

## РЕЦЕНЗИЯ

на дисертационен труд на тема

### **„Формиране на знания и умения за трансформации в Евклидовата равнина чрез комплексни числа в средното училище”**

за присъждане на образователната и научна степен „доктор” в Област на висше образование

**1. Педагогически науки**, професионално направление 1.3. **Педагогика на обучението по ...**, Докторска програма **„Методика на обучението по математика”**, Факултет по математика и информатика на Пловдивски университет „Паисий Хилендарски”

Име на дисертанта: **Катерина Лазар Аневска**

Форма на обучение: самостоятелна

Научни ръководители: **проф. д.п.н. Сава Иванов Гроздев** и **проф. д-р Пенка Петрова Рангелова**

Рецензент: **проф. д-р Здравко Вутов Лалчев**, Софийски университет “Св. Климент Охридски”

Настоящата рецензия е изготвена на основание заповед № Р33-1822/20.05.2015 г. на Ректора на Пловдивски университет “Паисий Хилендарски”, по решение на ФС на Факултета по математика и информатика и в съответствие с чл. 4 от Закона за развитие на академичния състав в Република България и чл. 2 (8) от Правилника за прилагане на Закона и Правилника за развитие на академичния състав на Пловдивския университет “Паисий Хилендарски”.

### **1. Общо описание на представените материали**

Представеният от Катерина Лазар Аневска комплект материали (на хартиен и на електронен носител) е в съответствие с чл. 36 (1) от Правилника за развитие на академичния състав на Пловдивския университет. Комплектът включва следните документи: Молба до Ректора на Пловдивския университет „Паисий Хилендарски” за разкриване на процедурата за защита на дисертационен труд; Автобиография в европейски формат; Диплома за образователно-квалификационна степен „магистър“ от The First Private FON University – Skopje; Заповед на Ректора на Пловдивския университет за зачисляване в докторантура на самостоятелна подготовка; Заповеди за провеждане и протоколи за успешно положени докторантски минимум и изпит по специалността (ПУ „Паисий Хилендарски“, Факултет по математика и информатика, оценка „отличен “); Заповед за отчисляване с право на защита (ПУ „Паисий Хилендарски“); Протоколи от катедрени съвети, свързани с докладване на готовност за откриване на процедурата и с предварително обсъждане на дисертационния труд; Заповед на Ректора за разширяване на състава на Катедрения съвет; Дисертационен труд с декларация за оригиналност; Автореферат; Списък на научните публикации по темата на дисертацията; Копия на научните публикации; Декларация за оригиналност и достоверност на приложените документи; Справка за спазване на специфичните изисквания на ФМИ при ПУ от ПРАС на ПУ за придобиване на образователна и научна степен „доктор“.

Комплектът е пълен и документите в него са надлежно подредени в съответствие с приложения списък.

## **2. Кратки биографични данни за докторанта**

Катерина Лазар Аневска е родена на 11.09.1975 г. През 1995 година, след завършване на специалността „Информатика” на Природо-математическа гимназия „Раде Йовчевски – Корчагин“ в Скопие, постъпва в Природо-математическия факултет на Скопския университет „Св. Св. Кирил и Методий“. През 2001 г. завършва университета с професионална квалификация „преподавател по математика“. През 2009 – 2011г. учи информатика и математика във Факултета по информатика на ФОН Университет, Скопие и придобива квалификацията „магистър по информатика“. От 11. 07. 2014 г. до 22. 04. 2015 г. Катерина Аневска е докторант на самостоятелна подготовка към катедра “Обучение по математика, информатика и информационни технологии” на Факултет по математика и информатика на Пловдивския университет с докторска програма по Методика на обучението по математика.

От 2002 до 2008 г. Катерина Аневска работи като информатик – съветник по информационни технологии и оператор на база данни в Министерството на отбраната на Република Македония. От 2009 до 2012 г. работи като преподавател по математика в 5-та Частна гимназия, Скопие. От 2012 г. е асистент по математика във факултета по информатика на ФОН Университет, Скопие. Има 13 години трудов стаж.

