

РЕЦЕНЗИЯ

от проф. д-мн Христо Илиев Семерджиев

(ФМИ при ПУ „Паисий Хилендарски“)

върху дисертационния труд на тема „Апроксимиране на неподвижни точки и приложения за числено решаване на нелинейни уравнения“ с автор **проф. д-р Петко Димитров Проинов**, за придобиване на научната степен „доктор на науките“ по: област на висше образование 4. *Природни науки, математика и информатика*; професионално направление 4.5. *Математика*; научна специалност *Математически анализ*.

Със заповед №Р33-464 от 03.02.2015г. на Ректора на ПУ „Паисий Хилендарски“ съм определен за член на научно жури за осигуряване на процедура за защита на дисертационен труд (ДТ) на тема „Апроксимиране на неподвижни точки и приложения за числено решаване на нелинейни уравнения“ за придобиване на научната степен „доктор на науките“ по област на висше образование 4. *Природни науки, математика и информатика*; професионално направление 4.5. *Математика (Математически анализ)* на проф. д-р Петко Димитров Проинов и във основа на доклад на Декана на ФМИ и решение на ФС на ФМИ, протокол №39 от 28.01.2015г..

Общо описание на представените материали

Представеният от проф. д-р Петко Проинов комплект материали е в съответствие с Чл.36(1) от Правилника за развитие на академичния състав на ПУ и включва следните документи:

1. Молба до Ректора на ПУ за разкриване на процедура за защита на ДТ;
2. Автобиография по европейски формат;
3. Диплома за образователна и научна степен „доктор“ (кандидат на математическите науки) №11785, издадена на 01.06.1982г. (копие);
4. Протокол №12/12.12.2014г. на КС за предложение за откриване на процедура за предварително обсъждане на ДТ (препис-извлечение);
5. Заповед №Р33-5743/16.12.2014г. на Ректора за разширяване на КС във връзка с предварително обсъждане на ДТ;
6. Протокол №38/17.12.2014г. на ФС за откриване на процедура за предварително обсъждане на дисертационния труд (препис-извлечение);
7. Протокол №1/09.01.2015г. на разширен КС за предварително обсъждане на ДТ;
8. Списък на научните публикации;
9. Списък за цитиранията на научните публикации;
10. Индекс на Хирш на цитиранията на публикациите;

11. Списък на научните публикации по темата на ДТ;
12. Списък на цитиранията на научните публикации по темата на ДТ;
13. Индекс на Хирш на цитиранията на публикациите по темата на ДТ;
14. Справка за спазване на специфичните изисквания на ФМИ при ПУ, съгласно чл.42, ал.2, т.8 от ПРАС на ПУ за придобиване на научна степен „доктор на науките“;
15. Декларация за оригиналност и достоверност на приложените документи;
16. Публикациите по темата на ДТ – 11 броя;
17. Автореферат;
18. Дисертационен труд;
19. CD с всички документи.

Административните документи са оформени перфектно.

Кратки биографични данни

Петко Димитров Проинов завършва МДУ „М.В. Ломоносов“ – ФММ през 1973г. – магистър по математика. През периода 1977 – 1980 във ФМИ – СУ „Климент Охридски“ завършва докторантура и придобива научната степен „доктор по математика“. Преподавателската дейност в ПУ „Паисий Хилендарски“ започва 1975г. като асистент и преминава последователно на академичните длъжности ас., ст.ас, гл.ас., доц. и от 2003г. досега е професор. Заемал е административни длъжности - 10 години е бил заместник-декан на ФМИ и 9 години ръководител катедра „Математически анализ“. Владее писмено и говорими руски и английски езици.

Характеристика и оценка на дисертационния труд

Представеният ДТ е отпечатан на английски език и е структуриран както следва Въведение, 12 глави, Заключение и Библиография, съдържаща 278 информационни източника. Пълният текст на ДТ съдържа 303 печатни страници.

Целта на ДТ е да се решат два вида проблеми: получаване на общи теореми за сходимост на итерационния процес на Пикар в метрично или конусно метрично пространство; получаване на теореми за сходимост със оценки на грешката за някои специални итерационни процеси за числено решаване на нелинейни уравнения. В този аспект световно известни са знаменитите теореми на Банах за свиващите се изображения, теоремите на Нютон-Канторович за изображения в банахово пространство, теорема на Смейл за полулокална сходимост на метода на Нютон-Канторович за аналитични изображения и метода на Дочев за едновременно намиране на всички корени на полиномни уравнения. Трябва да се намерят условията за

началните приближения, че итерационната редица на Пикар да е дефинирана, че да се гарантира тази редица да е сходяща към неподвижна точка и да се намерят априорни и апостериорни оценки за грешката на разстоянието от n -тото приближение до неподвижната точка.

В ДТ са въведени понятията квази-хомогенни функции, контролни функции, функции на началните условия, функции на сходимост. Основна роля в разработената от автора теория има функцията на началните условия и теоремите за сходимост на итерационните методи.

