

СТАНОВИЩЕ

от д-р Ангел Борисов Дишлиев, професор в ХТМУ-София
на дисертационен труд за присъждане на научна степен „доктор на науките“

Област на висше образование: 4. Природни науки, математика и информатика;

Професионално направление: 4.5. Математика;

Научна специалност: Математически анализ;

Автор на дисертационния труд: проф. д-р Петко Димитров Проинов – Пловдивски университет „Паисий Хилендарски“ (ПУ);

Тема: Апроксимиране на неподвижни точки и приложения за числено решаване на нелинейни уравнения

При изготвяне на моето становище ще се придържам към образеца, представен на страницата на ПУ.

1. Общо представяне на процедурата и дисертанта

Със заповед № РЗЗ-464 от 03.02. 2015 г. на Ректора на Пловдивския университет „Паисий Хилендарски“ съм определен за външен член на научното жури за осигуряване на процедура за защита на описания по-горе дисертационен труд. На първото заседание на журито бях избран да изготвя становище за качествата на дисертационния труд.

Представеният от проф. П. Проинов комплект материали на хартиен и електронен носител е в съответствие с чл. 36 (1) от Правилника за развитие на академичния състав на Пловдивски университет. Ще изразя своята благодарност към дисертанта за акуратната подготовка на документите, което в значителна степен облекчава работата на членовете на научното жури.

Дисертантът придобива магистърска степен по математика във Факултета по математика и механика на Московски държавен университет „М. В. Ломоносов“ през 1973 г. Докторска дисертация (за придобиване на степента „кандидат на математическите науки“ – „доктор“), той е защитил през 1982 г. в СУ „Св. Климент Охридски“. Трудовият му стаж досега преминава в ПУ (общо 39 години). Стартира като асистент през 1975 г. Точно от тогава аз познавам кандидата за придобиване на научната степен. По това време бях студент в същия факултет. През тези 39 години г-н П. Проинов е изминал последователно кариерното и научно израстване на български университетски преподавател и учен. През 2003 г. заема академичната длъжност професор.

Основните изследвания на проф. П. Проинов са в областта на реалния математически анализ, функционалния анализ, теория на апроксимациите и др. Цялостното математическо творчество на автора на дисертационния труд включва 53 научни труда, от които 36 са в списания с импакт фактор (ИФ). Очевидно е, че научните трудове не са обезпокоително много. Вижда се също, че те са качествени. Това се потвърждава от впечатляващия (за индивидуално математическо творчество) общ

брой цитирания – 454. Приблизително половината от цитиранията са в статии, публикувани в списания с ИФ. Индексът на Хирш (H-индексът) на научното творчество на кандидата е 11. Това постижение е надлежно доказано с помощта на съответен списък от цитирания. Според Harzing's Publish or Perish същият индекс е 9.

2. Актуалност на тематиката

Изследванията в дисертационния труд са посветени на вечно актуалните и класически проблеми:

- Съществуване на неподвижни точки на оператори в метрични пространства (или конусно метрични пространства);
- Съществуване на съответни итерационни процеси, при които итерационните редици от приближения към неподвижната точка на оператора остават в дефиниционната област на изследвания оператор;
- Намиране на „подходящи“ начални точки или по-точно: установяване на общи условия, които те трябва да изпълняват. Ще отбележим, че стартирането на итерационния процес от коя да е „подходяща“ начална точка води до гарантирано намиране на сходяща редица от приближения към търсената точка;
- Определяне на скоростта на сходимост и оценка на грешката;
- Конкретни реализации на получените резултати при решаване на уравнения и др.

Излишно е да споменавам и оценявам значимостта на различните принципи на неподвижни точки и техните варианти, както в теоретичен така и в приложен аспект. На мен не са ми известни по-продуктивни методи от тях. Както е отбелязал авторът, основната цел е (цитирам) „да се разработи обща теория за сходимост на итерационни процеси...“. Изводът ми е, че дисертационният труд е посветен на важен и актуален проблем от функционалния анализ

3. Познаване на проблема

Авторът на дисертационния труд е запознат дълбоко и в детайли с научните достижения по изследвания проблем. Освен това, той е успял да намери и сравнително общ подход за изследване на итерационните процеси от типа на Е. Пикар.

Горното твърдение подкрепям със следните факти:

- Цитираните и използвани от автора източници (общо 278) съдържат основните резултати по темата, публикувани през последните петдесет години. Голяма част от тях намират пряко отражение в творчеството на кандидата, а друга част са обобщени и допълнени в дисертационния труд;
- Резултатите на проф. П. Проинов (по темата на дисертацията) са публикувани в реномирани научни списания (всичките с ИФ), като:
 - Nonlinear Analysis;
 - Journal of Complexity;
 - Applied Mathematics and Computations;
 - Fixed Point Theory and Applications и др.