Катерина Аневска владее отлично английски език. Работи по проекти, свързани с образованието. През 2014 г. е главен координатор на програмата Edubuntu и Модернизация на образованието (проекти, финансирани от Министерството на образованието и науката, съответно през 2009 и 2010 г.). Уредник е математическото списание „Нумерус“, издател СММ, Скопие.

Катерина Аневска е професионален информатик и притежава високи технически умения и компетенции в областта на информационните и комуникационни технологии (Oracle 10g: Introduction to SQL, Oracle Database 10g: Program with PL/SQL, Oracle AS Discoverer, 10g: Create Queries & Reports, Oracle Discoverer Administration 10g: Develop an EUL, Oracle Database 10g: Develop Applications Using HTML DB, Oracle Reports Developer 10g: Build Reports, 2559 Introduction to VB. Net, Microsoft VB 6.0, Introduction to Arc View 3, Personal Management Information System, HeRMeS-Designer)

Както се вижда от биографичната справка, Катерина Аневска изучава, работи, развива се и се усъвършенства в областта на информатиката и математиката, и тяхното преподаване в училище. Тя притежава отлична обща и специална теоретична подготовка, богат организационен, научно-изследователски и педагогически опит в обучението по математика и информатика. Притежава отлични компютърни умения, езикова компетентност и опит за работа в екип.

## **3. Оценка на актуалността на темата и значимостта на поставените цели**

Известно е, че в последните години, независимо от стремителното развитие на информационните технологии, готовността, а също и мотивите на учениците от средното училище да продължат своето образование в областта на техническите науки, силно намаляват. Не е тайна, че техническите университети нямат голям избор в приема на студенти, поради малкия брой на кандидатите. Една от причините за ниската готовност на бъдещите студенти за изучаване на техническите дисциплини е силната диференциация на предметите от природно-математическия цикъл в училище. В тази връзка авторът на настоящото изследване вижда част от решението на проблема в подобряване интеграцията на

знанията в часовете по математика, в резултат на която учениците ще придобият по-трайни и приложими знания в областта на математиката, техниката и технологиите. Особено внимание заслужава предложеният оригинален (и малко очакван) подход за вътрешно-предметна интеграция, в основата на който се намира разделът „Комплексни числа“. Интересното е и това, че до този момент посоченият раздел се изучава изолирано (доколкото се изучава) от другите части на съдържанието на училищния курс по математика, както и това, че не са аргументирани убедително мотивите за неговото включване в учебния план за последните класове на природо-математическите гимназии.

На този фон темата на дисертацията е актуална, тъй като повдига въпроса за реформиране на обучението по математика в практико-приложна посока, което кореспондира с посоката на световните образователни тенденции. От друга страна комплексните числа са теоретична математическа база на фундаментални технически направления, едно от които електрическото – физическата основа на съвременната информатика и електронни информационни технологии.

Целите, хипотезите и задачите на изследването са непосредствено свързани с необходимостта от разработване, апробиране и внедряване на адекватна методика за изучаване на комплексните числа и аналитичните преобразувания на Евклидовата равнина в последните класове на природо-математическия профил на гимназията.

В настоящето изследване Катерина Аневска обобщава своите знания и опит като информатик и математик-преподавател в средното училище и разработва проект за изучаване в природо-математическото направление на гимназията нова избираема математическа дисциплина - *Геометрия на комплексните числа*. Целта на новата дисциплина е от една страна учениците да придобият задълбочени знания за комплексните числа и техните приложения в практиката и в науката, а от друга страна - новата дисциплина да послужи като основа за интеграция на голяма част от математическите знания и техните приложения, изучавани в училище.

