РЕЦЕНЗИЯ

от проф. д.м.н. Йохан Тодоров Давидов, ИМИ-БАН

на материалите, представени за участие в конкурс
за заемане на академичната длъжност **„доцент“**
в Пловдивския университет „Паисий Хилендарски“,
по област на висше образование *4. Природни науки, математика и информатика*,
професионално направление *4.5 Математика*,
научна специалност *Геометрия и топология*

В конкурса за „доцент“, обявен в Държавен вестник, бр. 52 от 10.07.2012 г. и в интернет-страницата на Пловдивския университет „Паисий Хилендарски“, за нуждите на катедра „Алгебра и геометрия“ към Факултета по математика и информатика като кандидат участва гл. ас. д-р Добринка Костадинова Грибачева от катедра „Алгебра и геометрия“, ФМИ, ПУ.

1. Общо представяне на получените материали

Предмет:

Със заповед №Р33-2689 от 23.07.2012 г. на Ректора на Пловдивския университет „Паисий Хилендарски" съм определен за член на научното жури на конкурс за заемане на академичната длъжност **„доцент“** в ПУ, област на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика, професионално направление 4.5. Математика, научна специалност „Геометрия и топология”, обявен за нуждите на катедра „Алгебра и геометрия“ към Факултета по математика и информатика.

За участие в обявения конкурс е подал документи единствен кандидат – гл. ас. д-р Добринка Костадинова Грибачева от катедра „Алгебра и геометрия“, ФМИ, ПУ.

Представеният от д-р Добринка Костадинова Грибачева комплект материали на хартиен носител е в съответствие с Правилника за развитие на академичния състав на ПУ.

Кандидатката д-р Добринка Костадинова Грибачева е приложила общо 8 научни труда, 1 учебно пособие, списък на 10 разработени и водени лекционни курсове и упражнения, списък на комисиите за изготвяне на учебни програми по 21 учебни дисциплини, в които е участвала, справка за участие в 3 научно-изследователски проекта.

Приемам за рецензиране 8 научни труда, които са извън дисертацията, като освен тях при крайната оценка ще се отчитат и 1 учебно помагало, учебните програми, разработени с участието на кандидатката и научно-изследователските проекта, в които е участвала.

Кандидатката е представила списък от общо 15 научни публикации (понататък ще разгледам само представените за участие в конкурса 8 от тях).

Разпределението на научните трудове по съответни рубрики, в страната и в чужбина, е както следва: 4 труда в страната, 4 – в чужбина.

Представен е списък на общо 13 цитирания на работи на кандидатката. В съобщение по електронната поща до членовете на научното жури тя е посочила още един цитат. От тези 14 цитирания, 13 са на статии, представени за участие в конкурса

2. Кратки биографични данни на кандидатката

Добринка Костадинова Грибачева е родена в град Пловдив през 1974 г. Средното си образование завършва в Пловдив, а висшето – през 1999 г. във Факултета по математика и информатика на Пловдивския университет със степен "магистър". След това е била учител по информатика и информационни технологии. От 2001 до 2004 г. е редовен докторант в ПУ. През 2005 г. успешно защитава дисертация за получаване на научната и образователна степен "доктор". От 2005 г. е главен асистент в катедра "Алгебра и геометрия" на Пловдивския университет.

3. Обща характеристика на дейността на кандидатката

Учебно-педагогическа дейност

Оценката ми за учебно-педагогическа дейност на кандидатката е положителна. Тя се основава върху представените справки за лекционните курсове и упражнения, които кандидатката е водила, учебните програми, съставени с нейно участие и публикувани в образователна ѝ интернет страница и в интернет страницата на ФМИ-ПУ, справката от катедра „Алгебра и геометрия“ за работата ѝ със студентите, както и от написаното в съавторство ръководството за решаване на задачи по геометрия за информатици.

