АНОТАЦИИ НА НАУЧНИТЕ ПУБЛИКАЦИИ ВКЛЮЧЕНИ В ДОКУМЕНТИТЕ ЗА УЧАСТИ В КОНКУРСА

(1) B. Zlatanov: On weak uniform normal structure in weighted Orlicz sequence spaces, *J. Math. Anal. Appl.* **341** (2008) 1042–1054

Коефициентът на слабо сходящите към нула редици $WCS(X)$ за банахово пространство X е въведен от Бинум. Той е тясно свързан с условието за нормална структура на X, разстоянието на Банах–Мазур, свойството за неподвижна точка. Ето защо е интересно да може да се пресмята $WCS(X)$. Стойността на WCS е известна за ℓ_p, c_0 и за хилбертови пространства. Чуи представя формула за пресмятане на WCS в редични пространства на Кьоте. Той пресмята WCS за редични пространства на Орлич, снабдени с нормата на Люксембург или с нормата на Амемия, когато пораждащата функция на Орлич M удовлетворява Δ_2–условието. Ние изследваме в статията коефициента WCS в теглови редични пространства на Орлич, снабдени с нормата на Люксембург или нормата на Амемия и теглови редици $w = \{w_n\}_{n=1}^\infty$ от класовете Λ или Λ_∞. Казваме, че теглова редица е от класа Λ_∞, ако е ненамаляваща и сходяща към безкрайност. Получаваме, че тегловите редични пространства на Орлич $\ell_M(w)$, снабдени с нормата на Люксембург или нормата на Амемия имат слаба равномерна нормална структура тогава и само тогава, когато $\ell_M(w) \cong h_M(w)$ за широк клас от теглови редици $w = \{w_n\}_{n=1}^\infty$ (тези класове включват случаите, когато $w = \{w_n\}_{n=1}^\infty$ принадлежи на класовете Λ или Λ_∞). Получаваме характеризация на слабо сходящите към нула редици в изследваните пространства. Конструираме пример, където функцията на Орлич M няма Δ_2–условието, но при подходящ избор на тегловата редица $\lim_{n\to\infty} w_n = \infty$ следва, че $\ell_M(w)$ има слаба равномерно нормална структура.

(2) B. Zlatanov: On equivalent analytic norms in Orlicz-Lorentz sequence spaces, *Plovdiv University, "Paissii Hilendarski", Bulgaria Scientific Works*, **36**, (2009) 115-128.

Леунг доказва, че едно редично пространство на Орлич е изоморфно полиедрално, ако $\lim_{t\to 0} \frac{M(\lambda t)}{M(T)} = \infty$. Дю показва, че ако редичното пространство на Мушиелак–Орлич h_Φ е стабилизирано асимптотично ℓ_∞ спрямо каноничния базис, тогава то е изоморфно полиедрално. Използвайки идеите на Леунг и Дю ние доказваме в статията, че ако пораждащата функция на Орлич M няма Δ_2–условието в нулата, то съществуването на еквивалентна аналитична норма в редичното пространство на Орлич–Лоренц $d_0(w, M)$ е еквивалентно на условието пространството $d_0(w, M)$ да бъде изоморфно полиедрално. Показваме, че ако $\lim_{n\to 0} \frac{M(\lambda t)}{M(t)} = \infty$ за някое $\lambda > 1$, то редичното пространство на Орлич–Лоренц $d_0(w, M)$ е изоморфно полиедрално и следователно притежава еквивалентна аналитична норма, също така е c_0–наситено и спрегнатото му пространство е сепарабелно. Характеризирали сме всички c_0–наситени редични пространства на Орлич–Лоренц с помощта или на пораждащата функция на Орлич или чрез съществуването на изоморфни ℓ_p копия. Конструираме клас от редични пространства на Орлич–Лоренц, които са изоморфно полиедрални, притежават еквивалентна аналитична норма и са c_0-наситени.

(3) B. Zlatanov: On Musielak-Orlicz Sequence Spaces with an Asymptotic ℓ_∞ dual,*Annuaire de l'Universite de Sofia "St. Kliment Ohridski"*, **99**, (2009), 203—214

Понятието асимпотично ℓ_p пространство е дефинирано от Милман и Томчак–Ягерман, където съвкупността от тези пространства е известна в момента като стабилизирано асимптотични ℓ_p пространства. По–късно Муре, Милман и Томчак–Ягерман въвеждат по–общ клас от пространства, известни в момента като асимптотични ℓ_p пространства. Пълна характеризация на ограничените слабо относително компактни множества $K \subset \ell_M$ е направена от Алексополос, без да използва техниката на стабилизирано асимптотичните ℓ_∞ пространства, а само чрез свойствата на допълнителната на пораждащата функция на Орлич M. Изследваме в статията редичните пространства на Мушелак–Орлич ℓ_Φ със спрегнато пространство ℓ_Φ^*, което е стабилизирано асимптотично ℓ_∞ спрямо каноничния базис. Намираме пълна характеризация на ограничените слабо относително компактни подмножества $K \subset \ell_\Phi$. Доказваме, че ℓ_Φ е наситено с асимптотично изометрични копия на ℓ_1 и следователно ℓ_Φ не притежава свойството на неподвижната точка за затворени, ограничени изпъкнали множества и не разтягащи (или свиващи) изображения в тях. Илюстрираме получените резултати с примери.