В **глава 1** се доказват теореми за еквивалентност на условията на свиване.

В **глава 2** е представено обобщение на принципа на Банах за свиващите изображения. С равенството $E(x) = d(x, Tx)$ се дефинира частен случай на функция на началните условия. Съществено твърдение в глава 2 е Теорема 2.2, която се прилага към метода на Нютон-Канторович и като частен случай се получава теорема на Мисовских И.П.. Глава 1 и глава 2 може да се разглеждат като стъпки към формирането на понятието функции на началните условия, което се въвежда в глава 3.

Най-интересното в **глава 3** са два метода на Шрьодер за апроксимиране на кратни корени на аналитични функции (не е едновременно търсене).

В **глава 4** се въвежда понятието функция на сходимост на T , което гарантира сходимостта на итерациите на Пикар $x_{n+1} = Tx_n$. Теореми 4.3 и 4.4 са валидни за всяко $x_0 \in T$, съдържат по две апостериорни оценки, сходимост и съществуване на неподвижната точка. Важно място в глава 4 има теореми за неподвижната точка на итерационно свиващи изображения, за които е характерно, че $d(Tx, T^2x) \leq \lambda d(x, Tx)$. Всяка от общите теореми в глава 4 е обобщение и подобрене на принципа на Банах за свиващите изображения.

Глава 5 е посветена на конусно метричните пространства с приложение към теорията на неподвижните точки. Целта е да се разработи единна теория на телесните векторни пространства и на конусно метричните пространства над телесно векторно пространство. Правят се формулировки на принципа за итерационно свиващи изображения, принципа на Банах за свиващи изображения и принципа на Чирич за квази-свиващите изображения в конусно метричните пространства над телесно векторно пространство. Въвежда се аксиоматична дефиниция на новото понятие „строга векторна наредба”, което лесно се използва и прилага в теорията на неподвижните точки.

В **глава 6** се доказват теореми за сходимост на итерацията на Пикар в конусно метрични пространства.

Глава 7 представлява интерес за рецензента, защото общата теория от глава 6 се прилага към метода на Вайерщрас за едновременна апроксимация на всички нули на даден полином с коефициенти от произволно нормирано поле. Всъщност, такъв метод

няма. В оригиналната работа на Вайерщрас се съдържат подобни итерационни формули на метода на българския математик К.Дочев и се използват за доказване на основната теорема на алгебрата. Дисертантът правилно използва понятието *итерации на Вайерщрас*, а не *метод на Вайерщрас*. Ще направя малко отклонение. Проф. П.Пройнов е по-млад с 6 години от рецензента проф. Хр.Семерджиев, като последният завършва висшето си образование с отличие в ПУ по специалността *математика и физика* през 1967г.. Същата година започва работа като асистент в катедрата „Приложна математика” и през периода 1971-1975г. е командирован на работа в ОИЯИ, наукоград Дубна, Русия. Там участва в моделирането на колективния ускорител на ОИЯИ и, в частност, прилага функционален анализ в числени методи и приближено решаване на операторни уравнения. Запознава се детайлно с метода на Нютон-Канторович Л.В., метод на Нютон-Мисовских И.П. и особено добре с получилия голяма популярност в ОИЯИ НАМН (непрекъснат аналог на метода на Нютон) с автор Гавурин М.К. и за мен беше много приятно да прочета в ДТ на проф. П.Пройнов, че той е допринесъл за подобряването на тези методи. Разбира се, заради абстрактния метод на Нютон, Леонид Виталевич Канторович не би могъл да получи нобелова премия, но той я получи съвместно с Т.Ч.Купмансон през 1975г. заради формулировката на основната задача на линейното оптимизиране. Същата година н.с. I-ва степен на ОИЯИ Христо Семерджиев защити кандидатска дисертация и стана кандидат на физико-математическите науки. Ще продължа с метода на Д.Ф.Давиденко от 1953г. за решаване на нелинейни уравнения, при който се въвежда непрекъснат параметър $t \in [0,1]$ за формиране на изпъкнала линейна комбинация $P(x;t) = (1-t) \cdot Q_0(x) + t \cdot f(x)$, където $f(x) = 0$ е решаваното нелинейно уравнение, а $Q_0(x) = 0$ е помощно уравнение, имащо за корени началните приближения x_1^0, x_2^0, \dots на вектора-корен на $f(x)$. За мен бе много лесно да приложя метода на Давиденко за решаване на $f(x) = 0$, когато $f(x)$ е алгебричен полином с n прости корена. Така се получи итерационен метод, който се анализира в ДТ на проф. Пройнов. Като се върнах в ПУ през 1975г. започнах да проучвам получения самостоятелно от мен метод през 1973г. (напомням, че именно в тази година П.Пройнов получава магистърската си степен в МДУ). Оказа се, че този метод е открит още през 1960г. от българския алгебрист доц. Кирил Дочев, който пръв е доказал теорема за квадратичната му сходимост. За мен е важен фактът, че аз съм го открил самостоятелно и това е причината да го обобщя в около 15 статии. Тези неща са описани в обзорната ми статия [232] *Iteration Methods for Simultaneous Finding All Roots of Generalized Polynomial Equations, Math, Balkanica 8 (1994) 311-335*, цитирана от проф. Пройнов, но без да обяснява защо я цитира. Когато, обаче, един изследовател самостоятелно преоткрие нещо, то той открива попълно и още ред други научни факти. Така се роди посочената по-горе моя обзорна статия, в която се обобщава метода на Дочев. Освен алгебрични уравнения се разглеждат тригонометрични уравнения

