата за вътрешно оценяване; чрез извънкласни форми на работа и чрез личността на учителя.

За всеки от начините са конкретизирани и средствата, чрез които могат да се създадат положителни, вътрешни мотиви за учене у ученика.

Начините за мотивиране на учениковата дейност не се прилагат изолирано. Те са взаимосвързани и колкото повече от тях ползваме в рамките на един урок, толкова

по-ефективно и осъзнато е обучението. Учениците в по-висока степен са мотивирани да участват в учебния процес.

Глава 2. Конкретна реализация на модела за осъществяване на мотивация в обучението по математика за учениците от 5. до 7. клас

Параграф 2.1. Фактори, демотивиращи учениците в обучението по математика

В съвременното училище има множество фактори, които влияят на успеваемостта на учениците, но мотивацията е от най-важните. Тя се отнася до познавателни, емоционални и поведенчески индикатори за положените от тях усилия и за участието им в процеса на обучение. Ясно е, че тези, които не са мотивирани за успех, няма да полагат необходимите усилия за учене. Редица автори смятат, че само мотивацията директно влияе на постиженията, а останалите фактори въздействат на резултатите чрез нея [17, с. 531-540].

В този параграф са разгледани различните причини за липса на мотивация у учениците. З. Костова в [20] ги разделя в 8 групи, които са обусловени от: социална среда; училищна среда; учебна документация; семейна среда; качества на ученика; взаимоотношения в училището; икономически възможности на семейството на ученика; здравословни причини.

Според В. Гюрова „познаването на факторите, мотивите и нагласите за учене би помогнало на учителя да избере правилната стратегия в отношенията си с всеки ученик и в управлението на учебния процес, така че да мотивира демотивирани ученици и да помогне на мотивираните да запазят мотивацията си за учене през цялата учебна година (или срок). Във всички случаи е важно да не се създават условия за демотивация на учениците за учене [10, с. 330-331]. Авторката класифицира демотивиращите фактори по следния начин:

- Общи фактори, демотивиращи ученика: организация на образователния процес; непрофесионално поведение на учителя; наличие на лични проблеми, изместващи ученето; липса на умения за учене.

- Конкретни фактори, демотивиращи ученика: неумело и „сухо“ поднасяне от учителя на учебното съдържание без да се разкрива практическата му значимост; учениците са поставени в пасивна позиция; стилът на изложение на учебното съдържание не е съобразен с нивото на знания и особеностите на учениците; неподкрепяща среда – материалната среда или психоклиматът в класа.

- Демотивиращи фактори, пряко зависещи от учителя: несъобразен темп на преподаване, проява на субективно отношение към учениците; небалансирани изисквания към учениците; липса или нередовно даване на обратна връзка за това как се справят учениците; проява на несигурност при преподаването или при осигуряване на добра дисциплина в часа.

- Демотивиращи фактори, пряко зависещи от ученика: наличие на пропуски в знанията и ненавременното им отстраняване; липса на увереност и желание за успех; повишена тревожност или безпокойство; усещане, че е недооценен или незабележим от учителя; усещане, че не е добре приет или „отхвърлен“ от съучениците си; неумение за организиране на времето за учене или за полагане на учебен труд; липса на подкрепяща семейна среда; усещане за липса на добри перспективи за бъдещето; наличие на неблагоприятни зависимости.

Освен изброените демотивиращи фактори има и други, които се провокират от наложеното обществено мнение за образователната система, за училището или конкретно за учебен предмет. В крайна сметка е необходимо учителят да положи усилия за неутрализиране на демотивиращите фактори, като накара ученика да се чувства важен участник в учебната работа, да се чувства забелязан и ценен, същевременно да участва с интерес и отговорност в учебната дейност [11].

В параграф 2.2. са разгледани **мотивационните задачи в обучението по математика в 5.-7. клас, които са отправна точка на всеки етап от обучението.** Те са предизвикателни, емоционални и свързани с реалния живот. Мотивационните задачи внасят в обучението по математика осъзнатост и създават значителни предпоставки за трайно усвояване на математическите знания. Те позволяват на учениците в процеса на обучението да откриват за себе си едни или други математически факти, подбуждат ги към мислене над поставените въпроси, изработва се у тях стремеж към разширяване и задълбочаване на знанията, към усъвършенстване на уменията.

Мотивационните задачи предизвикват у ученика очакване и безпокойство, радост от изучаването на математиката [24].

Фактори, определящи мотивацията на учениците са заинтересоваността, влиянието на опита, на чувствата върху учебния процес, любознателността, рефлексията и т. н. Имайки предвид нашия опит, са изяснени някои от групите задачи, които допринасят за формирането на мотивацията за учене у тях:

Първа група: Исторически задачи.

Това са такива задачи, повечето от които са съставени от известни математици в миналото или достигат до нас чрез математическия фолклор.

Втора група: Задачи с допуснати грешки.

2.1. Грешки, допускани от ученици, като се иска грешките да бъдат открити от останалите в класа.

Нашият опит и практика показват, че тези грешки са резултат от неправилни аналогии. Например неправилно съкращаване при действия с обикновени дроби.

2.2. Грешки, умишлено допуснати от учителя.

Те често служат и за установяване на степента на заинтересованост на учениците към учебната работа.

2.3. Софизми, парадокси.

Софизмите и парадоксите спомагат за правилното, съзнателно и задълбочено усвояване на знанията по математика. Тук се обръща внимание на учениците не само на това какво гласят изучените правила, а и върху онези неща, които не са верни и главно защо не са верни. Добре е да разберат до каква грешка може да ги доведе пренебрегването на някое правило.

Трета група: Занимателни задачи и игри.

Това са такива задачи, които увличат ученика за активно участие в часовете по математика.

Историята е съхранила малко информация от биографията на забележителния математик Диофант. Всичко, което е известно за него, е взето от надписа на неговия гроб – надпис, съставен във формата на математическа задача.

Четвърта група: Теоретически е възможно решението на дадена задача, но практически е неосъществимо или много трудно се осъществява.

Пета група: Задачи от практиката и ежедневието на учениците.

Безспорно, привлекателно формулирани задачите – със забавен, исторически или практически характер, правят обучението по предмета по-достъпно, по-приятно, а оттам и по-ефективно.

Параграф 2.3. Математиката в художествената литература, музиката, изобразителното изкуство, архитектурата и народното творчество

В този параграф са разгледани някои интересни приложения на математиката в художествената литература, в музиката, в изобразителното изкуство, в архитектурата и в народното творчество, които са приложили в обучението на учениците от ЕГ.

Възпитаването на правилна мотивационна насоченост, постановка на целите у учениците, трябва да съпровожда към въздействие на емоционалните отношения на ученика към ученето [32]. Емоциите несъмнено имат мотивиращо значение в процеса на учене. В психологическата наука е показано, че емоциите не се развиват сами, а тясно зависят от особеностите на дейността на човека и неговата мотивация. Психологът А. Леонтиев отбелязва, че спецификата на емоциите се състои в това, че те отразяват отношението между мотивите и възможностите на успеха на дейността по реализация на тези мотиви [21, с. 198]. В този параграф е посочено как чрез конкретни ситуации се предизвикват емоциите у учениците и влиянието им върху отношението на учащите се към учебния предмет математика [23].