(4) B. Zlatanov: On another proof of the Schur property in Musielak–Orlicz sequence spaces, *Plovdiv University Paissii Hilendarski, Bulgaria Scientific Works* **37**, (2010) 135–142.

Техниката на стабилизирано асимптотичните ℓ_∞ пространства се оказва изключително удачна при изследването на някои свойства на редичните пространства на Мушиелак–Орлич, както сме демонстрирали в предходни публикации, които не са включени в документите по конкурса. Добре известно е, че всяка слабо сходяща към нула редица в ℓ_1 е сходяща към нула и по норма. Това свойство на ℓ_1 е известно като свойството на Шур. Златанов показва в [B. Zlatanov. Schur property and ℓ_p isomorphic copies in Musielak-Orlicz sequence spaces, Bulettin of the Australian Mathematical Society 75, (2007) 193-210], че ако редичното пространство на Мушиелак–Орлич ℓ_Φ е породено от функция на Мушиелак–Орлич, която удовлетворява δ_2–условието и неговото спрегнато пространство ℓ_Ψ е стабилизирано асимптотично ℓ_∞ пространство спрямо каноничния базис, то ℓ_Φ притежава свойството на Шур. Представяме друго доказателство на споменатия по–горе резултат с класическите техники датиращи от бремето на Стефан Банах.

(5) B. Zlatanov: On a Class of Köthe Sequence Spaces with Normal Structure, *Acta Mathematica Scientia*, 31B(2), (2011), 576-590

Намираме достатъчно условие за редични пространства на Кьоте с ограничено пълен и шринкинг (свиващ) базис да имат нормална структура. Следвайки идеите на Чангсен и Фенгхуи, които въвеждат понятието обобщен модул на изпъкналост $\delta_X^{(\lambda)}$, ние въвеждаме в статията обобщен модул на гладкост $\rho_X^{(\lambda)}$. Показваме, че обобщените модули на изпъкналост и гладкост са свързани по аналогичен начин на този за класическите модули на изпъкналост и гладкост, което е обобщение на резултата на Линденщраус. Изследваме някои свойства на тези два нови модула. Получаваме някои оценки на тези модули за произволно банахово пространство и за частния случай на $X = \ell_p$. Получаваме неравенства между коефициента WCS за редично пространство на Кьоте X и обобщения модул на изпъкналост $\delta_X^{(\lambda)}$. Намираме достатъчни условия, свързани с модула на изпъкналост, от които следва, че пространството има нормална структура. Резултатите ни са по–общи от резултатите на Гао и Лау. Лесен за приложение резултат в широк клас от редични пространства на Кьоте X е доказан.

(6) B. Zlatanov: Some expressions for the Riesz angle of weighted Orlicz sequence spaces, *Mathematical Sciences* (2013) 7:13

Боруейн и Симс въвеждат ъгъла на Рис $\alpha(X)$ в банахови решетки. Те представят приложения на ъгъла на Рис в изследването на геометрията на банаховите пространства. Ъгълът на Рис за ℓ_p и редичните пространства на Орлич е известен. Следвайки идеите на Ян, ние получихме в статията формула за пресмятането на ъгъла на Рис в теглови редични пространства на Орлич, снабдени или с нормата на Люксембург или с нормата на Амемия, породени от функция на Орлич, която удовлетворява Δ_2–условието и теглова редица $w = \{w_n\}_{n=1}^{\infty}$ от класа Λ. Ще отбележим, че в случая на норма на Люксембург получената оценка е точна, докато в случая на норма на Амемия успяхме да получим оценка отгоре и отдолу за стойността на ъгъла на Рис. Бихме искали да кажем, че изглежда има техническа грешка при сумирането на рационални числа в статията на Ян, което води до намирането на точна оценка за ъгъла на Рис в случая на норма на Амемия в пространства на Орлич. Бяхме убедени, че формулата на Ян е вярна, до момента на полученото по-късно доказателство в [B. Zlatanov: Kottman's constant, packing constant and Riesz angle in some classes of Köthe sequence spaces, *Carpathian J. Math.*, **35**(1) (2019), 103–124]. Получената в статията формула за пресмятане на ъгъла на Рис зависи само от поведението но пораждащата функция на Орлич M. Илюстрираме с някои класически функции на Орлич, които в никакъв случай не са тривиални, кога е възможно да бъде пресметнат ъгълът на Рис.

(7) B. Zlatanov: Kottman's constant, packing constant and Riesz angle in some classes of Köthe sequence spaces, *Carpathian J. Math.*, **35**(1) (2019), 103–124