Участие в научно-изследователски проекти

Добринка Грибачева е участвала в 3 проекта, финансирани от Пловдивския университет. Два от тях са в областта на диференциалната геометрия, а един се отнася до разработване на ИКТ в областта на образованието. На един от проектите по диференциална геометрия кандидатката е била научен ръководител.

Наукометрични данни

Както споменах, Добринка Грибачева участва в конкурса с 8 статии, всичките на английски език. Една от тези статии е публикувана в трудове на международна научна конференция, поведена у нас, а 7 статии са публикувани в списания: 2 статии са в "Трудове на Пловдивския университет" , 2 - в "Доклади на БАН" , 1 - в Journal of Geometry, 1 - в International Journal of Geometric Methods in Modern Physics, 1 - в International Electronic Journal of Geometry. Четири от представените статии са в списания с импакт-фактор, като тук трябва да се направи забележката, че, както кандидатката добросъвестно е отбелязала, съгласно изискванията на ФМИ - ПУ под "импакт-фактор" се разбира просто индексирането на публикацията в Journal Citation Reports или Mathematical Citation Quotient. Две от статиите са с един съавтор, останалите 6 са самостоятелни.

Кандидатката е представила справка за 13 цитирания на нейните статии, с които участва в конкурса. Тези цитирания са в статии, дисертации и хабилитационен труд на български автори, като 4 от цитиранията са в статия, приета за печат в Annals of Global Analysis and Geometry, 2 - в "Трудове на Пловдивския университет" , 5 - в дисертации за НОС "доктор" ,2 - в хабилитационен труд за научното звание "професор".

Добринка Грибачева е участвала с доклади в работата на 7 научни конференции у нас. Два доклада са изнесени на Пролетната конференция на СМБ, 1 - на Научния семинар по алгебра и геометрия на ПУ, 4 - на международни научни конференции.

Обща характеристика на научната дейност на кандидатката. Преглед на получените резултати.

Представените статии на Добринка Грибачева са посветени на изучаване на гладки многообразия, снабдени със структура на почти произведение P, т.е. ендоморфизъм на допирателното разслоение с квадрат равен на идентитета. Задаването на такъв ендоморфизъм върху (свързано) многообразие M е еквивалентно с разлагането на допирателното разслоение TM в директна сума от две подразслоения T^+ и T^- (собствените подразслоения на P, отговарящи на собствените числа $+1$ и -1). Една структура на почти произведение се нарича интегруема (или структура на произведение), ако разслоенията T^+ и T^- са интегруеми. Анулирането на тензора на Нийенхюис на P е еквивалентно с условието за интегруемост. Ако върху многообразието е зададена Риманова метрика g, за която T^+ и T^- са ортогонални, за структурата на почти произведение се казва, че е Риманова. Това условие е еквивалентно с изискването P да е изометрия относно g. Да отбележим още, че в случая, когато $Trace\, P = 0$, подразслоенията T^+ и T^- имат един и съще ранг.

Оттук нататък ще разглеждаме многообразия M, снабдени с Риманова метрика g и Риманова структура на почти произведение P, за която $Trace\, P = 0$.

В статия No. 1 от списъка на публикациите за конкурса върху четиримерни групи на Ли G се строят примери на многообразия с Риманова структура на почти произведение P с $Trace\, P = 0$. За целта се взема глобален базис от ляво инвариантни векторни полета $\{X_1, ..., X_4\}$ върху G и се разглеждат метриката g, относно която този базис е ортонормиран и структурата на почти произведение P, за която $PX_1 = X_2$, $PX_3 = X_4$. Допълнителното условие $[X, PY] = P[X, Y]$, $X, Y \in \mathfrak{g}$, (което се среща в работите на други автори) води до интегруемост на P и ограничения върху структурните константи на алгебрата на Ли $\mathfrak{g}$ на групата G. Грибачева подбира подходящо тези константи и получава четирипараметрично семейство от разрешими групи на Ли с Риманова структура на почти произведение. За нея се показва, че е паралелна относно свързаността на Леви-Чивита. Пресмятат се скаларната кривина и асоциираната ѝ скаларна кривина, с което се установява, че скаларната кривина е постоянна и с отрицателен знак. С пресмятания се установява още, че P-инвариантната и P-антиинвариантната секционни кривини са постоянни. Оттук, според резултат на М. Стайкова, следва, че тензора на кривината има прост вид, в частност той е паралелен, т.е. многообразието G е локално симетрично. Получените формули позволяват да се намерят стойностите на четирите параметъра, за които метриката g е Айнщайнова.

