

Рецензия

**от проф. дмн Гено Петков Николов
от Факултета по математика и информатика
на Софийския университет “Св. Климент Охридски”**

на материалите, представени за участие в конкурс за заемане на академичната длъжност „Професор“ във Факултета по математика и информатика на Пловдивския университет “Паисий Хилендарски“ по: област на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика; професионално направление 4.5 Математика (Математически анализ), обявен в ДВ, бр. 31/12.04.2019 г.

1 Предмет на рецензиране

В конкурса за „професор“, обявен в Държавен вестник, бр. 31/12.04.2019 г. и на уеб страницата на Пловдивския университет ПУ “Паисий Хилендарски“ за нуждите на Факултета по математика и информатика участва един кандидат: доц. д-р Боян Георгиев Златанов.

Със Заповед № Р33-3779/12.07.2019 г. на Ректора на ПУ “Паисий Хилендарски“ съм избран за член на научното жури по конкурса. Съгласно решение на това жури (Протокол №1/18.07.2019 г.) съм определен да напиша рецензия по конкурса.

В ролята си на член на научното жури съм получил в писмен и електронен вид следните документи, приложени от доц. д-р Боян Златанов към заявлението му за участие в конкурса от 28.06.2019 г.:

2. автобиография по европейски формат на български и английски език;
3. диплома за висше образование (диплома за образователно-квалификационна степен “магистър” Серия А-95 СУ, № 130597 и служебна бележка от ФМИ при СУ, удостоверяваща, че дипломата удовлетворява изискванията за образователна степен “магистър”);
4. диплома за образователна и научна степен “доктор” № 27519/ 27.08.2001, издадена от Висшата атестационна комисия;
5. свидетелство за научно звание “доцент” № 24922/23.04.2008 (по Математически анализ);
6. екранна снимка от НАЦИД за хабилитирани лица с наукометрични показатели;
7. удостоверение за трудов стаж - У-1829 / 05.04.2019;
8. документи за учебна работа (справка аудиторна заетост след придобиване на академичната длъжност “доцент” и списък на издадени учебници и публикуван електронен учебник);
9. справка от поделение “Научна и проектна дейност” при ПУ за участието на кандидата в научноизследователски проекти;
10. списъци на научните трудове на кандидата, в това число: 10.1 списък на всички научни трудове; 10.2 списък на научните трудове за придобиване на образователна и научна степен “Доктор”; 10.3 списък на научни трудове за участие в конкурса за “Доцент”; 10.4 списък на научни трудове депозирани за участие в конкурса за професор; 10.5 копия на научните трудове за участие в конкурса за професор; 10.6 списък на цитиранията за участие в конкурса за професор; 10.7 списък на научните трудове неизползвани в предходни процедури и невключени в настоящата процедура); 10.8 копия на цитиранията за участие в конкурса за професор (само в електронен вид);

11. справки за спазване на минималните национални изисквания и на допълнителните изисквания на ФМИ при ПУ, съгласно чл.76.(4) от ПРАСПУ, в това число: 11.1 минимални национални изисквания за направление 4.5; 11.2 допълнителни изисквания на ФМИ при ПУ за направление 4.5; 11.3 справка за спазване на допълнителните изисквания на ФМИ при ПУ, съгласно чл.76.(4) от ПРАСПУ;
12. декларация за оригиналност и достоверност на приложените документи;
13. анотации и самоценка на приносите на материалите по чл.76. от ПРАСПУ на български и на английски език.

Представеният комплект от документи и материали дава възможност за обективна и пълна оценка на кандидата в съответствие с изискванията на ЗРАСРБ, ППЗРАСРБ и съответните правилници на ПУ и ФМИ.

2 Биографични данни и педагогическа и проектна дейност на кандидата

Кандидатът за професор Боян Георгиев Златанов завършва висше образование във ФМИ на СУ „Св. Климент Охридски“ през 1996 г. със специалност „Математика“, специализация „Математически анализ“. През 2001г. придобива ОНС „Доктор“ за защитена дисертация на тема „Геометрични свойства на някои класове банахови пространства с безусловен базис“. Преподавателската му дейност датира от 1999г. и е изцяло базирана в ПУ, където последователно е избиран асистент, ст. асистент и гл. асистент. През 2008г. печели конкурс за „Доцент“ в ПУ, и до момента заема тази академична длъжност, следователно кандидатът удовлетворява допълнителните условия за стаж заложени в чл.76, ал. 3,4 от ПРАСПУ. Преподавателската му дейност е изключително разнообразна, като за целите ѝ доц. д-р Боян Златанов е разработил 18 лекционни курса. Тук влизат курсовете по задължителните дисциплини „Математически анализ“ 1, 2, 3 и 4, както и по избираемите дисциплини „Функционален анализ“, „Приложен функционален анализ“, „Геометрия на фракталите“, „Метрични пространства“, „Сходимост и компактност в метрични пространства“, „Борсова и извънборсов търговия“, „Въведение в математиката на парите“, „Теория на стойността в пазарната икономика“, „Сходимост и компактност в метрични пространства“, „Компютърни алгебрични системи“, „GeoGebra - възможности и предизвикателства“, и др. От 2015г. досега Боян Златанов е зам. декан по научно изследователска и приложна дейност във филиала на ПУ в Смолян. Бил е научен ръководител на 8 дипломанта и на един успешно защитил докторант (А. Илчев) във ФМИ на ПУ, като с последното е удовлетворено едно от допълнителните изисквания за „Професор“ на ФМИ на ПУ.