Пакетиращата константа и константата на Котман са дефинирани от Котман и са интересни и важни параметри при изучаване на геометричната структура на банаховите пространства. Пакетиращата константа е известна за класическите редични пространства: ℓ_p, Орлич, Накано, Мушиелак–Орлич, Лоренц, Орлич–Лоренц, Цезаро. Котман открива връзка между константата на Котман и пакетиращата константа. Ние изследваме пакетиращата константа за редични пространства на Мушиелак–Орлич, снабдени или с нормата на Люксембурк, или с нормата на p–Амемия. Тъй като всяко редично теглово пространство на Орлич може да се разглежда като редично пространство на Мушиелак–Орлич, то формулата за пресмятане на пакетиращата константа за редично пространство на Мушиелак–Орлич, получена от Худзик, Ву и Ие, може да се използва за пресмятането на пакетиращата константа и за редично теглово пространство на Орлич. Ние намираме нова формула за пресмятане на пакетиращата константа и следователно и на константата на Котман за теглови редични пространства на Орлич с теглова редица $w = \{w_n\}_{n=1}^{\infty}$, принадлежаща на класа Λ и снабдени или с нормата на Люксембург или с нормата на p–Амемия. Тегловата редица $w = \{w_n\}_{n=1}^{\infty}$ е от класа Λ, ако съдържа сходяща към нула подредица $\{w_{n_k}\}_{k=1}^{\infty}$, такава че $\sum_{k=1}^{\infty} w_{n_k} = \infty$. Получената от нас формула е различна от известната до момента такава и е по-лесна за използване. По този начин, знаейки пакетиращата константа можем да пресметнем и константата на Котман за изследваните теглови редични пространства на Орлич, като използваме добре известната формула за връзка между двете константи.

Боруейн и Симс въвеждат ъгъла на Рис $\alpha(X)$ в банахови решетки. Те представят приложения на ъгъла на Рис в изследването на геометрията на банаховите пространства. Ъгълът на Рис за ℓ_p и редичните пространства на Орлич е известен. Следвайки идеите на Ян, ние получихме в [B. Zlatanov: Some expressions for the Riesz angle of weighted Orlicz sequence spaces, *Mathematical Sciences* (2013) 7:13] формула за пресмятането на ъгъла на Рис в теглови редични пространства на Орлич, снабдени или с нормата на Люксембург или с нормата на Амемия, породени от функция на Орлич, която удовлетворява Δ_2–условието и теглова редица $w = \{w_n\}_{n=1}^{\infty}$ от класа Λ. Ще отбележим, че в случая на норма на Люксембург получената оценка е точна, докато в случая на норма на Амемия успяхме да получим оценка отгоре и отдолу за стойността на ъгъла на Рис. Бихме искали да кажем, че изглежда има техническа грешка при сумирането на рационални числа в статията на Ян, което води до намирането на точна оценка за ъгъла на Рис в случая на норма на Амемия в пространства на Орлич. Бяхме убедени, че формулата на Ян е вярна, до момента на полученото по-късно доказателство статията. Доказали сме, че за широк клас от редични пространства на Кьоте, константите на Котман и ъгълът на Рис са равни. Класовете от тези пространства включват в себе си тези, които са порядково непрекъснати със свойството на Фату или тези, в които каноничният базис е безусловен и ограничено пълен. Открили сме някои нови геометрични свойства, които са свързани с ъгъла на Рис. Познаването на пакетиращата константа, а от там и и на константата на Котман за ℓ_p, редични пространства на Орлич, теглови редични пространсхва на Орлич, редични пространства на Накано, редични пространства на Мушиелак–Орлич, редични пространства на Лоренц, редични пространства на Орлич–Лоренц и редични пространства на Цезаро ни позволяват, използвайки основния резултат да намерим и ъгъла на Рис в тези пространства. Също така намираме и точната стойност на ъгъла на Рис в случай, че пораждащата функция на Орлич не удовлетворява Δ_2–условието. Намираме някои връзки между ъгъла на Рис и модулите на изпъкналост и гладкост в редични пространства на Кьоте и някои връзки между ъгъла на Рис и коефициенти, свързани само с пораждащата функция на Орлич за пространства на Орлич и пространства на Лоренц–Орлич.

(8) M. Petric, B. Zlatanov: Fixed point theorems of Kannan type for cyclical contractive conditions, *Plovdiv University, Faculty of Mathematics and Informatics, REMIA, December* (2010), 187–194

Получаваме достатъчни условия за съществуване и единственост на неподвижни точки за циклични изображения на Канан и Замфиреску. Намираме "a priori" и "a posteriori" оценки на грешката. Резултатите ни обединяват и разширяват няколко важни теореми за неподвижните точки за циклични изображения. За да илюстрираме ефикасността на обобщенията представяме няколко примери.

(9) M. Petric, B. Zlatanov: Best proximity points and fixed points for p–summing maps, *Fixed Point Theory and Applications* 2012, 2012:86 (2012) doi:10.1186/1687-1812-2012-86.

Неподвижните точки са важен инструмент при решаване на уравнението $Tx = x$ за изображения, дефинирани в метрични пространства или нормирани пространства. Едно обобщение на теоремата на Банах за свиващите изображения е понятието свиващ цикличен оператор, въведено от Кирк, Сринивасен и Веермани. Тъй като цикличните изображения могат да не притежават неподвижна точка, възможно е да се опитаме да търсим елемент x, който в някакъв смисъл да бъде възможно най–близък до Tx. Точките на най–добро приближение, въведени от Елдред и Веермани, са уместни в този контекст. Идеята да се разглеждат циклични изображения между две затворени, изпъкнали и не пресичащи се множества започва със резултатите на Елдред и Веермани. Те дефинират нов вид точки, които наричат точки на най–добро приближение в множество, които обобщават понятието за неподвижни точки. По–късно Карпагам и Агравал обобщават идеята за циклични изображения между p множества. Условието, наложено от Карпагам и Агравал върху цикличните изображения изглежда е доста ограничаващо, тъй като може да се удовлетвори само когато разстоянията между последователните множества са равни. Ние обобщаваме това понятие в статията като дефинирахме p–циклични сумиращи изображения. Този нов тип свиващо условие осигурява съществуване и единственост на неподвижни точки или на точки на най–добро приближение в равномерно изпъкнали банахови пространства и в случаите, когато разстоянията между последователните множества са различни. Резултатите на Елдред, Веермани и Карпагам и Агравал се получават като следствие от резултатите ни. Също така получаваме и резултати за неподвижни точки за циклични сумиращи изображения. Представяме примери, които потвърждават, че съществуват p–циклични сумиращи изображения, така че разстоянията между последователните множества да бъдат различни, с което се гарантира, че дефинираните от нас изображения са обобщение на понятията въведени от Елдред, Веермани и Карпагам и Агравал.