По описаната по-горе схема се дефинира еднопарметрично семейство от нилпотентни четиримерни групи на Ли с Риманова структура на почти произведение, като се използва условието $[PX, PY] = -[X, Y]$, от което следва интегруемост на P. Построените структури на почти произведение са от класа $\overline{\mathcal{W}}_2$ на

Навеира, което се вижда чрез пресмятане на ковариантната производна на P в избрания базис $\{X_1, ..., X_4\}$. Чрез пресмятане на тензора на кривината в този базис се показва, че той удовлетворява тъждеството от Келеров тип

$$R(X, Y, Z, W) = R(PX, PY, PZ, PW). \tag{1}$$

В статия No. 2 се установява тъждество, свързващо тензора на кривината и ковариантната производна на P в интегруемия случай. След това по схемата от статия No. 1 се конструира четирипараметрично семейство от разрешими групи на Ли, снабдени с интегруема Риманова структура на почти произведение с нулева следа. За тези структури е пресметната ковариантната производна на P и е получен явният вид на тензора на кривината, от който следва, че многообразията са локално симетрични. Намерени са и стойностите на параметрите, при които съответните многообразия са Айнщайнови.

Статия No. 3 е съвместна с Д. Мекеров и в нея се изучава така-наречената канонична свързаност на Риманова структура на почти произведение. Това понятие е въведено от В. Михова като аналог на свързаността на Чърн в Ермитовата геометрия. Михова показва, че върху всяко многообразие с Риманова структура на почти произведение (M, g, P) съществува единствена свързаност ∇', наречена канонична, за която $\nabla' g = \nabla' P = 0$ и чиято торзия удовлетворява тъждеството $g(T(X, Y), Z) + g(T(Y, Z), X) + g(T(PX, Y), PZ) + g(T(Y, PZ), PX) = 0$. Ако една свързаност удовлетворява само първите две условия, тя се нарича естествена.

През 80-те години на миналия век, подобно на класификацията на Грей-Хервела в Ермитовата геометрия, Навеира определя 36 класа Риманови структури на почти произведение (g, P) въз основа на свойства на ковариантната производна на P. По-късно за структури с нулева следа Стайкова и Грибачев разглеждат три обединения на двойки класове на Навеира и характеризират всеки един от така получените класове чрез тъждества за ковариантната производна на P.

В статия No. 3 се разглеждат структури, принадлежащи на един от класовете, изучавани от Стайкова-Грибачев, класа $\mathcal{W}_3$. За структурите от този клас се установяват тъждества за торзията на каноничната свързаност. Например, ако тензорът на кривината на каноничната свързаност удовлетворява тъждеството от Келеров тип