#### **4. Характеристика, анализ и оценка на дисертационния труд**

Дисертационният труд на Катерина Аневска на тема „**Формиране на знания и умения за трансформации в Евклидовата равнина чрез комплексни числа в средното училище**” е обсъден и насочен за защита на разширено заседание на катедра „Обучение по математика, информатика и информационни технологии“ при Факултета по математика и информатика на ПУ „Паисий Хилендарски“.

Трудът съдържа 156 стандартни страници основна част и 19 приложения. Библиографията включва 104 източника, от които 54 на латиница и 50 на кирилица. В този списък са включени трудове на авторитетни македонски, български, руски и американски учени по математика и по методика на математиката. Дисертацията е композирана в уводна част, Глава първа, Глава втора, Глава трета – Изследвания, Заключение. Работата съдържа необходимите компоненти на докторска дисертация и е разработена в съответствие с изискванията за научно-методическо изследване.

Авторефератът съдържа 37 нестандартни (с повече от 30 реда) страници, като е спазена традиционната структура. Същият представя кратко и точно съдържанието на дисертационния труд и резултатите от проведения дидактически експеримент. В него са конкретизирани мотивите, целта, обекта, предмета, хипотезите и методите на изследването, посочена е авторска справка за приносите и публикациите на Катерина Аневска по темата на

дисертацията. Авторефератът отразява вярно основните резултати, постигнати в дисертационното изследване.

В уводната част на дисертационния труд са уточнени целите на изследването, обособени в четири направления – научно, теоретично, методично и практическо. Посочени са обекта и предмета на изследователската дейност и са формулирани общо шест работни хипотези – две основни и четири помощни. Хипотезите са свързани с разработената експериментална програма за изучаване на нова математическа дисциплина – геометрия на комплексните числа.

В първа глава (Знанието и неговото оценяване) е направена класификация на знанието (декларативно и процедурно), свързана с уменията на основата на характеристиките на Лърнър. Направен е кратък преглед на функциите на проверката, както и видовете проверка според времето на провеждане. Представени са стандартите за оценяване на учениците в Република Македония. Интересен момент в тези стандарти е това, че те са изградени в съответствие с таксономията на Блум и са посочени горните граници в проценти, които може да достигне ученикът във всяко от четирите нива на таксономията. В параграфа „Диференциация и интеграция на обучението“ са посочени характерни примери за вътрешно-предметна интеграция на обучението на основата на използване на комплексни числа и междупредметна интеграция математика-биология (комбинаторика, теория на вероятностите, статистика - генетика).

Втората глава (Методични бележки за усвояване на геометрията на комплексните числа) е съществената част от дисертационния труд. В тази глава е разработена подробно експериментална програма за изучаване на комплексните числа в средното училище. Представената учебна програма отразява концепцията за осъвременяване на математическото образование чрез интегриране на идеята за алгебризация на училищната геометрия и геометризация на училищната алгебра. Известно е, че изучаването на аналитична геометрия или векторна алгебра в училищния курс по математика може да се разглежда като реализация на посочената концепция, но само в определена степен. Векторният апарат е „силен“ в праволинейната геометрия и е малко подходящ за геометрията на окръжностите. Прецизният инструментариум на комплексните числа позволява да се излезе от геометрията на правите и да се достигне с лекота до геометрията на окръжностите, което е изключително трудоемко да се направи с помощта на векторни или координатни средства заради сложните алгебрични преобразувания. И не само това, чрез разработката на Катерина Аневска се възражда позабравената идея за геометричните преобразувания в училищния курс по математика, но на нова основа – основата на трансформациите на комплексните числа. Разбира се, това става за сметка на усвояване на по-сложен математически апарат, например експоненциалната форма на комплексното число, но затова докторантът предлага и определена методика.