(10) S. Karaibyamov, B. Zlatanov: Fixed points for mappings with a contractive iterate at each point, *Mathematica Slovaca* **64**(2), (2014) 455-468

Обобщаваме в статията резултатите на Сегал и Гусеман за изображения в пълни метрични пространства с така нареченото итеративно свиващо условия във всяка точка. Резултатите на Сегал и Гусеман се получават като частен случай на основния резултат. Илюстрираме основната теорема с различни примери.

(11) B. Zlatanov: Best Proximity Points for p–Summing Cyclic Orbital Meir–Keeler Contractions, *Nonlinear Analysis: Modelling and Control* **20**(4), (2015) 528-544

Идеята да се обобщят орбитални свиващи изображения за циклични изображения на Меър–Киилър е въведена от Карпагам и Агравал. Ние въвеждаме в статията понятието p–циклични сумиращи, свиващи орбитални Меър–Киилър изображения. За разлика от p–цикличните сумиращи изображения не успяхме да получим едно условие, което да гарантира съществуването и единствеността на точки на най-добро приближение. Чрез въвеждането на две сумиращи условия получаваме достатъчни условия за съществуването и единствеността на точки на най–добро приближение. Резултатите за точки на най–добро приближение, получени от Карпагам и Агравал са частен случай на основния резултат. Илюстрираме основния резултат с пример.

(12) B. Zlatanov: Best proximity points in modular function spaces, *Arabian Journal of Mathematics*, **4**(3), (2015) 215-227.

Идея за обобщение на резултатите за неподвижни точки е чрез промяна на прилежащото пространство. Камши, Козловски и Риш са първите, които представят такова обобщение в модуларни функционални пространства. В последствие, основно Козловски и Камши, също така и съвместно със свои колеги, продължават изследванията на геометрията на тези пространства и теорията на неподвижните точки в тях. Обобщаваме в статията понятието циклични изображения и за точки на най-добро приближение в термините на модуларно функционално пространство. Намираме достатъчни условия за съществуване и единственост на точки на най–добро приближение за циклични изображения в модуларни функционални пространства, като заменяме условието за равномерна изпъкналост със свойството $UC1$. Интересно е да се отбележи, че в модуларните функционални пространства съществуват различни понятия, които обобщават равномерната изпъкналост в банаховете пространства. Необходимо бе да обобщим ключовата лема на Елдред и Веермани за сходимост на редици в случая на модуларни функционални пространства. Тези резултати имат и самостоятелно значение като обогатяват познанията за геометрията на модуларните функционални пространства, която може да бъде с доста странна структура. Представяме лесно за приложение следствие, където Δ_2 свойството е заменено с по–лесно за проверяване условие. Илюстрираме основният резултат с пример за циклични интегрални оператори в модуларни пространства на Орлич, снабдени с модулар породен от функцията на Орлич, където съществуването и единствеността на решенията се осигурява само от условия, зависещи от пораждащата функция на Орлич. Прилагаме получените резултати в модуларни пространства на Орлич за решаване на интегрални уравнения.

(13) M. Ivanov, B.Zlatanov, N. Zlateva: A variational principle and best proximity points, *Acta Mathematica Sinica, English Series*, **31**(8), (2015) 1315-1326.

Екеланд въвежда вариационен принцип и представя приложения в различни области на математиката. След неговата публикация са получени огромно количество обобщения и приложения . Широко използвано приложение на вариационната техника е в теорията на неподвижните точки. Няма резултати с използване на вариационната техника при изследване на точки на най–добро приближение. Обобщаваме в статията вариационния принцип на Екеланд за циклични изображения. Представяме приложение на тази версия на вариационния принцип за доказване на съществуване и единственост на точки на най–добро приближение за различни класове от циклични изображения, а именно - циклични свиващи изображениям; циклични изображения на Риш, Канан Чирич, Харди–Роджърс, Катержеа, Замфиреску и циклични итерационни свиващи изображения.

(14) B. Zlatanov: Error estimates for approximating best proximity points for cyclic contractive maps, *Carpathian Journal of mathematics* **32**(2), (2016) 265-270

За разлика от резултатите за съществуване и единственост на неподвижни точки, където са получени "a priori" и "a posteriori" оценки на грешката за по–голяма част от известните изображения, нямаше такива резултати за точки на най–добро приближение. В статията запълваме този недостатък в изследването на точки на най–добро приближение, като намираме оценки на грешките, в случая, когато модулът на изпъкналост е от степенен порядък. Намираме оценка на грешката за цикличните изображения, въведени от Елдред и Веермани.