Математиката е в основата на красотата и затова е опора на много видове изкуства, преди всичко на изобразителното и музиката. Леонардо да Винчи подчертава, че художникът трябва да знае тази наука-математиката, да умее да я владее, за да постигне хармония, а хармонията - това е използването на симетрията. От него са разработени математическите закони за перспективата, принципът за предаване на обемност на реални предмети върху равнината, принципите за „преход“ на събития от тримерния свят в двумерния. Може да се каже, че той подхожда към живописата от позициите на строгите геометрични изисквания. Леонардо да Винчи е човекът, дълбоко осъзнаващ ролята на математиката в изобразителното творчество.

Споменат е и гръцкият математик Питагор по повод неговата теорема за страните в правоъгълен триъгълник и популярното му откритие, че височината на тона е обратнопропорционална на дължината на струната на музикалния инструмент. Математическите пропорции дават живот на музиката, сближават я с математиката.

Много хора на изкуството, имайки знания в математиката, успешно ги вплитат в своите художествени произведения.

Тези разностранни приложения на математиката са ползвани в работата по проекти, разкриващи широкото приложение на математиката в художествената литература, архитектурата, както и присъствието ѝ в народното творчество. Проектите се реализираха отново от екипи от ЕГ, които разполагаха с около месец за извършването на своята изследователска и творческа дейност. Част от екипите работиха върху различни теми от приложението на математиката в архитектурата, а други работиха върху математиката в народното творчество. Работата по тези проекти, предизвикала висок интерес и въодушевление от страна на учениците е разгледана подробно в [37, с. 2-11] и [13, с. 115-117].

Параграф 2.4. Формиране на мотиви за учебна дейност при изучаване на понятия и свойства в часовете по математика в 5.-7. клас

В този параграф е показано как чрез логически издържаното и задълбочено разкриване на съдържанието на математическите понятия и свойства може да се:

изгради положително отношение на учениците към изучаване на учебното съдържание; създадат положителни нагласи, формира и поддържа интереса към изучавания материал, което води до повишаване на мотивацията им за активна познавателна дейност. Предложени са конкретни примери от учебното съдържание, изложени в различните действащи учебници, в които да се усъвършенства формирането на понятията, а именно:

1. Успоредни прави. Свойства на успоредните прави.

В действащите учебници за 5. клас по математика е въведено понятието „успоредни прави“ [29, с. 94-95], [22, с. 76-77] и [30, с. 86-87]. След това се въвеждат понятията „разстояние между успоредни прави“ и „равнолицевост на равнинни фигури“ единствено чрез включването им в квадратна мрежа. Определено тези понятия имат изключително приложение в разнообразни задачи извън квадратната мрежа. Разстоянието между две успоредни прави може да се дефинира като отсечка от права перпендикулярна на тях, заключена между двете прави. След това разстоянието може да бъде разглеждано като височина в триъгълник, на който едната страна лежи на едната права, а срещуположния връх на тази страна лежи на другата права. Така получаваме множество от равнолицеви триъгълници.

Разгледани са и други теми, в които въведените понятия и правила не са представени задълбочено и всеобхватно в учебниците. Например:

2. „Представяне на естествено число като произведение от прости множители в 5. клас“ [29, с. 156] и „Прости и съставни числа“ [22, с.124]. В тези два учебника има задачи от общи делители и НОД, но няма със самото разлагане на прости множители. В източника [30, с.140-141] са разгледани задачи за разлагане на двуцифрени, трицифрени и четирицифрени числа на произведение на прости множители. Илюстрирано е как се мотивира въвеждането на понятията от споменатите теми с конкретни примери.

След разглеждане на действащите учебници в пети клас е направен изводът, че в тях не се дава правило за определяне на броя на всички делители на едно многоцифрено число. Ако се следват дадените правила, това е много трудно и за големите числа изключително трудоемко. Чрез примери е показано как чрез разлагане на прости множители и чрез преброяване на делителите лесно може да се пресметне общият им брой.

3. Споделени са вижданията и опита ни по отношение на мотивацията на учениците при изучаване на темата „Отношение. Пропорции“ в шести клас.

Показано е как със знанията за геометрични фигури и техните лица, може да се търси отношение на дължините на две отсечки. С разглеждането на разнообразни задачи за намиране на отношението на две отсечки се разнообразяват задачите за отношение в учебниците. Освен това са показани възможностите на дефинираното понятие за отношение на две величини, с което се увеличава интересът и мотивацията на учениците. Чрез използването на различни геометрични фигури и техните свойства се затвърждават знания. Показано се приложението на разглежданото понятие в други теми от учебното съдържание по математика.

Правилният подбор, подредбата и начина за решаване на конкретна задача създават условия за увличащи цели, позитивни въвеждания, продиктувани емоции и др.

4. В уроците за нови знания е необходимо учителят подходящо да мотивира въвежданата тема чрез нейната практическа значимост, чрез необходимостта от

прилагането ѝ в изучени до момента теми или други науки, чрез недостига на знания и умения за решаването на поставена проблемна задача. Така формираното ново знание е осъзнато, достъпно и се съхранява в дълготрайната памет на учащия се. Урокът за нови знания не бива да започва с декларативното поставяне на новата тема, а да се търсят начини за поставяне на учениците в ролята на изследователи, на откриватели, съставлящи хипотези, които впоследствие биват доказани. Показано е как се мотивира въвеждането на темата „Еднакви триъгълници“, която е една от основните в седми клас, не са положени достатъчно усилия за мотивиране на въвеждането ѝ в действащите учебници [31].

Параграф 2.5. Иновативните методи и технологии в обучението по математика – средство за мотивиране на учениците

В този параграф са разгледани някои иновативни подходи, методи, средства и техники, които са ползвани в обучението с цел разнообразяване на преподаването, засилване на интереса на учениците и провокиране на творческите им способности. Извършено е съпоставяне на традиционния модел на обучение с иновативния, който поставя ученика в активна позиция и води до повишаване на ефективността от обучението.

Разгледани са различни аспекти на конструктивисткия модел на обучение: учене чрез опита; контекстно учене; самостоятелно учене; проблемно обучение.

Показани са различни интерактивни методи и техники, които са ползвани в обучението:

- групова и екипна работа – анализирани са приликите и разликите;
- работа по проекти – различни приложения на проектно-базираното обучение;
- интерактивни техники на обучение;
- ИКТ в обучението по математика – приложение при изучаване на темата „Координатна система“ в шести клас в обучението на ЕГ [34].

Параграф 2.6. Формиране на мотиви за учене чрез проверка и оценка на знанията и уменията на учениците

В този параграф е разгледана мотивиращата роля на процеса на оценяване на знанията и уменията на учениците, неговото хуманизиране, засилването на позитивната и стимулираща роля на оценката според различни автори [3], [5], [6], [9], [17]. На базата на опита ни са формулирани са 16 условия за формиране на положителни мотиви у учениците в процеса на оценяване, които са свързани с наличието на:

- ясни правила за извършване на проверката и оценката;
- обективност на оценяването;
- позитивно и стимулиращо оценяване;
- редовна даване на обратна информация;
- формиране на умения за самооценка и взаимно оценяване;
- отчитане на напредъка, а не само на крайния резултат и др.