Кандидатът е участник в два национални научно изследователски и 1 един национален образователен проект, както и в 4 вътрешно университетски научни проекти. Бил е член на програмни и организационни комитети на 5 научни конференции, и е участвал с доклади в 12 национални конференции и семинари с международно участие. Боян Златанов е член на редколегиите на едно българско списание и едно списание публикувано в чужбина. Писал е рецензии за 15 списания и за Math Review.

3 Обща характеристика на представените за участие в конкурса публикации

Списъкът на всички публикации на доц. Боян Златанов включва 53 статии, два учебника по диференциално и интегрално смятане с използване на компютърни алгебрични системи,

една монография и едно електронно учебно пособия. 18 от тези статии са в списания с импакт фактор. В конкурса за "Професор" кандидатът участва с 31 статии, двата учебника и монографията. Всички представени за конкурса трудове са публикувани след хабилитацията му. 30 от статиите са в списания и една в сборник на конференция. 12 от публикациите са в престижни международни списания с импакт фактор, измежду които *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, *Nonlinear Analysis: Modelling and Control* (2), *Fixed Point Theory and Applications* (2), *Acta Mathematica Sinica*, *Mathematica Slovaca*, *Carpathian Journal of Mathematics*, и др. Следователно са спазени допълнителните изисквания на ФМИ на ПУ за публикациите (20 публикации, поне 12 в списания, от които поне 8 с импакт фактор, поне един учебник или учебно помагало).

Кандидатът е представил списък с 100 цитирания, от които 59 в списания индексирани в WoS и/или Scopus (при минимални изисквания на ФМИ на ПУ за 20 цитирания).

Представените от доц. д-р Боян Златанов публикации могат условно да се разделят на три основни групи:

- Някои геометрични свойства на банахови пространства с безусловен базис. Това са статиите [1]–[7] (тук и по-нататък използваме номерацията от списъка 10.4);
- Теория на неподвижните точки и точки на най-добро приближение за циклични изображения - статиите [8]–[22];
- Използване на алгебрични компютърни системи и динамичен геометричен софтуер и Maple в обучението по математика - статиите [24]–[31]. На тази тема е посветена и монографията *Developing Creative Thinking in Geometry Classes*, издадена от LAP LAMBERT Academic Publishing.

Извън тези три групи е научната публикация [23], в която се използват методи от математически анализ за изследване на една задача от електростатиката.

4 Анализ на научните приноси на кандидата

4.1 Някои геометрични свойства на банахови пространства с безусловен базис

Публикациите [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7] са в областта на геометрията на банаховите пространства. В тях се изучават свойства и характеристики на класове от редични пространства на Кьотман и редични пространства на Мушиелак–Орлич. Такива характеристики са константата на Кьотман и пакетиращата константа, ъгъла на Рис, коефициента на слабо сходящите редици, модулите на изпъкналост и гладкост и някои техни обобщения, свойството на Шур, нормалната структура, и др. За различни класове от редични пространства на Кьотман са получени резултати, свързани с условието пространството да е стабилизирано асимптотично ℓ_∞ .

Предмет на изследване в [1] е $WCS(X)$, коефициентът на слабо сходящите към нула редици за банахово пространство X , въведен от Бинум. Стойността на WCS е известна за ℓ_p , c_0 и за хилбертови пространства. В [1] WCS се изследва в теглови редични пространства на Орлич, снабдени с нормата на Люксембург или нормата на Амемия и теглови редици $w = \{w_n\}_{n=1}^\infty$ от класовете Λ или Λ_∞ . Една теглова редица е от класа Λ_∞ , ако е ненамаляваща и сходяща към безкрайност. За широк клас от теглови редици $w = \{w_n\}_{n=1}^\infty$, включващи Λ и Λ_∞ , Златанов доказва необходимо и достатъчно условие тегловите редични пространства на Орлич $\ell_M(w)$, снабдени с нормата на Люксембург или нормата на Амемия да имат слаба равномерна нормална структура.