Във втора глава е изложена методиката, разработена от автора за изучаване на геометрията на комплексните числа. Предложена е и методика, която досега няма аналог в училищното математическо образование за въвеждане на експоненциален запис на комплексно число и формулата на Ойлер. Направена е връзката между метода на координатите и комплексните числа и са дефинирани трансформации в евклидовата равнина посредством операциите с комплексни числа. Предложена е методика за изучаване на инверсното преобразуване, както и стереографската проекция. Специално място е отделено на геометрията на триъгълника и окръжността. В предложената програма се срещат

теоремите на Лайбниц, Стюарт, Аполоний, Лагранж, Птоломея, Дезарг и Паскал, Чева и Ван-Обел, точките на Жергон, Нагел, права на Симпсън – изобщо забележителните елементи от геометрията на триъгълника.

Достойнство на предложената методика е, че при нейното прилагане учениците достигат до етап, в който могат да решават и нестандартни (олимпийски) задачи по метода на комплексните числа.

В последния параграф на Втора глава е показано как комплексните числа могат да бъдат основа на вътрешно-предметна интеграция в обучението по математика.

Оценявам високо учебната програма и предложената методика на Катерина Аневска, още повече, че тя има компетенциите да разработи и подходяща съвременна технология или както тя я нарича информационна поддръжка за изучаване на геометрията на комплексните числа. Геометрията на комплексните числа е специализирана учебна дисциплина, която отговаря на интересите на учениците с ориентация към математическите и техническите науки и същевременно интегрира в себе си концептуално алгебрата и геометрията на училищния курс по математика. Нейното изучаване допринася за включване на учениците в по-високите образователни равнища и осъществява успешен преход към математиката в математическите и техническите факултети.

Основните постановки от дисертационното изследване са апробирани чрез проведено експериментално обучение с две групи ученици от трета и четвърта година в природо-математическа гимназия в Скопие. В експеримента участват ученици, които са избрани на доброволен принцип. Методиката на експерименталното изследване и резултатите от него са описани подробно в Трета глава на дисертационния труд. Всяка експериментална проверка включва два основни момента - оценка валидността на теста (нормалното разпределение) и сравняване на постиженията на учениците от експерименталната група и от контролната група. Хипотезата, че постиженията на учениците имат нормално разпределение е проверена с помощта на надежден статистически инструментариум – тест на Колмогоров-Смирнов. В резултат на математико-статистическите измервания е потвърдена хипотезата, че експерименталната програма позволява придобиване на по-високи и по-трайни знания и умения, необходими за включване на учениците в по-високите нива на образование.

С цел проверка на втората основна хипотеза (за интегративните качества на комплексните числа) са анкетирани 75 учители в средното училище (от 10 въпроса) и 60 студенти от факултетите по информатика и по архитектура (5 въпроса). Резултатите от анкетното проучване потвърждават хипотезата, че експерименталната програма повишава вътрешно-предметната интеграция на обучението по математика.

### **5. Преценка на публикациите по дисертационния труд**

По темата на дисертацията са представени 9 публикации, от които осем на английски и една на македонски език. Три от публикациите са доклади, пет статии и едно учебно пособие. Докладите са отпечатани в сборници на математически конференции на Съюза на математиците в Македония (1), на Съюза на математиците в България (1) и в материалите на Международна конференция по образование и технологии в Прага (1). Статиите са публикувани или приети за печат в национални или международни списания по математика, информатика и образование. Българското научно списание „Математика и информатика“ също помества една от статиите на докторанта. Учебното пособие е прието за печат в българското издателство за учебна литература по математика „Архимед“. В две от

публикациите Аневска е първи автор, в четири е втори автор, и в две е трети автор и една публикация е самостоятелна. Публикациите засягат основни проблеми по темата, свързани с изучаване на комплексните числа в училище и допълват идейно и съдържателно дисертационното изследване.

Разглеждам публикациите като допълнение към дисертационния труд и успешна апробация на методическата концепция, заложена в него.

В заключение ще кажа, докторантът Катерина Аневска има достатъчен брой публикации по темата на дисертацията и в допълнение ще отбележа, че нейните публикации по темата Обучението по математика и информатика са общо 21.