- Резултатите (научните публикации), с които авторът участва в дисертационния труд, са цитирани многократно – общо 224 пъти. От тези цитирания 11 са в монографии и 134 в списания с ИФ. Общият ИФ на списанията, в които са открити цитиранията е 155,864, което според мен е забележителен успех;

- Индексът на Хирш на цитиранията на публикациите на проф. П. Проинов по темата на дисертационния труд за присъждане на научната степен „доктор на науките“ е 6. Ще подчертая, че този индекс е постигнат от общо 11 публикации, публикувани след 2005 г., т.е. за по-малко от 9 години.

4. Характеристика и оценка на дисертационния труд и приносите

Дисертацията се състои от увод, дванадесет глави, заключение и библиография. Общият обем на дисертационния труд е 303 страници.

Научните резултати на проф. П. Проинов са в следните направления:

- обща теория за сходимост на итерационни процеси от типа на Пикар:

$$x_{n+1} = Tx_n, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad T: X \rightarrow X.$$

Тук (X, d) е пълно метрично пространство;

- единна теория на конусни метрични пространства и апроксимиране на неподвижни точки в тях;

- приложения на създадената теория при изследване на някои известни итерационни методи.

Основните научни резултати (приносите) в дисертационния труд са многобройни. Тук ще се спрем на следните:

- Доказана е еквивалентност на две общи условия за свиване на оператор T , изобразяващ метрично пространства X в себе си. Първото условие за свиване е дефинирано с помощта на контролна функция φ (от ред 1):

$$d(Tx, Ty) \leq \varphi(d(x, y)), \quad x, y \in X.$$

Другото свиващо условие е от типа на Меир и Кийлър:

$$(\forall \varepsilon > 0)(\exists \delta > \varepsilon): (\forall x, y \in X; \varepsilon \leq d(x, y) < \delta) \Rightarrow d(Tx, Ty) < \varepsilon.$$

(виж Теорема 1.8);

- Обобщена е теоремата на Банах за свиващите изображения. Резултатите са получени с помощта на контролни функции от ред 1 (виж Теорема 1.9);

- Въведено е и се изучава понятието квази хомогенна функция φ от ред $r \geq 0$:

$$(\varphi: J \rightarrow R^+): (\forall \lambda, 0 \leq \lambda \leq 1, \forall t \in J) \Rightarrow \varphi(\lambda t) \leq \lambda^r \varphi(t).$$

Намерени са редица свойства на квази хомогенните функции и са представени класове от такива функции. На базата на това понятие се дефинира контролна функция от ред $r \geq 1$. Освен посочените по-горе условия, тук допълнително се предполага:

$$(\forall t \in J) \Rightarrow \varphi(t) \leq t.$$

Получени са общи теореми за сходимост на итерационни процеси с помощта на контролни функции φ от ред по-висок от 1. Тук операторът T , определящ итерационния процес, притежава итерационно свиващо свойство, т.е.

$$d(Tx, T^2x) \leq \varphi(d(x, Tx)), \quad x \in D, Tx \in D, D \subset X,$$

където (X, d) е пълно метрично пространство (виж Теорема 2.2);

- Въведено е понятието функция E ($E: D \rightarrow R^+$) на началните точки за оператора $T: D \rightarrow X$, където $D \subset X$:

$$(\exists \varphi: J \rightarrow J): (E(Tx) \leq \varphi(E(x))) \text{ при } x \in D, Tx \in D \text{ и } E(x) \in J.$$

С помощта на тези функции са формулирани и доказани теореми за сходимост на итерационни процеси с ред на сходимост $r \geq 1$;

- Въведено е понятието функция $F (F : D \rightarrow R^+, D \subset X)$ на сходимост за оператора T с контролни функции β и $\gamma (\beta, \gamma : J \rightarrow R^+)$ и функция на началните точки $E (E : D \rightarrow R^+)$:

- $(\forall x \in D, Tx \in D \text{ и } E(x) \in J) \Rightarrow F(Tx) \leq \beta(E(x))F(x)$;

- $(\forall x \in D \text{ и } E(x) \in J) \Rightarrow d(x, Tx) \leq \gamma(E(x))F(x)$.

С помощта на тези функции са доказани поредица от теореми за: сходимост на итерационни процеси от посочения по-горе тип; оценки на разстоянието между граничната точка и елементите на сходящата итерационна редица; съществуване на неподвижни точки. Теоремите са обобщение на принципите на Банах и Канторович;

- Изградена е теория за конусно метрични пространства. Въведено и изучено е основното понятие "векторно пространство Y със сходимост \rightarrow " с помощта на аксиомите:

C1. $(\forall x_n, x, y_n, y \in Y) : (x_n \rightarrow x, y_n \rightarrow y) \Rightarrow (x_n + y_n \rightarrow x + y)$;

C2. $(\forall \lambda \in R)(\forall x_n, x \in Y) : (x_n \rightarrow x) \Rightarrow (\lambda x_n \rightarrow \lambda x)$;

C3. $(\forall x \in Y)(\forall \lambda_n, \lambda \in R) : (\lambda_n \rightarrow \lambda) \Rightarrow (\lambda_n x \rightarrow \lambda x)$.