(периодични случаи), хиперболични уравнения (експоненциални случаи), полиномни уравнения върху чебишова базисна система функции за прости и кратни корени. Тези уравнения са важни за физиката.

Глава 8 и **глава 9** са посветени на полулокалната сходимост на итерациите на Вайерщрас. Доказани са теореми 8.2 и 9.2 и, в частност, твърдения относно съществуването на нули на полином, квадратична сходимост на итерациите на Вайерщрас, получени са априорни и апостериорни оценки на грешката.

В **глава 10** се разглежда локалната кубична сходимост на метода на Ерлих, като се доказват 3 теореми 10.6, 10.7 и 10.8 при различни начални условия.

Съдържанието на **глава 11** е аналогично на глава 8 с тази разлика, че глава 8 третира итерациите на Вайерщрас, а глава 11 третира итерациите на Ерлих.

Глава 12 също е аналог на глава 8, но се касае за метода на Чебишов за едновременно намиране на всички корени на даден полином. Този метод произтича от метода на Чебишов за индивидуално намиране на корен на полином. Между другото, методите на Ерлих произлизат както е показано в [232] от метода на видния български академик Никола Обрешков.

Автореферат и авторски публикации

Авторефератът и единадесетте предоставени публикации адекватно отразяват съдържанието и приносите на ДТ. От публикациите по темата на ДТ самостоятелни са 7 и 4 са съвместно с един от своите докторанти, 9 са с общ IF = 10.015. Тези публикации са цитирани 224 пъти, от които 134 са цитиранията с общ IF = 155.864.

Лични впечатления за дисертанта

От 1989г. проф. Проинов и аз бяхме заместник-декани на ФМИ при ПУ. Проф. Проинов отговаряше за учебната работа. На него се дължи въвеждането на 3-семестриалната структура на обучение във ФМИ, с което то придоби равномерност и регулярност. Петко Проинов, деканът на ФМИ Георги Златанов и аз бяхме утвърдени за редовни професори от ВАК на 29.11. 2002г.. Моето мнение за проф. Проинов е, че той активно се занимава с математически изследвания и през последните десетина години ръководи успешно докторанти. За своите докторанти проф. Проинов е сериозен стимул и за тях той е истински фактор на влияние. Четири от неговите докторанти вече са защитили успешно своите дисертации и един ще защитава дисертационния си труд през месец април 2015г., на когото пожелавам категоричен успех.

Критични бележки

1. В ДТ отсъстват числови примери и по този начин съдържанието на ДТ се отдалечава от темата. Тук бих препоръчал да се следва прекрасния стил на монографията „Функционален анализ” на Канторович и Акилов.
2. Почти навсякъде в ДТ се употребява фразата от вида „теорема X от ДТ *обобщава, подобрява и допълва* теорема Y от цитираната литература”, но не става ясно в какъв аспект.
3. Не става ясно и как се прави нормировката (премашабировката) на изследвания полином (scaling) и на самите итерационни процеси?

Препоръка

Имайки предвид многото цитирания на трудовете на проф. Пройнов, считам че ще бъде много полезно за световната математическа колегия дисертационния труд да се издаде като научна монография.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Дисертантът самостоятелно е разработил всички принципни въпроси, свързани с изложението на материала в дисертационния труд. След всичко казано дотук следва, че дисертационният труд е с ясно очертана научна тематика. Получени са достатъчно на брой важни научно-теоретични приноси. Дисертационният труд отговаря на изискванията на ЗРАСРБ и на ППЗРАСРБ за придобиване на научна степен „доктор на науките“ по област на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика; професионално направление 4.5. Математика; научна специалност Математически анализ, отговаря и на завишени специфични изисквания от Правилника на ПУ. Поради това моята оценка на дисертационния труд на проф. д-р Петко Димитров Пройнов „АПРОКСИМИРАНЕ НА НЕПОДВИЖНИ ТОЧКИ И ПРИЛОЖЕНИЯ ЗА ЧИСЛЕНО РЕШАВАНЕ НА НЕЛИНЕЙНИ УРАВНЕНИЯ“ е **положителна**. Предлагам на уважаемите членове на научното жури да гласуват за присъждането на научната степен „доктор на науките“ на Петко Димитров Пройнов.

23.03.2015 г.

Рецензент:.....

гр. Пловдив

/проф. дмн Христо Семерджиев/