$$R'(X, Y, PZ, PW) = R'(X, Y, Z, W), \tag{2}$$

то за торзията имаме $T(T(X, Y), Z) = 0$. Показано е, че това тъждество за R' е в сила, ако торзията T е паралелна относно каноничната свързаност. Чрез пресмятане на нормата на ковариантната производна на P се установява, че $\nabla P = 0$ точно тогава, когато скаларните кривини на свързаността на Леви-Чивита ∇ и на каноничната свързаност ∇' съвпадат. По схемата от статия No. 1 се строи четирипараметрично семейство от групи на Ли G, снабдени с Риманова структура на почти произведение с нулева следа, за които асоциираната метрика $\widetilde{g}(X, Y) = g(X, PY)$ е Килингова. Показано е, че от това свойство на $\widetilde{g}$ следва, че построената структура на почти произведение е от класа $\mathcal{W}_3$ на Стайкова-Грибачев. Пресметната е ковариантната производна ∇P, тензорът на кривината и тензорът на Ричи на свързаността на Леви-Чивита ∇ в избрания базис от лявоинвариантни векторни полета върху G. Изчисledна е скаларната кривина, като получената формула, в която участват само параметрите на семейството, показва, че тя е постоянна и отрицателна. Пресметнати са секционните кривини на базисните P-инвариантни и P-анти-инвариантни двумерни площадки. С помощта на получените формули са намерени стойностите на параметрите, за които секционната кривина, P-инвариантната или P-анти-инвариантната секционна кривина е константа. Пресметнат е тензорът на кривината R' на каноничната свързаност и са установени стойностите на параметрите, за които той удовлетворява тъждеството (2). Показано е, че когато R' удовлетворява това тъждество, P-анти-инвариантната секционна кривина е константа. Както за скаларната кривина на Леви-Чивита, за скаларната кривина на каноничната свързаност е установено, че е постоянна и отрицателна.

В статия No. 4 се изучават естествените свързаности върху многообразия M с интегруема Риманова структура на почти произведение, принадлежаща на обединението $\mathcal{W}_1 \cup \mathcal{W}_2$ на два от класовете на Стайкова-Грибачев. Показано е, че торзията на една такава свързаност принадлежи на обединението на три от четирите класа торзионни тензори върху многообразие с Риманова структура на почти произведение, въведени от В. Михова. Намерен е видът на торзията в частните случаи, когато тя принадлежи на някои специфични подпространства на споменатото обединение. В случая, когато многообразието е в класа $\mathcal{W}_1$, е установено, че торзиите на естествените свързаности се изразяват чрез Римановата метрика g, структурата на почти произведение P, формата на Ли (кодиференциала на ∇P) и два реални параметъра λ и μ, зависимостта от които е линейна. Каноничната свързаност на многообразието се получава при $\lambda = 0$ и $\mu = -\frac{1}{2dim\,M}$.

За разглеждания клас $\mathcal{W}_1$ ще отбележа, че той съдържа структурите, които се получават от структура (g, P) с $\nabla P = 0$ чрез смяна на метриката от конформен тип (∇ е свързаността на Леви-Чивита на g).

В статия No. 5 се изследва естествената свързаност D върху многообразие от класа $\mathcal{W}_1$, чиято торзия се получава при стойности на параметрите λ и μ нула. Намира се проста връзка между тази свързаност и свързаността на Леви-Чивита ∇, което позволява да се намери връзка между техните тензори на кривината, тензори на Ричи и скаларните им кривини. Показано е, че тензорът на кривината R^D на D удовлетворява Келеровото тъждество (2) точно тогава, когато формата $\theta \circ P$ е затворена, където θ е формата на Ли. За тензора R^D е установено, че е инвариантен при конформна смяна на метриката. Доказано е, че тензорите на Вайл на свързаностите D и ∇ съвпадат, откъдето следва, че ако свързаността D е плоска, то метриката g е локално конформно плоска. Построено е четирипараметрично семейство от групи на Ли, които притежават интегруема Риманова структура на почти произведение от клас $\mathcal{W}_1$. За тях са пресметнати различните видове кривини на свързаността на Леви-Чивита. В частност, установено е, че скаларната кривина е постоянна и отрицателна.