## **6. Приноси и значимост на дисертационния труд за науката и практиката**

Идеята да се създаде и апробира нова математическа дисциплина *Геометрия на комплексните числа* сама по себе си е оригинална и представлява принос в методиката на обучението по математика.

В дисертацията е разработена учебна програма за въвеждане и изучаване на предмета *Геометрия на комплексните числа*. Направен е сравнителен анализ на традиционния подход и на новия подход (с помощта на комплексни числа) за изучаване на геометричните преобразувания в равнината. Предложена е методика за въвеждане на експоненциален запис на комплексно число и методика за изучаване на геометричните преобразувания в равнината, на геометрията на триъгълника и геометрията на окръжностите с помощта на комплексни числа за целите на обучението по математика в средното училище. Показана е и възможността за вътрешно-предметна интеграция на училищната математика на основата на комплексните числа.

В своето изследване Катерина Аневска представя една възможност за плавен преход между математиката от средното училище и математиката на математическите, техническите и технологичните висши учебни заведения. Разработеният модел за обучение и представените в дисертацията резултати от изследователската работа могат да бъдат използвани в учителската практика в подготовката по математика на ученици и кандидат-студенти за постъпване в математически, технически и технологични факултети на университетите.

Чрез публикациите по темата резултатите от дисертационния труд са популяризирани и са направени достояние на научната общност.

## **7. Критични забележки и препоръки**

Бележките ми са свързани по-скоро със стила и формата, отколкото със съдържанието на дисертационния труд. Мисля, че част от хипотезите могат да бъдат обобщени, а други да бъдат формулирани като изводи. Преминаването от първа към втора глава е скокообразно. Първа глава на изследването е посветена на психолого-дидактически проблеми, свързани с обучението като цяло (Знанието и неговото оценяване). Докато предметът на втората глава е частно методически (Методически бележки за усвояването на геометрията на комплексните числа). Логическата отдалеченост между общността на първата и конкретността на втората глава налага необходимост от свързващо звено, което да намали височината на прехода.

Бих препоръчал при следващите преработки да се изведе по-ясно връзката между предмета на изследване в първа и втора глава, а при редакции на труда на български език да бъдат отстранени някои неточности, като: „напреднали знания“ вместо „задълбочени знания“, „подредени двойки“, вместо „наредени двойки“ и други. ( В текста се срещат и

термини, които не са общоприети в методическата литература на български език, например „рандеман“, „френквентност“, „флексибилност“ и други.)

## **8. Заключение**

Дисертационният труд на Катерина Лазар Аневска на тема „**Формиране на знания и умения за трансформации в евклидовата равнина чрез комплексни числа в средното училище**“ отговаря на изискванията на Закона за развитие на академичния състав в Република България (ЗРАСРБ), Правилника за прилагане на ЗРАСРБ и съответния Правилник на ПУ „Паисий Хилендарски“. Представените материали и дисертационни резултати съответстват на специфичните изисквания на Факултета по математика и информатика, приети във връзка с Правилника на ПУ за приложение на ЗРАСРБ.

Дисертационният труд показва, че докторантът Катерина Лазар Аневска **притежава** задълбочени теоретични знания и професионални компетенции по научна специалност **Методика на обучението по математика**, както и необходимите качества и умения за самостоятелно провеждане на научно изследване.

Въз основа на гореизложеното убедено давам своята **положителна оценка** за проведеното изследване, представено в рецензираните по-горе дисертационен труд, автореферат, постигнати резултати и приноси, и **предлагам на уважаемото научно жури да присъди образователната и научна степен “доктор”** на Катерина Лазар Аневска в област на висше образование: област 1. **Педагогически науки**, професионално направление 1.3. **Педагогика на обучението по ...**, докторска програма „**Методика на обучението по математика**“.

15.06.2015 г.

София

Рецензент:

(проф. д-р Здравко Вутов Лалчев)