Процесът на оценяване е доста сложна и разнопосочна задача, която стои пред учителя. Той трябва да се съобразява с твърде много изисквания, както и да отчита индивидуалните особености на личността на ученика. Хуманизирането на този процес и засилването на неговата стимулираща и мотивираща функция би довело до намаляване на стреса в училище, свързан с изпитването и оценяването, както и до

преодоляване на негативното отношение към образователния процес като цяло. В работата с учениците в ЕГ са спазвани горепосочените изисквания в рамките на действащата нормативна уредба за системата за оценяване [12].

Параграф 2.7. Творчество и мотивация в обучението по математика

В този параграф е разгледана ролята на творчеството в обучението по математика за повишаване на мотивацията на учениците. Споделени са различни похвати, водещи до повишаване на интереса им към предмета, провокиращи творческата им активност и формиращи положителни мотиви за учене чрез някои видове задачи, някои от които са:

1. Поставяне на нестандартни, проблемни задачи и такива с изследователски или евристичен характер, като изследователските задачи може да се групират, например по следния начин:

- Задачи с разглеждане на различни случаи;
- Задачи, на които се търси приблизителен отговор, поради невъзможността да бъде намерен точен от ученика;

- Задачи, за чието решаване са необходими допълнителни построения;

2. Разглеждане на различни начини за решаване на задачи.

3. Съставяне на математически задачи от учениците – разграничени са следните видове задачи за съставяне:

- Задачи, които са с непълно условие, което да е обект на ученическото въображение.

- Задачи, които са с пълно условие и ученикът трябва да постави въпроси.

- Съставяне на задачи по даден чертеж, таблица, диаграма и т.н.

4. Поставяне на задачи за намиране, систематизиране на информация по даден проблем и представянето ѝ.

5. Математическите игри – без или със състезателен характер и т. н.

В параграфа е разгледана и мотивиращата роля на извънкласните форми на обучение и на изява на учениците, чрез които се провокира творческата им активност и желанието за изява. Участието в различни извънурочни дейности формира и някои личностни качества у ученика като самостоятелност, организираност, търпеливост, упоритост. Възпитава в състезателен дух, включващ както умение да се оценява постигнатия успех, така и да се преодоляват възникналите препятствия, да се приема спокойно поражението. Тези качества и умения са нужни на човека през целия му житейски път [14].

Глава 3. е озаглавена „Резултати от проведено експериментално изследване“ и се състои от три параграфа.

Параграф 3.1. Организация и методика на изследването. За доказване на хипотезата в изследването е проучено теоретичното състояние на проблема в научната литература. Анализирани са учебната документация и педагогическият опит по отношение на мотивационното въздействие върху учениците в процеса на обучение. Изградена е концепция за изследване и провеждане на педагогическия експеримент.

В хода на изследването е използван комплекс от методи за събиране на емпиричен материал (отразено в глава 1), за обработка на този материал, т.е. използване на

математико-статистически анализ, качествен и количествен анализ на емпиричните данни [6].

Важно място в изследователската дейност имат организацията и провеждането на емпиричния експеримент. Етапите му са показани в Табл. 1. Същност и етапи на експерименталния модел.

Табл. 1

Етапи	Учебна година	Клас, училище, град		Брой ученици	Вариант	Инструментарий
Предварителен	20012-2013	5 клас	ОУ „Д. Хаджидеков“, СОУ „Св. П. Хилендарски“, Пловдив	50	А, Б	Анкетите; Входящ тест; Примерна методика за обучение на учениците; Изходящ тест
		5 клас	ОУ „Д. Хаджидеков“, СОУ „Св. П. Хилендарски“, Пловдив	48	А, Б	
Формиращ	20013-2014	6 клас	ОУ „Д. Хаджидеков“, СОУ „Св. П. Хилендарски“, Пловдив	48	А, Б	Входящ тест; Примерна методика за обучение на учениците; Изходящ тест.
		6 клас	ОУ „Д. Хаджидеков“, СОУ „Св. П. Хилендарски“, Пловдив	51	А, Б	
Заключителен	20014-2015	7 клас	ОУ „Д. Хаджидеков“, СОУ „Св. П. Хилендарски“, Пловдив	50	А, Б	Входящ тест; Примерна методика за обучение на учениците; Изходящ тест; Анкета.
		6 клас	ОУ „Д. Хаджидеков“, СОУ „Св. П. Хилендарски“, Пловдив	51	А, Б	

Реализирането на модела е съобразено с нивото на знания и умения на обучаемите. Взето е предвид, че част от тях са с понижена мотивация за учене. Затова в експеримента е налице стремеж да се издигнат знанията им на по-добро ниво, при спазване на Държавните образователни изисквания. Желанието е било да повишаване на тяхната мотивация за учене като се направи обучението интересно, провокиращо и интригуващо, в което те да участват активно.

Обучението е проведено в два варианта – вариант А (традиционен) и вариант Б (експериментален).

При вариант А е използвано традиционното обучение, характерно за масовата практика, където мотивацията може да се осъществи понякога, т.е. не е предмет на целенасочено формиране.

Учениците от КГ са обучавани по темите от учебното съдържание, определено от ДОО. Подходът, който се използва е обяснително-илюстративен. Методите на обучение са беседа, лекция и обяснение.

При вариант Б е приложен конструираният модел и целият набор от средства за формиране на мотивационна дейност у учениците в училищната практика. Учениците от ЕГ изучават същото учебно съдържание, но подходът е свързан с формиране на мотиви за учене. При обучението им са използвани евристичната беседа, самостоятелна работа, групов и екипна работа, проектна работа и т.н. Средствата, които са използвани, са застъпени в Глава 2 (учебни задачи, презентации и т.н.). Проверката и оценката на знанията и отношението на учениците

към изучавания материал е извършено чрез анкети и тестове като са анализирани резултатите от тях. Определиха се и темите, които се считат за основни в обучението на учениците от 5. до 7. клас.

При вариант Б учениците от експерименталната група изучаваха същите теми, но за обучението е приложен технологичният модел, чрез който се изискваше повишаване на мотивацията и за учене.

Основните теми от учебното съдържание са следните:

Тематика:

5 клас – Делимост на числата. Обикновени дроби. Процент и част от цяло. Приложение обикновените дроби за намиране на лица на фигури.

6 клас – Степенуване. Рационални числа. Геометрични фигури и тела. Пропорции.

7 клас – Цели рационални изрази. Основни геометрични фигури. Уравнения. Еднакви триъгълници. Неравенства. Успоредник, трапец. Резултатите от експеримента е отчетен чрез използване на когнитивната таксономия и таксономията на Блум и сътрудници.

Критериите и показателите, а също и инструментариум и параметри за анализиране и интерпретиране на резултатите от експеримента са дадени в Табл. 2.