(15) Saravanan Karpagam, B. Zlatanov: Best proximity points of p–cyclic orbital Meir–Keeler contraction maps, *Nonlinear Analysis: Modelling and Control* **21**(6), (2016) 790–806

Използвайки техниката за използване на L–функции, разработена от Лим и доразвита от Сузуки получаваме достатъчни условия за съществуване и единственост на точки на най–добро приближение и неподвижни точки за p–циклични, орбитални Меър–Киилър изображения. Илюстрираме получените резултати с различни примери.

(16) R. Koleva, B. Zlatanov: On fixed points for Chatterjea's maps in b–metric spaces, *Turkish Journal of Analysis and Number Theory* **4**(2), (2016) 31–34

Възможност за обобщение на резултати за неподвижни точки е като се замени пространството с b–metric space, като е направено от Бакхин. Използването на неравенство на триъгълника в техниката с последователните приближения налага някои ограничения върху b–метричната константа. Установихме, че b–метричните пространства имат общо с функционално модуларните пространства. По този начин намираме в статията достатъчни условия за съществуване и единственост на неподвижни точки за изображения на Катержеа в b–метрични пространства. Наложените условия не зависят от b–метричната константа. Изискваме само множеството от орбитите на последователните приближения да бъде ограничено, което е условие, широко използвано в теорията на неподвижните точки в модуларните функционални пространства. Намираме "a priori" оценка на грешката при използване на редици от последователни приближения. Намерената оценка на грешката е по–добра от добре известната такава за широк клас от изображения на Катержеа, за случая, когато b–метричното пространство е метрично пространство. Даваме примери, които показват, че получените от нас резултати са по–общи от известните до момента.

(17) A. Ilchev, B. Zlatanov: On fixed points for Reich maps in b–metric spaces, *Annual*

of Konstantin Preslavski University of Shumen, Faculty of Mathematics and Computer science **XVII C**, (2016) 77–88

Продължаваме изследванията върху неподвижните точки в b–метрични пространства, като обобщаваме резултатите на Колева и Златанов. Намираме достатъчни условия за съществуване и единственост на неподвижни точки за класове от изображения на Риш, дефинирани в b–метрични пространства. Тези условия отново не включват bметричната константа. Изискваме само множеството от орбитите на последователните приближения да бъде ограничено, условие широко използвано в теорията на неподвижните точки в модуларни функционални пространства. Намераме "a priori" оценка на грешката при използване на редици от последователни приближения. По този начин резултатите Колева и Златанов се превръщат в следствия на основния резултат. Намерената оценка на грешката е по–добра от добре известната такава за широк клас от изображения на Риш, в случая, когато b–метричното пространство е метрично пространство. Илюстрираме основната теорема с пример.

(18) A. Ilchev, B. Zlatanov: Fixed and Best Proximity Points for Kannan Cyclic Contractions in Modular Function Spaces, *Journal of Fixed Point Theory Applications* **19**(4), (2017) 2873–2893

Първото обобщение на понятието точки на най–добро приближение е направено от Златанов. Продължаваме с изследванията в това направление в статията, където разглеждаме точка на най–добро приближение и неподвижни точки, чрез обобщаване на понятието за циклично свиващо изображение на Канан в модуларни функционални пространства. Намираме достатъчни условия за съществуване и единственост на точки на най–добро приближение и неподвижни точки на циклични свиващи изображения на Канан в модуларни функционални пространства. Тъй като модуларните функционални постранства могат понякога да имат доста странна геометрия се наложи да обобщим ключовите леми на Евдред и Веермани за модуларните функционални пространства. Като следствия получаваме достатъчни условия за съществуване и единственост на точки на най–добро приближение и неподвижни точки за изследваните изображения от тип на Канан в модуларни пространства на Орлич, снабдени с функционалният модулар на Орлич. Представяме приложение на резултатите за решаване на интегрални уравнения, чрез използване на точки на най–добро приближение. Илюстрираме последния споменат резултат с няколко конкретни примера.

(19) Mihaela Petric, Boyan Zlatanov: Best Proximity Points for p-Cyclic Summing Iterated Contractions. *FILOMAT*. **32**(9) (2018) 3275–3287

Идеята да се разглеждат изображения с условия от сумиращ тип е доразвита за рефлексивни пространства в статията, където намираме достатъчни условия за съществуването и единствеността на точки на най–добро приближение. Следвайки идеите на Реинболт за итеративни свиващи условия, ние обобщаваме p–цикличните сумиращи свиващи изображения. Намираме достатъчни условия, които осигуряват съществуването и единствеността на точки на най–добро приближение за p–циклични сумиращите свиващи итеративни изображения в равномерно изпъкнали банахови пространства. Получаваме също така достатъчни условия за съществуване и единственост на точки на най–добро приближение за тези изображения в рефлексивни банахови пространства. Тези резултати обобщават резултатите на Тагафи и Шахзад. Като приложение сме показали, че резултатите от Петрич и Златанов за p–циклични сумиращи изображения на Карпагам и Агравал за p–циклични свиващи изображения, на Петрич за p–циклични свиващи по Канан изображения са следствия на основния резултат. Представяме обобщение за p–циклични итеративни сумиращи изображения на Канан. Успяхме да получим в статията достатъчно условие за съществуване и единственост на точки на най–добро приближение за тези изображения, когато свиващата константа е по–малка или равна на 1/4. Налагайки второ условие, получаваме същия резултат и в случая, когато свиващата константа е по–малка или равна на 1/2. Получаваме някои резултати за p–циклични сумиращи изброжения на Катерджеа. Интересно е да се отбележи, че в случая на 3–циклични сумиращи изображения на Катерджеа, не е необходимо да се налага допълнително условие, както при подобните изображения на Канан. В случая на p–циклични сумиращи изображения на Катерджеа се налага да въведем и допълнително условие, сходно на това за изображенията на Канан. Тези наблюдения показват, че когато разглеждаме изображенията на Канан или Катерджеа в контекста на сумиращите изображения, те биха могли да се различават съществено от класическите свиващи такива. Всички споменати по–горе обобщения са направени и в случая на рефлексивно банахово пространство.