Изследването на естествените свързаности върху многообразия M от класа $\mathcal{W}_1$ продължават в статия No. 6, написана съвместно с Д. Мекеров. В нея е получена връзка между тензорите на кривината на една такава свързаност и свързаността на Леви-Чивита, от която е получена връзка между тензорите на Ричи и скаларните кривини. Намерени са условия върху формата на Ли на естествена свързаност, така щото нейният тензор на кривината да удовлетворява тъждеството (2). Тези условия са прецизирани за свързаността $\widetilde{D}$, която се получава от двупараметричното семейство от статия No. 4 като се положи $\lambda = 0$ и $\mu = -\frac{1}{dim\, M}$. Подтикът за изучаването на тази свързаност идва вероятно от факта, че каноничната свързаност е усредняването на $\widetilde{D}$ и свързаността D от статия No. 5.

В статия No. 7 се разглеждат многообразия от класовете $\overline{\mathcal{W}}_3$ и $\overline{\mathcal{W}}_6$ на Навеира, за които $Trace\, P = 0$ (при това условие обединението на двата класа е класът $\mathcal{W}_1$ на Стайкова-Гробачев). Показано е, че ако формата на Ли е затворена, то тензорът на кривината на свързаността на Леви-Чивита удовлетворява Келеровото тъждество (1) и удовлетворява тъждеството (2) точно тогава, когато има един специал вид.

Статия No. 8 също е посветена на изучаване на кривината на многообразията от класовете $\overline{\mathcal{W}}_3$ и $\overline{\mathcal{W}}_6$ на Навеира. Стайкова и Грибачев въвеждат аналог на тензора на Бохнер за всеки 4-тензор върху четномерно многообразие с Риманова структура на почти произведение, който има симетриите на Римановия кривинен тензор и удовлетворява равенство (2). В статия No. 8 е показано, че ако формата на Ли на M е затворена, то тензорът на Бохнер на коя да е естествена свързаност съвпада с тензора на Бохнер на $K(X, Y, Z, W) = \frac{1}{2}(R(X, Y, Z, W) + R(X, Y, PZ, PW))$, където R е тензорът на кривината на свързаността на Леви-Чивита. Намерени са връзки между тензора на кривината на каноничната свързаност и тензора K, когато формата на Ли е затворена. В този случай е получено условие за постоянност на P-инвариантната и P-анти-инвариантната секционни кривини.

От направения преглед се вижда, че централна тема в публикациите на Грибачева, представени за участие в конкурса, са кривинните свойства на многообразия, снабдени с Риманова структура на почти произведение. Измежду получените резултати аз бих отличил конструкциите на примери на такива многообразия и изчисляването на техните кривини. Построяването на конкретни примери с определени свойства често пъти съвсем не е лесна задача. Намерените от Грибачева примери показват, че тя притежава добро виждане и овладяна техника при решаването на проблеми в съвременната диференциална геометрия.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Документите и материалите, представени от гл. ас. д-р Добринка Костадинова Грибачева отговарят на всички изисквания на Закона за развитие на академичния състав в Република България (ЗРАСРБ), Правилника за прилагане на ЗРАСРБ и съответния Правилник на ПУ „Паисий Хилендарски“.

Грибачева е представила достатъчен брой научни трудове, публикувани след материалите, използвани при защитата на ОНС "доктор". Работите ѝ са посветени на актуални проблеми на диференциалната геометрия и я представят като изграден специалист в тази област. Нейната научната и преподавателската квалификация е несъмнена.

Постигнатите от Добринка Грибачева резултати в учебната и научно-изследователската дейност напълно съответстват на специфичните изисквания на Факултета по математика и информатика, приети във връзка с Правилника на ПУ за приложение на ЗРАСРБ.

След запознаване с представените в конкурса материали и научни трудове, анализ на тяхната значимост и съдържащи се в тях приноси, намирам за основателно да дам своята положителна оценка и да препоръчам на Научното жури да изготви доклад-предложение до Факултетния съвет на Факултета по математика и информатика за избор на гл. ас. д-р Добринка Костадинова Грибачева на академичната длъжност "доцент" в ПУ „П. Хилендарски“ по професионално направление 4.5. Математика, научна специалност „Геометрия и топология”.

23.09.2012 г. Рецензент:

(проф. д.м.н. Йохан Давидов)