Табл. 2

Критерии	Показатели	Инструментариум	Параметри
Когнитивни постижения на учениците	1. Знание 2. Разбиране 3. Приложение 4. Анализ 5. Синтез 6. Отношение 7. Оценка	Входящи тестове и анкети Междинни тестове	1. Количествени оценки от 2 до 6 2. Количествен и качествен анализ 3. Статистически анализ 4. Корелационен анализ
Отношение към извършената дейност и математиката	1. Възприемане на извършваната дейност 2. Определяне ценността на извършваната дейност	Заклучителни тестове и анкети	1. Количествен и качествен анализ 2. Статистически анализ

По първия критерий са отчетени съответно:

- по показател знание – терминологични знания;
- по показател разбиране – способността на ученика да разкрие същността на наученото и изясняването му със свои думи;
- по показател приложение – установяване на умения на учениците да използват своите знания за понятия, правила, идеи и др. при решаване на конкретни задачи по математика в училище, бита и някои от другите науки;
- по показател анализ – откриване на умения у учениците за определяне на съставните части от цялото, на връзки и зависимости между тях;
- по показател синтез – умения на ученика да състави план за своята дейност и да го разработи и представи в презентация;

- по показател отношение – констатиране на положително отношение към извършваната дейност, респективно към математиката; по показател оценка – умение на ученика да установява кои конкретни ситуации са подходящи за реализиране на конкретната цел и да взема решения.

За отчитане на втория критерий:

- по показател 1: е установена готовността на учениците и интересът им към новите методически идеи в часовете и извънкласните форми на работа по математика;

- по показател 2: е установена готовността на учениците да осъзнаят знанията и уменията, които придобиват като ценност, а също и техния интерес към изучаваното.

В обучението на учениците от ЕГ акцентът е поставен върху формирането на интерес и мотиви за изучаваното учебно съдържание. Стремежът е да се използват различни средства за предизвикване на интереси у учениците (Глава 2).

Наличието и развитието на интереса е установено по степента на тяхната активност в различни форми на обучение по математика.

В Параграф 3.2. Резултати от проведените анкети с ученици от 5. и 7. клас чрез анкетите е установено отношението на учениците към изучаваното учебно съдържание, както и към предмета математика.

Важно място в комплекса от възпитателни задачи заема проблемът за формиране у учениците на познавателен интерес, който е едно от личностните свойства на ученика, черта на неговия характер и се проявява във вид на любопитство, любознателност, активност. Интересът се проявява във вид на избирателно отношение на ученика към един или друг учебен предмет. За правилната организация на работата по формиране у учащите се на този интерес, следва с подходящи методи да се разкрие отношението на учениците към изучаването на учебния предмет.

За целта с ученици от пети клас преди прилагането на модела е проведена анонимна анкета, чрез която да се установи каква е нагласата им към обучението по математика.

Някои от въпросите, включени в анкетата, които смятаме за по-съществени за установяване на отношението на учениците към предмета са:

1. Защо ходиш на училище?
2. Кой е любимият ти учебен предмет?
3. Какво е отношението ти към математиката?
4. Обичаш математиката защото:...
5. Не обичаш математиката, защото:...
6. Това, което учиш по математика можеш ли да го прилагаш в ежедневието?
7. Учителят по математика интересно ли представя учебното съдържание?

Анкетирани са анонимно 104 ученици, разпределени по равно в КГ и ЕГ.

За някои от въпросите е дадена възможност за повече от един отговор от посочените.

В края на експеримента след прилагането на модела на обучение е проведена същата анкета с учениците от седми клас от двете групи – експериментална и контролна. След обработка и анализ на резултатите от анкетите се оказва, че са потвърдени очакванията за повишаване на интереса към предмета математика в ЕГ (спрямо КГ и спрямо самата ЕГ в началото на изследването) след прилагане на система от дейности, включващи разнообразяване на методите и средствата на

обучение, прилагане на интерактивни методи и технологии на преподаване, използване на информационните технологии в обучението. Всички тези дейности водят до повишаване на познавателната активност, създават позитивни нагласи към ученето, формират вътрешни положителни мотиви у учениците. Това дава основание да се счита, че приложената система от дейности е довела до промяна на отношението на обучаемите към образователно-възпитателния процес по предмета математика.

Параграф 3.3. Резултати от проведените тестове с ученици от 5., 6. и 7. Клас. Чрез тестовете е установено и нивото на знания, умения, както и пропуските на учениците.

В параграф 3.1. са описани темите от учебното съдържание, както и критериите, показателите, инструментариума и параметрите за отчитане на резултатите от експеримента, проведен с ученици от ОУ „Душо Хаджидеков“ и СОУ „Св. Паисий Хилендарски“ – гр. Пловдив, през учебните 2012/2013 г., 2013-2014 г. и 2014-2015 г. За осъществяване на основния експеримент са разработени по два теста (тест 1-входящ и тест 2-изходящ), проведени с учениците от паралелки *б* и *в* за съответната учебна година. И двата теста за 5. и 6. клас съдържат набор от по осем задачи със свободен отговор, базирани на таксономията на Блум, като всяка задача се оценява с по 1 или 2 точки при пълно и вярно описание на решението; максималният брой точки за всеки тест е 16 точки. Крайната оценка се получава по формулата $k = 2 + 0,25 \cdot n$, където n е броят на получените точки. Задачите са изцяло съобразени със стандартите, заложили в учебната програма за съответния клас.

Първият тест (тест 1) е проведен в началото на експеримента, за да се установи равнището на знанията на учениците от 5. клас (входно ниво), включени в изследването. С тест 2 е установено нивото на придобитите знания след провеждане на обучението по разработения технологичен модел в края на първата учебна година. За решаване на задачите от тест 1 и тест 2 е отделен по един учебен час.

През втората учебна година с учениците от 6. клас са проведени два теста - входящ и изходящ за установяване на междинните резултати като е ползвана същата организация, както предходната година.

През третата учебна година с учениците от 7. клас също са проведени два теста - входящ и изходящ, като първият е междинен, а вторият за установяване нивото на придобитите знания след провеждане на обучението по разработения технологичен модел в края на експерименталното обучение. Тестовете в седми клас съдържаха 10 задачи с избираем и три задачи със свободен отговор. Използвахме 16-точковата скала за оценяване, като максималният брой точки за всяка от първите 10 задачи е 1 точка, а за останалите три задачи – 2 точки. Крайната оценка се получава по формулата $k = 2 + 0,25 \cdot n$, където n е броят на получените точки.

Резултатите, получени от учениците на тестовете, са отчетени персонално, но за по-голяма прегледност данните са отразени в обобщен вид.

Тези данни показват, че в началото на всяка учебна година резултатите в двете групи – контролна и експериментална (КГ и ЕГ), не се различават съществено. В педагогическото изследване, за оценяване на учениците се прилага точковата система. Постигнатите резултати имат числова характеристика по шестобалната система.

Освен този предварителен анализ са приложени и статистически методи за групиране и представяне на данни. За целта е извършена най-напред проверка за нормално разпределение на съвкупностите на двете групи (КГ и ЕГ), използвайки получените данни. Изработени са таблиците на честотите за резултатите от тестовете, които отразяват колко пъти се появява един и същи общ брой точки, получен от учениците.

В Табл. 3 са определени за всеки един от тестовете статистическите характеристики – минимален и максимален резултат, среден резултат, медиана, мода, стандартно отклонение, дисперсия, коефициент на Skewness (коефициент на асиметрия), стандартната грешка при изчислението на коефициента на Skewness, коефициент на Kurtosis (коефициент на ексцес) и стандартната грешка при изчислението на коефициента на Kurtosis.