(20) Tharmalingam Gunasekar, Saravanan Karpagam, B. Zlatanov: On p–Cyclic Orbital M–K Contractions in a Partial Metric Space, *Mathematics*, **6**(7), (2018), 116

Продължавайки идеята за обобщения на резултатите за точки на най–добро приближение чрез промяна на пространството, разглеждаме в статията изображения, дефинирани в пълни частично метрични пространства, като равномерната изпъкналост сме я заменили със свойството UC. Идеята за разглеждане на свойството UC в метрични пространства принадлежи на Сузуки, Кикава и Ветро. Те заменят ключовите леми на Елдред и Веермани от равномерно изпъкналите банахови пространства със свойството UC. Ние обобщаваме свиващите изображения на Меър–Киилър в случая на пълни частични метрични пространства. Получаваме достатъчни условия за съществуване и единственост на неподвижни точки и на точки на най–добро приближение за тези изображения в пълни частични метрични пространства. За да можем да илюстрираме основните резултати с примери, получаваме необходими и достатъчни условия за пълнота на частично метрични пространства. Намираме достатъчни условия за едно частично метрично пространство да бъде или Хаусдорфово или нормално топологично пространство. Резултатите са илюстрирани с пример.

(21) M.L.Suresh, T. Gunasekar, S. Karpagam, B. Zlatanov: A Study on p–Cyclic Orbital Geraghty type Contractions, *International Journal of Engineering & Technology*, **7**(4.10) (2018) 883 -887

Разглеждаме в статията p–циклични орбитални Герати тип свиващи изображения в равномерно изпъкнали банахови пространства и получаваме достатъчни условия за съществуване и единственост на точката на най–добро приближение за тези изображения. Доказваме, че точката на най–добро приближение е също така и единствена периодична точки за разглежданите изображения.

(22) A. Ilchev, B. Zlatanov: Error Estimates of Best Proximity Points for Reich Maps in Uniformly Convex Banach Spaces, *Annual of Konstantin Preslavsky University of Shumen Faculty of Mathematics and Informatics*, **XIX C**, (2018), 3–20.

Получаваме достатъчни условия за съществуване и единственост на точки на най–добро приближение за циклични свиващи изображения на Риш. Резултатите ни обобщават известните резултати за циклични изображения на Канан и Катержеа. Също така намираме оценка "a priori" и "a posteriori" на грешката при използване на редици от последователни приближения, когато разглежданото пространство е равномерно изпъкнало с модул на изпъкналост от степенен тип. Като следствие се получава и оценка на грешката за цикличните свиващи изображения на Канан и Катержеа.

(23) S. Bozhkov, K. Kolikov, B. Zlatanov: Estimates of the Correction Coefficient in Coulomb's Law for Electrostatic Interaction Between Two Charged Conducting Spheres, *Bulletin of the Transilvania University of Brasov, Series III - Mathematics, Informatics, Physics*, **8**(57)(1), (2015) 1-14.

Формула, която описва електростатичните сили на взаимодействие между две намагнетизирани сфери е получена от Коликов, Иванов, Кръстев, Епитропов и Божков. За съжаление получената от тях формула включва дроб с двойни функционални редове както в числителя, така и в знаменателя, което прави невъзможно намирането на приближени стойности. В статията разглеждаме коефициентът (корегиращ коефициент), въведен от Коликов, Иванов, Кръстев, Епитропов, който допълва закона Коломб в случая на електростатично взаимодействие между две намагнетизирани сфери с равни радиуси. Доказваме, че коригиращия коефициент е по–малък от едно, когато отношението между радиуса и разстоянието между центровете на сферите е по малко от $\frac{2}{5}$. Получаваме формула за пресмятането на коригиращия коефициент с произволно зададена точност с помощта на частични суми. Доказваме, че двойните функционални редове, които участват във формулата, даваща стойността електростатично взаимодействие между две намагнетизирани сфери са абсолютно сходящи. Това ни позволява да променяме реда на сумиране при получаване на приближени стойности на силата на взаимодействие. Техниката използвана в статията може да се приложи за доказване, че коригиращият коефициент е по малък от едно за всяко $\varepsilon > 0$, когато отношението на радиуса към разстоянието между центровете на сферите е по–малко то $\frac{1}{2} - \varepsilon$.