Вижда се, че тук не се включва аксиома за единственост на границата на сходяща редица, а също така и аксиома за сходимост на подредиците на сходящата редица. Резултатите, получени по-нататък, са валидни и без тези аксиоми. Въведено и изучено е понятието „строга векторна наредба“. Изследвани са така наречените конусни метрични пространства над телесно векторно пространство. Получени са няколко техни свойства, които са полезни при следващите изследвания на автора;

- Развита е теорията на свиващите изображения в пълни конусни метрични пространства над телесни векторни пространства, включваща: 1) коректност на итерационния процес с указване на затвореното кълбо с център началната точка, в което кълбо принадлежат всички елементи на редицата от последователните приближения; 2) априорни и апостериорни оценки на грешката; 3) съществуване на неподвижна точка на оператора;

- Приложения на развитата теория към метода на Вайерщрас за едновременна апроксимация на нулите на полиноми и др.

5. Преценка на публикациите и личния принос на дисертанта

Както казах по-горе, публикациите, включени в дисертационния труд, са общо 11 на брой, седем от които са самостоятелни, а останалите са в съавторство. Считам, че всички списания, в които са публикувани резултатите на проф. П. Проинов по дисертацията, притежават ИФ. Две от тези работи са публикувани в Доклади на БАН по времето, когато списанието не притежаваше ИФ. Тези работи обаче аз оценявам високо, тъй като те са допринесли за последващото индексване на списанието. Съдържанието на коментиранияте 11 публикации представлява основна част на дисертационния труд. Освен това, не забелязах важен резултат от дисертацията, който да не е публикуван в тях.

В съвместните работи е безспорно участието на кандидата за придобиване на научната степен „доктор на науките“. Не разполагам с разпределителен протокол за заслугите на всеки от съавторите в работата по съвместните публикации. Въпреки това, за мен е ясно, че участието на проф. П. Проинов е или водещо или поне равностойно.

Тези 11 работи са публикувани в специализирани научни издания след 2005 г. Следователно е невъзможно те да повтарят представените публикации за придобиване на образователната и научна степен „доктор“ и за заемане на академичните длъжности „доцент“ и „професор“, тъй като изброените три събития са се случили преди 2005 г.

6. Автореферат

Авторефератът заедно с библиографията е поместен на 64 стандартни страници. Съдържа резюме на всички основни резултати в дисертационния труд и отразява напълно приносите на дисертанта. Отчетливо са формулирани поставените цели и конкретни задачи. Основните понятия и твърдения в дисертацията са представени съответно под формата на дефиниции и теореми (без доказателства). Посочен е приложния аспект на теоретичните изследвания. По този начин се илюстрират получените твърдения и се дава възможност за дообмисляне на идеите в дисертационния труд.

В заключението се резюмират основните приноси.

Авторефератът е изготвен съгласно изискванията. Бих добавил, че е подготвен във форма, която позволява на читателя, който не е запознат с дисертацията, да придобие пълна представа за постигнатото в нея.

7. Препоръки за бъдещо използване на дисертационните приноси и резултати

Считам, че не е коректно да давам препоръки за по-нататъшните научни изследвания на проф. П. Проинов, тъй като той е водещ и признат специалист в областта на теорията на неподвижните точки и тяхното приложение.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Получените резултати в дисертационния труд и направените по-горе в становището коментари ми дават основание да направя следните изводи:

1. Дисертационният труд съдържа фундаментални теоретични изследвания. Част от тези изследвания са новост, а друга част развиват и обогатяват функционалния анализ. Те са оригинален принос на дисертанта и представляват сериозен научен интерес;
2. Дисертационният труд съдържа нови и обобщава известни приложни итерационни методи в редица направления на нелинейния анализ. По този начин се илюстрира важността на получените от проф. Петко Проинов теоретични резултати. Представените в дисертационния труд твърдения са полезни, както за учените, които се занимават с теоретични проблеми в анализа, така и за учените, които прилагат съответни математически методи за решаване на разнообразни задачи (не само в математиката);

3. Достиженията в дисертационния труд отговарят (по-точно многократно надхвърлят) изискванията на ЗРАСРБ, Правилника за прилагане на ЗРАСРБ и Специфичните изисквания на ФМИ при ПУ, съгласно чл. 42, ал. 2, т. 8 от ПРАС на ПУ за придобиване на научната степен "доктор на науките".

Поради посочените по-горе факти оценявам „**положително**” изследванията в дисертационния труд.

Предлагам на научното жури **да присъди** научната степен “доктор на науките” на проф. д-р Петко Димитров Проинов в:

Област на висше образование: 4. Природни науки, математика и информатика;

Професионално направление: 4.5. Математика;

Научна специалност: Математически анализ.

10. 03. 2015 г.

Изготвил становището:

проф. д-р Ангел Дишлиев