Статистически характеристики

Табл. 3

Група	n	Min	Max	Mean	Median	Mode	Std. Dev.	Variance	Skewness	Std. Error of Skewness	Kurtosis	Std. Error of Kurtosis
КГ_вх_5	50	1	16	8,20	8,00	8,00	3,95	15,63	0,14	0,34	-0,81	0,66
ЕГ_вх_5	50	1	15	8,52	9,00	9,00	3,64	13,28	-0,30	0,34	-0,71	0,66
КГ_изх_5	48	0	14,5	7,08	7,00	6,00	3,43	11,77	-0,14	0,34	-0,46	0,67
ЕГ_изх_5	48	0,5	16	9,11	9,75	11,00	3,97	15,78	-0,28	0,34	-0,50	0,67
КГ_вх_6	48	1	15	7,33	7,00	7,00	3,56	12,70	0,27	0,34	-0,72	0,67
ЕГ_вх_6	48	1	15	8,67	9,00	9,00	3,34	11,16	-0,22	0,34	-0,60	0,67
КГ_изх_6	51	0	16	8,06	8,00	6,00	3,81	14,54	0,07	0,33	-0,49	0,66
ЕГ_изх_6	51	1	16	9,78	9,00	9,00	3,85	14,81	-0,32	0,33	-0,40	0,66
КГ_вх_7	50	2	16	8,80	9,00	6,00	3,56	12,69	0,13	0,34	-0,76	0,66
ЕГ_вх_7	50	2	16	10,10	11,00	13,00	3,88	15,03	-0,54	0,34	-0,65	0,66
КГ_изх_7	51	0	16	8,88	9,00	8,00	4,44	19,75	-0,35	0,33	-0,83	0,66
ЕГ_изх_7	51	1	16	10,79	11,00	10,00	3,55	12,58	-0,57	0,33	-0,13	0,66

За всеки от проведените шест теста са изготвени графики на честотите (хистограми).

За всеки от тестовете са изготвени таблици с натрупаните и относителните честоти съответно за КГ и ЕГ, хистограмите на разпределенията, както и сравнителна графика на натрупаните честоти. Резултатите от входящия тест в пети клас и изходящия в седми клас са показани в Табл. 4 и 5.

Входящ тест – 5 клас

Табл. 4

интервал	оценка	Контролна група			Експериментална група		
		честота	натрупана честота	относителна честота	честота	натрупана честота	относителна честота
0-3,99	2	6	6	0,12	6	6	0,12
4-5,99	3	10	16	0,32	4	10	0,2
6-9,99	4	13	29	0,58	19	29	0,58
10-13,99	5	15	44	0,88	19	48	0,96
14-16	6	6	50	1	2	50	1

Изходящ тест – 7 клас

Табл. 5

интервал	оценка	Контролна група			Експериментална група		
		честота	натрупана честота	относителна честота	честота	натрупана честота	относителна честота
0-3,99	2	10	10	0,20	1	1	0,02
4-5,99	3	2	12	0,24	3	4	0,08
6-9,99	4	16	28	0,55	11	15	0,29
10-13,99	5	17	45	0,88	22	37	0,73
14-16	6	6	51	1	14	51	1

След всеки проведен тест е извършен съдържателен анализ на резултатите на учениците по всяка задача и в двете групи (КГ и ЕГ) като е посочен процентът на учениците усвоили знанията и уменията на ниво учебна програма, допуснатите грешки, напредъкът или изоставането във всяка от групите. Установено е, че след прилагането на модела на обучение учениците от ЕГ се справят по-добре, отколкото в началото и по-добре от учениците в КГ в края на изследването със задачи от моделиране и такива с практико-приложен характер.

Проверено е дали разпределенията на данните са нормални, като е проверено дали са изпълнени едновременно неравенствата: $\frac{|Sk|}{SE(Sk)} < p$ и $\frac{|Ku|}{SE(Ku)} < p$,

където $SE(Sk)$ е стандартната грешка на Sk , а $SE(Ku)$ е стандартната грешка на Ku . При ниво на значимост $\alpha=0.05$, $p=1.96$, изчисленията показват верността на неравенствата, което означава, че данните от проведените тестове са нормално разпределени. Нормалността на разпределенията на данните е проверена и по още един начин – чрез теста на Шапиро-Уилк, който е приложим за извадки с по-малко от 2000 наблюдения. Нулевата хипотеза гласи H_0 : данните са нормално разпределени, докато алтернативната хипотеза е H_1 : данните не са нормално разпределени. За нормално разпределение значимостта на хипотезата H_0 при Шапиро-Уилк теста трябва да е $Sig.>0.05$, а Statistic близка до 1 (Табл. 6).

Tests of Normality Табл. 6

	Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.
ЕГ_вх_5	,960	48	,100
КГ_вх_5	,970	48	,248
ЕГ_изх_5	,974	48	,354
КГ_изх_5	,981	48	,641
ЕГ_вх_6	,976	48	,414
КГ_вх_6	,967	48	,191
ЕГ_изх_6	,963	48	,137
КГ_изх_6	,982	48	,658
ЕГ_вх_7	,962	48	,127
КГ_вх_7	,969	48	,240
ЕГ_изх_7	,961	48	,107
КГ_изх_7	,957	48	,074

Направено е заключението, че имаме **нормално** разпределение за всички извадки.

Приложен е Т-тест за проверка на **равенството на средните стойности**. По време на Т-тест нулевата хипотеза H_0 – средните стойности са равни, трябва да бъде потвърдена или отхвърлена, т.е. да се потвърди алтернативната хипотеза H_1 – средните стойности не са равни. За да се изпълни тази задача последователно се решават два проблема:

- ✓ Проверка на условието за равенство на дисперсията на зависимата променлива в двете сравнявани групи.
- ✓ Разкриване на връзката между изследваните променливи.

За целта е направен тест за значимостта за всички контролни работи. В Табл. от 6 до 18 са представени резултатите от него.

Independent-Samples T test (Табл. 7 и 8)

Входящ тест - 5 клас

Group Statistics

Табл. 7

Вх 5		N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
точки	ЕГ	50	8,5200	3,64350	,51527
	КГ	50	8,2000	3,95382	,55915

Independent Samples Test

Табл. 8

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
									Lower	Upper
точки	Equal variances assumed	,347	,557	,421	98	,675	,32000	,76037	-1,18892	1,82892
	Equal variances not assumed			,421	97,352	,675	,32000	,76037	-1,18905	1,82905

Таблицата с резултати показва два варианта на резултати с Т-тест в зависимост от равенството на дисперсиите на разпределение на тестваната променлива между групите:

1. Дисперсиите са равни (Equal variances assumed);
2. Дисперсиите не са равни (Equal variances not assumed).

Равенството на дисперсиите е проверено с помощта на Levene's Test (тест на Левин).

При проведения тест на Левин се проверява следната хипотеза: „Дисперсиите на разпределението на тестваната величина в различните групи са равни.” Верността на тази хипотеза се определя в зависимост от величината **Significance (Значимост)**. В нашия случай значимостта е 0.557 (виж от Табл. 6). Това означава, че нулевата хипотеза може да бъде отхвърлена с грешка от 56%, което е над приемливото ниво от 5%. Следователно нулевата хипотеза не може да бъде отхвърлена. Приемаме, че дисперсиите са равни или при избора на един от двата резултата на Т-test следва да изберем първия “Equal variance assumed”.