(24) Б. Златанов, С. Караибрямов, Б. Царева: Вертикална интеграция на обучението в средното училище и университета чрез проективни методи в динамична среда, *Математика плюс*, 1, (2012), 50-60

Авторите на статията в разработката на софтуера Sam вграждат нов обект ”безкрайна точка“ и нова за ДГС функция - ”разменя крайни и безкрайна точки“. Тази функция позволява размяна на точки и получаване на нови конструкции. Това дава предимството, че всяка задача, включваща пълен четириъгълник, може да бъде разглеждана или като успоредник, или като трапецовиден, или като произволен четириъгълник. Разглеждаме приложението на три забележителни теореми от проективната геометрия, осигуряващи вертикална интеграция на средното и висшето образование. Всеки от тях осигурява кратък и гъвкав начин за решаване на големи групи задачи и представя възможност за обобщаване на нови задачи. В основата на подхода е откриването на общия проективен корен на големи групи задачи. Това позволява обобщение на задачи отучебния материал. Новите твърдения са лесни за студентите и разбираеми за учениците. Познаването на инструментите, чрез които се правят обобщения, учи бъдещите учители как да генерират към нови училищни задачи. Предварителните проучвания в тази насока, както и процесът на обучение са значително улеснени от избора на подходяща динамична среда. Както може да се очаква и проследи в настоящата работа, решаваща роля играе новата функция заразмяна. Използвахме ДГС Sam, проектиран и пригоден за нуждите на обучението по синтетична геометрия от авторите на статията, защото той има тази специална функция. Илюстрирахме потенциала на Sam с няколко задачи (доколкото знаят авторите, представените обобщения са нови).

(25) B. Zlatanov, S. Karaibryamov, B. Tsareva: On a New Function in the Dynamic Software, *Practical Seminar on the Project Fibonacci*, Borobets 9-12.04.2012, 133-138. (Б. Златанов, С. Караибрямов, Б. Царева. Върху нова функция в динамичния софтуер, Практически семинар по проекта Fibonacci, Боровец 9-12.04.2012)

Динамичният геометричен софтуер Sam (написан на C# в средата на NET Framework 4) е създаден като образователен софтуер за нуждите на темата Синтетична геометрия. Откриването на общия проективен корен за големи групи проблеми е в основата на нашия иновативен подход, който се облекчава от ДГС Sam. Това позволява обобщаване на задачи, свързани с училищната математика. Новите задачи са лесни за студентите и са разбираеми за учениците. Новата за ДГС функция ” Размяна на крайна и безкрайна точки” в менюто на ДГС Sam оптимизира чертежите; тя също така развива изследователски стил на мислене в учениците, което е важен елемент в модернизирането на преподаването на математика. Например, краищата на паралелепипед са свързани с три безкрайни точки U_∞, V_∞, W_∞. Размяната на U_∞, V_∞, W_∞ с свободните, крайни точки U, V, W, позволява на потребителя да преобразува паралелепипеда за мигновенно в призма, пресечена пирамида , пирамида - с основи успоредник, трапеция, четириъгълник или триъгълник, със специално разположение на избран околен ръб. Конструкциите, направени за едно от телата, се пренасят в новот. Софтуерът на Sam предлага бърза подготовка на помощните скици, които са свързани с вписани или описани полиедри. Илюстрираме потенциала на ДГС Sam с няколко задачи (доколкото знаят авторите, представените обобщения са нови).

(26) S. Karaibryamov, B. Tsareva, B. Zlatanov: Educational Software for Interactive Training of Students on the Theme ”Mutual Intersecting of Pyramids and Prisms in

AXONOMETRY“, *Acta Didactica Napocensia*, **5**(1), (2012) 29–44

В статията споделяме опита си от използването на софтуера Sam за интерактивно обучение на студентите по темата ”Взаимно пресичане на пирамиди и призми в аксонометрия“. Програмата, съдържаща три модула (учител, студент и автопилот) позволява за най–кратко време да се обучат студентите върху цялото разнообразие от задачи по темата. Нова е предложената от нас класификация на прободните точки на околните ръбове на едното от телата с другото тяло, която се основава на взаимното разположение на спомагателните им равнини. Решенията на задачите могат да се проследят в петте класически аксонометрични проекции (кабинетна, кавалиерна перспективна, военна перспектива, увеличена ортогонална диметрия, увеличена ортогонална изометрия) както в основни им етапи, така и стъпка по стъпка. Всеки стадий от решението е придружен с коментар. Студентите могат да манипулират всеки обект от чертежа или да приложат ротация, транслация, уголемяване, свиване и др. Студентът може да наблюдава от всички страни въртящото се 3D изображение на композицията от двете пресичащи се тела или да отдели въртящото се 3D изображение на общата им част. Софтуерът позволява на студентите не само да научат задълбочено и в детайли материята за кратко време, но също така да подготвят творчески курсови проекти като например импровизации върху една или група задачи от учебните помагала и да създадат оригинални задачи върху дадена тема. Илюстрирали сме използването на софтуера Sam с множество различни примери, които обхващат всички случаи, описани в класификацията на прободните точки.