Т-тестът проверява верността на хипотезата: “Средните стойности в двете групи са равни.” Верността на тази хипотеза се проверява в зависимост от показателя „**Significance (2-tailed)**”. В нашия случай, този процент е 0.68, което означава, че нулевата хипотеза може да бъде отхвърлена с вероятност за грешка от 68%, и е по-висока от допустимото ниво (5%). Следователно, нулевата хипотеза не може да бъде

отхвърлена. Така може да се заключи, че разликата между средното ниво на двете групи тествани лица (8.52 и 8.20) **не е** статистически значима.

Изходящ тест – 5 клас (междинен тест 1)

Group Statistics

Табл. 9

изх 5		N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
точки	ЕГ	48	9,1146	3,97230	,57335
	КГ	48	7,0833	3,43067	,49517

Independent Samples Test

Табл. 10

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
									Lower	Upper
точки	Equal variances assumed	1,015	,316	2,681	94	,009	2,03125	,75758	,52705	3,53545
	Equal variances not assumed			2,681	92,050	,009	2,03125	,75758	,52664	3,53586

Работим с 95% доверителен интервал (допустима вероятност за грешка 5%).

Тест на Левин: $0.316 > 0.05 \Rightarrow$ приемаме H_0 : дисперсиите са равни.

T-test: $0.009 < 0.05 \Rightarrow$ отхвърляме H_0 : средните стойности са равни.

Разликата между средното ниво на двете групи тествани лица (9.11 и 7.08) **е** статистически значима.

Входящ тест – 6 клас (междинен тест 2)

Group Statistics

Табл. 11

вх 6		N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
точки	ЕГ	48	8,6667	3,34113	,48225
	КГ	48	7,3333	3,56301	,51428

Independent Samples Test

Табл. 12

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
									Lower	Upper
точки	Equal variances assumed	,212	,646	1,891	94	,062	1,33333	,70501	-,06649	2,73316
	Equal variances not assumed			1,891	93,614	,062	1,33333	,70501	-,06656	2,73323

Тест на Левин: $0.646 > 0.05 \Rightarrow$ приемаме H_0 : дисперсиите са равни.

T-test: $0.062 > 0.05 \Rightarrow$ приемаме H_0 : средните стойности са равни.

Разликата между средното ниво на двете групи тествани лица (8.67 и 7.33) **не е** статистически значима.

Изходящ тест – 6 клас (междинен тест 3)

Group Statistics

Табл. 13

изх 6		N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
точки	ЕГ	51	9,7843	3,84871	,53893
	КГ	51	8,0588	3,81267	,53388

Independent Samples Test

Табл. 14

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
									Lower	Upper
точки	Equal variances assumed	,004	,951	2,275	100	,025	1,72549	,75860	,22045	3,23053
	Equal variances not assumed			2,275	99,991					

Тест на Левин: $0.951 > 0.05 \Rightarrow$ приемаме H_0 : дисперсиите са равни.

T-test: $0.025 < 0.05 \Rightarrow$ отхвърляме H_0 : средните стойности са равни.

Разликата между средното ниво на двете групи тествани лица (9.78 и 8.06) е статистически значима.

Входящ тест – 7 клас (междинен тест 4)

Group Statistics

Табл. 15

		N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
точки	вх 7				
	ЕГ	50	10,1000	3,87693	,54828
	КГ	50	8,8000	3,56285	,50386

Independent Samples Test

Табл. 16

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
									Lower	Upper
точки	Equal variances assumed	,302	,584	1,746	98	,084	1,30000	,74464	-,17772	2,77772
	Equal variances not assumed			1,746	97,309					

Тест на Левин: $0.584 > 0.05 \Rightarrow$ приемаме H_0 : дисперсиите са равни.

T-test: $0.084 > 0.05 \Rightarrow$ приемаме H_0 : средните стойности са равни.

Разликата между средното ниво на двете групи тествани лица (10.10 и 8.80) не е статистически значима.

Изходящ тест – 7 клас

Group Statistics

Табл. 17

		N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
точки	изх 7				
	ЕГ	51	10,7941	3,54708	,49669
	КГ	51	8,8824	4,44363	,62223

Independent Samples Test

Табл. 18

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
									Lower	Upper
точки	Equal variances assumed	3,156	,079	2,401	100	,018	1,91176	,79616	,33220	3,49133
	Equal variances not assumed			2,401	95,319					

Тест на Левин: $0.079 > 0.05 \Rightarrow$ приемаме H_0 : дисперсиите са равни.

T-test: $0.018 < 0.05 \Rightarrow$ отхвърляме H_0 : средните стойности са равни.

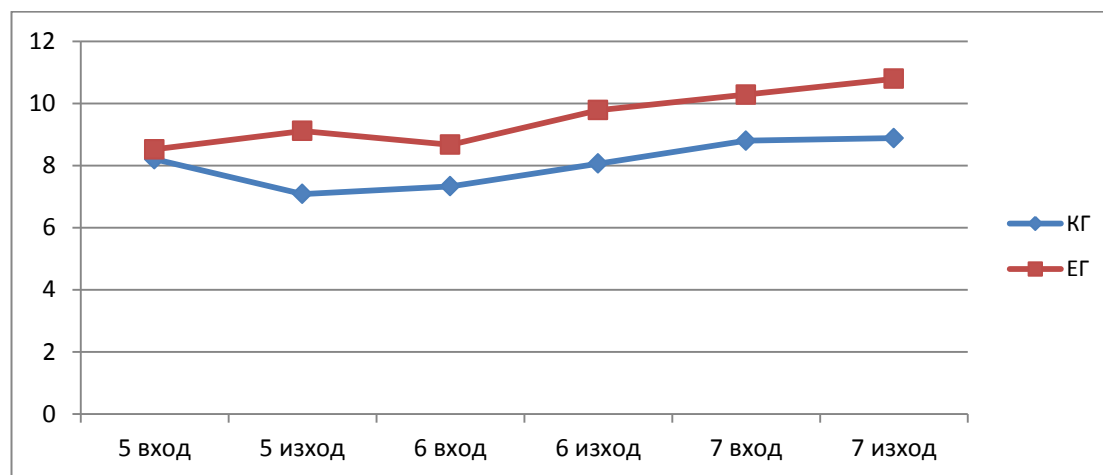
Разликата между средното ниво на двете групи тествани лица (10.79 и 8.88) е статистически значима.

Равенството на средните стойности е проверено и чрез теста на Ман-Уитни-Уилкоксън, който е непараметричен аналог на Т-тест за независими извадки и може да се използва, когато не допускаме, че зависимата променлива е нормално разпределена интервална променлива. Резултатите от Т-теста са потвърдени.

Обобщени данни за изследването:

Табл. 19

Точки	5 вход	5 изход (межд. тест 1)	6 вход (межд. тест 2)	6 изход (межд. тест 3)	7 вход (межд. тест 4)	7 изход
КГ	8,2	7,08	7,33	8,06	8,8	8,88
ЕГ	8,52	9,11	8,67	9,78	10,28	10,79



Фиг. 2

Изводи от проведения експеримент: Организираното обучение на учениците от ЕГ допринесе за формирането у тях на умения за прилагане на основните математически знания в практически ситуации, в задачи от бита и ежедневието. Освен това се повиши техния интерес към предмета, преодоляха страха си от непознатите и по-нестандартни задачи, чието решаване вече приемаха като предизвикателство. Учителите, с които е проведена подготовката и експеримента, оценяват положително не само резултатите на учениците си, но и отчитат промяна на тяхното отношение към предмета. Много от отбелязаните след входящите тестове пропуски вече са попълнени.

При обучението по Вариант А (характерен за традиционното обучение) учениците се ръководиха предимно от схемата „опит-грешка”, докато учениците, обучавани по Вариант Б, в резултат на по-задълбоченото усвояване на знанията, започнаха да проявяват и творческа активност. Опитваха се да търсят различни начини за решаване на задачите, да оценяват рационалността на решенията, да съставят сами математически задачи, което им носеше по-голямо удовлетворение от обучението по предмета.

От диаграмата (Фиг. 2) е видно, че макар и по-висок резултатът от входните тестове в 6 и 7 клас на учениците от ЕГ в сравнение с тези от КГ, той е статистически неразличим. От това може да се направи заключението, че формирането на мотивационната дейност на обучаемите трябва да бъде един непрекъснат процес на въздействие върху тях от страна на учителя. След прекъсване на това въздействие мотивацията в известна степен се понижава, а оттам и резултатите от обучението.

Въз основа на направения количествен и качествен анализ на получените при изследването резултати можем да се каже определено, че разработената система от задачи е приложима. Хипотезата на изследването е потвърдена и поставените цели са изпълнени.

Заключение

Изследването показва, че ефективни начини за формирането на положителна вътрешна мотивация у учениците за изучаването на математика са: използването на различни методи и похвати на обучение, разнообразяване на учебното съдържание и повишаване на степента му на увлекателност, добронамереност и съпричастност от страна на учителя, който умело да си партнира със своите ученици, да ги насърчава и поощрява в техния труден път към познанието. В настоящата работа сме използвали различни начини за формиране на мотивационната дейност на учениците: чрез логически свързани поредици от задачи, задачи с приложен характер – от бита и ежедневието; иновативни методи и технологии за обучение - игри със и без състезателен характер, проектно базирано обучение, екипна работа, използване на информационните технологии и т.н. Освен това сме се стремили да научим учениците да намират и систематизират информация по даден проблем, която да умеят да представят пред публика; да могат да осъществяват вътрешнопредметни и междупредметни връзки; самостоятелно да придобиват знания; да се приучават към изследователска работа; да превръщат обучението в творчески процес.

Съобразявайки се с целите, които стояха пред нас (създаване на интерес и позитивни нагласи към изучаването на математиката), се стремяхме да формираме креативно математическо мислене, умения за прилагане на математическите знания в ежедневието, умения за групов и екипна работа, положихме усилия за хуманизиране на процеса на проверка и оценка на знанията, т.е. да оценяваме обективно, позитивно и стимулиращо, да превърнем учениците в наши партньори, които да наставяваме и подпомагаме в процеса на обучение, с цел съзнателно усвояване на математически знания и създаване на трайни умения. Изследването показва, че формирането на мотивационната дейност на учениците трябва да бъде добре обмислен, целенасочен и непрекъснат процес на педагогическо въздействие от страна на учителя.

АВТОРСКА СПРАВКА ЗА ПРИНОСИТЕ НА ДИСЕРТАЦИОННОТО ИЗСЛЕДВАНЕ

Основните приноси се свеждат до:

Научни:

1. Дефинирано е понятието мотивационна дейност като е изяснен процесът на формиране на тази дейност.
2. Конструиран е технологичен модел за формиране на мотивационната дейност на учениците в обучението по математика, като са обособени пет начина за формиране на положителна мотивация у учениците и са посочени средствата за реализирането на тези начини.

Научно-приложни:

3. Разработена е и е апробирана система от дейности, които приложени в обучението по математика в 5., 6. и 7. клас водят до повишаване на мотивацията и на интереса учениците към предмета математика, като е доказана ефективността ѝ.

4. Разработена е и е апробирана система от задачи за провокиране на познавателния интерес, за формиране на умения за прилагане на наученото в практиката и ежедневието, както и активиране на творческото мислене на учениците.

5. Изработени са критерии, показатели и инструментариум за отчитане на резултатите от обучението на ученици от 5. до 7. клас.

Връзки между приносите, задачите, мястото на описание в дисертационния труд и направените публикации:

Принос	Задачи	Параграф	Публикации
1	1, 2	1.1, 1.2, 1.3	
2	3, 4	1.4, 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, 2.5, 2.6, 2.7	11, 12, 13, 23, 24, 31, 37, 34
3	3, 4	2.2, 2.3, 2.4, 2.5, 2.6, 2.7, 3.1, 3.2, 3.3	12, 13, 14, 31, 23, 24, 37, 34
4	3, 5	2.2, 2.3, 2.4, 2.5, 2.6, 2.7, 3.1, 3.2, 3.3	12, 13, 23, 24, 31, 34, 37
5	6	3.1, 3.2, 3.3	13, 14, 23, 24, 34, 37

ПЕРСПЕКТИВИ ЗА РАЗВИТИЕ

Главният извод, който може да се направи е, че поставените цели и задачи в настоящия дисертационен труд са изпълнени.

1. Разработеният модел в перспектива може да бъде приложен за обучение на ученици от 8 клас и такива от гимназиалния етап.

2. Идеите, залегнали в дисертационния труд, да се приложат при разработването на новите теми по новите учебни програми по математика от 5. до 7. клас.

3. Да се увеличи броят на учениците, включващи се активно в извънкласни форми на обучение и на изява по математика.

СПРАВКА ЗА ПУБЛИКАЦИИТЕ ПО ТЕМАТА:

Апробация:

I. Четиридесет и четвърта пролетна конференция на СМБ „Математика и математическо образование“ - стратегии и практики“, 02-06 април 2015, Боровец.

1. Рангелова П. З. Данаилова. Формиране на мотиви за учебна дейност при изучаване на понятието „отношение“. Доклади на 44 пролетна конференция по математика, Математика и математическо образование, 2015. с. 101-105, ISSN 1313-3330.

II. Научно-практически форум „Иновации в обучението и познавателното развитие“, 02 – 04 септември 2015, Бургас.

2. Данаилова, З., Маврова, Р., Христова, Г. Математиката в народното творчество. Образование и технологии, Бургас, 2015, кн. 6. 115-117. ISSN 1314–1791.

3. Старибратов, И., Данаилова, З. Мотивиране на учениците чрез използване на новите технологии. Образование и технологии, Бургас, 2015, кн. 6. 108-110. ISSN 1314–1791.

Публикувани статии в списания:

4. Данаилова З. Пет мита за математиката и обучението по предмета, демотивиращи учениците. Образование, ИК „Образование“, София, кн. 1, 2015, 5-10, ISSN 0861-475X.

5. Данаилова З. И. Старибратов. Извънкласните дейности по математика-различната форма за мотивиране на учениците. Математика и информатика. София, 2016, кн. 1, 2016. 73-82, ISSN 1310-2230.

6. Данаилова З., Р. Маврова, П. Рангелова. Формиране на мотиви за учене чрез проверка и оценка на знанията и уменията на учениците. Образование, ИК „Образование“, София, кн. 4, 63-73, 2015, ISSN 0861-475X.

7. Маврова Р., З. Данаилова, Ролята на емоциите на учениците при мотивацията им в обучението по математика. Математика и информатика, София, 2015, т. 58, 1, 69 – 75. ISSN 1310-2230.