(27) S. Karaibryamov, B. Tsareva, B. Zlatanov: OPTIMIZATION OF THE COURSES IN GEOMETRY BY THE USAGE OF DYNAMIC GEOMETRY SOFTWARE SAM, *The Electronic Journal of Mathematics and Technology*, **7**(1), (2013) 22–51

Представяме нов подход в обучението по синтетично геометрия в училище и университета с помощта на ДГС. Въвеждането на новите за ДГС безкрайна точка и размяна на крайна и безкрайна точка помага да се оптимизира преподаването. Илюстрираме приложението на новите елементи за ДГС с множество примери от проективност, хомология, конични сечения, равнини сечени, приложение на теоремите на Пап и Дезарг. Тези нови елементи увеличават ползите от ДГС в обучението и усвояването на геометрията. Оптимизираме процеса на преподаване, чрез спестяване на чертожно време, обобщаваме големи групи от задачи, стимулираме и подпомагаме изследоватлското мислене и формираме творчески стил в учениците. Решенията на много задачи от синтетичната геометрия се състоят от последователно изчертаване на обекти. Една от ползите при използване на ДГС Sam е, че студентите или преподавателя, могат да изчертаят решението в един от случаите и с помощта на функцията ”размяна“ да получат решетието и да го проследят стъпка по стъпка във всичките различни случаи. Така студентите разбират по лесно, че всъщност това е една и съща задача.

(28) B. Zlatanov: SOME PROPERTIES OF REFLECTION OF QUADRANGLE ABOUT POINT, *Annals. Computer Science Series*, **11**(1), (2013) 79–91

С помощта на симетрия относно точката O, разположена в равнината на пълния четириъгълник $ABCD$, открихме, че съществуват три двойки съответни точки, разположени съответно върху трите двойки срещулежащи страни на $ABCD$, така че всеки две от тях могат да бъдат върхове на успореднк. Успоредниците на Вариньон, чиито страни са успоредни на третата двойка от срещуположни страни на $ABCD$ се получават, когато O съвпада с центъра на тежестта на $ABCD$. Използвайки GeoGebra бързо и лесно откриваме, че съществуват точки O, за които тези успоредници се израждат в отсечки, лежащи върху една права. Така следващото предизвикателство бе да открием геометричното място на точките O в тези специални случаи. Доказателството изисква множество нетривиални пресмятания, тъй като използваме хомогенни координати в разширената евклидова равнина. Ето защо доказваме резултатите с помощта на Maple. Представяме пълна класификация на всички случаи, които могат да се появят в конструкцията. В тази статия предлагаме първата симулация на функцията SFIP от Sam в GeoGebra. Демонстрираме възможностите за едновременно използване, на ДГС GeoGebra и на ACS Maple за обобщаване и доказване на геометрични задачи.

(29) B. Zlatanov: An Etude on One Sharygin's Problem, *Global Journal of Advanced Research on Classical and Modern Geometries*, **3**(2), (2014) 50-61

С методите на синтетичната геометрия и помощта на ДГС GeoGebra ние изследваме свойства на обекти, генерирани от пълен четириъгълник и права, лежаща в равнината му. Започваме със задача от книгата на Шаригин "Задачи по геометрия". Обобщаваме тази задача с помощта на теоремите на Пап, Дезарг и Паскал, функцията размяна на крайна и безкрайа точка и откриваме нови конгруентни прави, колинеарни точки и конични сечения. Изследваме всички възможни комбинации, които дават обобщение на класическата задача. Дефинираме нови обекти и откриваме как те са свързани един с друг. Така стигнаме до един перфектен в своята хармония свят на точки, прави и конични сечения, чиито взаимовръзки са подчинени на законите, описани от теоремите на реалната проективна геометрия.

(30) B. Tsareva, B. Zlatanov: Intersection of Polyhedrons and a Plane with GeoGebra, *North American GeoGebra Journal*, **5**(1), (2016) 39–52

В статията преставяме иновативен метод за преподаване на темата сечение на многостен с равнина в динамичната среда на GeoGebra. Използвайки симулиране на функцията SFIP на Sam, разработена от Караибрямов, Царева и Златанов, показваме как учители и ученици могат чрез обобщения на решена вече задача, да генерират множество нови задачи заедно с техните решения, като използват конструиранния от учителя аплет "Размяна на крайна & безкрайна точки". Функцията SFIP добавя мощна функционалност към GeoGebra за учителите, учениците и изследователите. Този подход не само оптимизира и опростява решенията на задачите по темата, но и дава нов смисъл на обучението "математика с компютър" като въвежда изследователски елемент в него, което е важен момент в модернизиране на обучението по математика.

(31) B. Zlatanov: On a Family Curves of the Second Class, *Global Journal of Advanced Research on Classical and Modern Geometries*, **6**(2), (2017) 91-105

Съществува множество задачи от училищния курс по геометрия, в които са скрити интересни връзки между обектите и възможности за генериране на нови геометрични фигури. Един аспект на скрития потенциал на обобщението на една училищна задача [S. Karaibryamov, B. Tsareva, B. Zlatanov: Optimization of the Courses in Geometry by the Usage of Dynamic Geometry Software Sam, *The Electronic Journal of Mathematics and Technology*, **7**(1), (2013) 22–51, Задача 12] е представен в статията. Откриваме множество от криви от втори клас, свързани с условието на задачата. Намираме нови зависимости между обектите, които конструираме. Използвайки GeoGebra илюстрираме кривите от втори клас в случаите, когато точките U и V са крайни или безкрайни. Използвайки възможностите на ДГС Cinderella предлагаме на читателя да види и кривите от втора степен, които са свързани с описаните по–горе криви от втори клас.

Дата | Подпис:

гр. Пловдив | доц. д-р Боян Георгиев Златанов