8. Маврова Р., П. Рангелова, З. Данаилова. Мотивационните задачи в обучението по математика. Математика и информатика, София, 2015, т. 60, 3, 300-311. ISSN 1310-2230.

9. Danailova-Stoynova Z. The introduction of creativity in mathematics teaching techniques. Educations without borders – objectives, realization, ambitions, St. Zagora, 2015, Vol. 3, 1, p. 2 – 10. ISSN 2367-654X.

Декларация

от Зара Георгиева Данаилова-Стойнова
докторант на самостоятелна подготовка към катедра „Обучение по математика,
информатика и информационни технологии“ на Факултета по математика и
информатика при ПУ „Паисий Хилендарски“

Във връзка с провеждането на процедура за придобиване на образователната и научна степен „доктор“ в Пловдивския университет ”Паисий Хилендарски” и защита на представения от мен дисертационен труд декларирам:

Резултатите и приносите на проведеното дисертационно изследване, представени в дисертационния ми труд на тема **„Формиране на мотивационната дейност на учениците в обучението по математика“** са оригинални и не са заимствани от изследвания и публикации, в които нямам участия.

ДЕКЛАРАТОР :.....

23.03.2016 г.

/Зара Данаилова-Стойнова/

гр. Пловдив

Благодарности

Изказвам най-сърдечна благодарност на научните си ръководители проф. д-р Пенка Рангелова и доц. д-р Румяна Маврова за съдействието и помощта при разработването на настоящата дисертация. Също така и на д-р Десислава Войникова, която помогна за значителното подобряване на изложението на дисертационния труд.

БИБЛИОГРАФИЯ

1. Айсмонтас Б. Педагогическая психология. МГППУ, Москва, 2004. ISBN 5-98733002-5.
2. Амонашвили Ш., Воспитательная и образовательная функция оценки учения школьников. Педагогика, Москва, 1984.
3. Андреев М., Дидактика. Народна просвета, София 1984.
4. Андреев М., Оценяването в училище. Св. Климент Охридски. София, 1995. ISBN 954-07-0638-6.
5. Арnaudова Л., Относно някои методи за проверка и оценка на знанията на учениците. Обучението по математика, София, бр. 2, 1982, с. 31-34, ISSN 1310-2230.
6. Бижков Г., В. Краевски. Методология и методи педагогическите изследвания. Св. Кл. Охридски, София, 2007. ISBN 978-954-07-2639-7.
7. Божович Л. Личность, и ее формирование в детском возрасте. Питер, Санкт Петербург, 2008. ISBN 978-5-91180-846-4.
8. Бъчева С., Проверката и обратната информация в обучението. Народна просвета, София, 1981.
9. Гордашников В. А. Осин. Образование и здоровье студентов медицинского колледжа. Академия естествознания, Москва, 2009. ISBN 978-5-91327-045-0.
10. Гюрова В. Управление на нагласите и мотивацията на учениците за учене, Педагогика, т. 86, 2014, с. 328-341, ISSN 0861-3982.
11. Данаилова З. Пет мита за математиката и обучението по предмета, демотивиращи учениците. Образование, ИК „Образование“, София, кн. 1, 2015, с. 5-10. ISSN 0861-475X.
12. Данаилова З. Формиране на мотиви за учене чрез проверка и оценка на знанията и уменията на учениците. Образование, ИК „Образование“, София, 2015, с. 63-73. ISSN 0861-475X.
13. Данаилова, З., Маврова, Р., Христова, Г. Математиката в народното творчество. Образование и технологии, Бургас, 2015, кн. 6. с. 115-117. ISSN 1314-1791.
14. Данаилова, З. И. Старибратов. Извънкласните дейности по математика - различната форма за мотивиране на учениците. Математика и информатика. София, 2016, кн. 1, с. 73-82, 2016. ISSN 1310-2230.
15. Ильин Е. Мотивация и мотивы. Питер, Санкт Петербург, 2011. ISBN 978-5-459-00574-5.
16. Ильина Т. Педагогика. Просвещение, Москва, 1984. ISBN 5-ПЕ-КУ-ИЛ-
17. Кирилова И. Развитие на мотивацията за постижения чрез природонаучното обучение в началното училище. Педагогика, кн. 4, София, 2013, с. 531-539, ISSN 0861-3982.
18. Ковалев А. Психология личности. Просвещение, Москва, 1969.
19. Ковалев В. Мотивы поведения и деятельности. Наука, Москва, 1988. ISBN 5-02-013719-7.
20. Костова З. Как да създадем нагласа за учене. Иновации в обучението. Педагог 6, София, 2000, ISBN 954-8249-51-0.
21. Леонтиев А. Деятельность. Сознание. Личност. Политиздат, Москва. 1975.

22. Лозанов Ч., Т. Витанов, А. Калчева, Математика – 5. клас. Анубис, София, 2011. ISBN 978-954-426-690-5.
23. Маврова, Р., П. Рангелова, З. Данаилова. Ролята на емоциите на учениците при мотивацията им в обучението по математика, Математика и информатика, София, 2015, т. 58, 1, с. 69 – 75. ISSN 1310-2230.
24. Маврова, Р., П. Рангелова, З. Данаилова. Мотивационните задачи в обучението по математика, Математика и информатика, София, 2015, т. 60, 3, 300-311. ISSN 1310-2230.
25. Магомед-Эминов М. Трансформация на личността. Психоаналитической Ассоциации, Москва, 1998. ISBN 5-892000-002-8.
26. Маркова А. Формирование мотивации учения в школьном возрасте. Просвещение, Москва, 1983.
27. Маслоу Е. Мотивация и личност. Кибеа, 2010. ISBN 954-474-248-4.
28. Матюхина М. Т. Михальчик, Н. Прокина. Возрастная и педагогическая психология. Просвещение, Москва, 1984. ISBN 5-93134-195-1.
29. Паскалева З., Г. Паскалев, М. Алашка. Математика – 5. клас. Архимед. 2013, ISBN: 978-954-779-064-3.
30. Петкова С. и др. Математика-5. клас. Просвета, София, 2006. ISBN 978-954-01-1862-8.
31. Рангелова П., З. Данаилова. Формиране на мотиви за учебна дейност при изучаване на понятието „отношение“. Доклади на 44 пролетна конференция по математика, Математика и математическо образование, 2015. с. 101-105, ISSN 1313-3330.
32. Маврова Р. П. Рангелова. Емоциите в обучението по математика. Коала прес, Пловдив, 2013. ISBN 978-954-9455-93-9.
33. Рубинщайн С. Основы общей психологии. Питер, Санкт Петербург, 1999. ISBN 5-314-000164.
34. Старибратов И., Данаилова, З. Мотивиране на учениците чрез използване на новите технологии. Образование и технологии, Бургас, 2015, кн. 6. 108-110. ISSN 1314-1791.
35. Файзуллаев А. Мотивационная саморегуляция личности. Фан, Ташкент, 1987.
36. Хекхаузен Х. Мотивация и деятельность. Питер, Санкт Петербург, Смысл, 2003. ISBN 5-94723-389-4.
37. Danailova-Stoynova, Z. The introduction of creativity in mathematics teaching techniques. Educations without borders – objectives, realization, ambitions, St. Zagora, 2015, Vol. 3, 1, p. 2 – 10. ISSN 2367-654X.