В [5] Златанов въвежда обобщен модул на гладкост $\rho_X^{(\lambda)}$ ($\lambda \in (0, 1)$), следвайки идеи на Чангсен и Фенгхуи, които въвеждат обобщен модул на изпъкналост $\delta_X^{(\lambda)}$. За обобщените модули на изпъкналост и гладкост той показва, че са свързани по аналогичен начин на този за

класическите модули на изпъкналост и гладкост, което е обобщение на резултата на Линденштраус, и доказва оценки на тези модули за произволно банахово пространство и за частния случай на $X = \ell_p$. Основният резултат тук е достатъчно условие за редични пространства на Кьоте с ограничено пълен и свиващ базис да имат нормална структура, изразен в термини на модула на изпъкналост. По този начин се обобщават резултати на Гао и Лау.

Понятието асимптотично ℓ_p пространство е дефинирано от Милман и Томчак–Ягерман, като съвкупността от тези пространства е известна като стабилизирано асимптотични ℓ_p пространства. В статията [3] се изучават редичните пространства на Мушелак–Орлич ℓ_Φ със спрегнато пространство ℓ_Φ^* , което е стабилизирано асимптотично ℓ_∞ спрямо каноничния базис, като е дадена пълна характеризация на ограничените слабо относително компактни подмножества $K \subset \ell_\Phi$. Доказано е, че ℓ_Φ е насыщено с асимптотично изометрични копия на ℓ_1 и затова не притежава свойството на неподвижната точка за затворени, ограничени изпъкнали множества и неразтягаци (или несвиващи) изображения в тях. Получените резултати са илюстрирани с подходящи примери.

Фактът, че всяка слабо сходяща към нула редица в ℓ_1 е сходяща към нула и по норма, е известен като свойство на Шур. В публикация от 2007, невключена в списъка за конкурса, Златанов показва, че ако редичното пространство на Мушелак–Орлич ℓ_Φ е породено от функция на Мушелак–Орлич, която удовлетворява δ_2 –условието и неговото спрегнато пространство ℓ_Ψ е стабилизирано асимптотично ℓ_∞ пространство спрямо каноничния базис, то ℓ_Φ притежава свойството на Шур. В [4] е представено друго доказателство на този резултат с класическите техники от времето на Стефан Банах.

Като използва идеи на Леунг и Дю, в [2] Златанов доказва, че ако пораждащата функция на Орлич M не изпълнява Δ_2 –условието в нулата, съществуването на еквивалентна аналитична норма в редичното пространство на Орлич–Лоренц $d_0(w, M)$ е еквивалентно на условието пространството $d_0(w, M)$ да бъде изоморфно полиедрално. Доказано е, че ако $\lim_{n \rightarrow 0} \frac{M(\lambda t)}{M(t)} = \infty$ за някое $\lambda > 1$, тогава редичното пространство на Орлич–Лоренц $d_0(w, M)$ е изоморфно полиедрално и следователно притежава еквивалентна аналитична норма; то е c_0 –насыщено и спрегнатото му пространство е сепарабелно. С помощта на пораждащата функция на Орлич или чрез съществуването на изоморфни ℓ_p копия са характеризирани всички c_0 –насыщени редични пространства на Орлич–Лоренц. Построен е клас от редични пространства на Орлич–Лоренц, които са изоморфно полиедрални, притежават еквивалентна аналитична норма и са c_0 –насыщени.

В [6] Златанов изследва ъгъла на Рис $\alpha(X)$ в банахови решетки, въведен от Дж. Борвейн и Б. Симс. Той извежда нова формула за пресмятане на ъгъла на Рис в теглови редични пространства на Орлич, снабдени или с нормата на Люксембург или с нормата на Амемия, породени от функция на Орлич, която удовлетворява Δ_2 –условието и теглова редица $w = \{w_n\}_{n=1}^\infty$ от класа L . Получената от Златанов формула за пресмятане на ъгъла на Рис зависи само от поведението на пораждащата функция на Орлич M . Той показва с някои класически функции на Орлич, които в никакъв случай не са тривиални, кога е възможно да бъде пресметнат ъгълът на Рис. Във втория случай (при норма на Амемия) той доказва двустранни оценки за ъгъла на Рис.

Статията [7] е посветена на пакетиращата константа и константата на Кьотман, въведени от Kottman през 70-те години на миналия век. За разлика от случая на крайномерни пространства, в който само краен брой непресичащи се кълба с един и същ радиус могат да се поместят в единичното кълбо, за едно безкрайномерно банахово пространство X съществува константа Γ_X (пакетираща константа) със свойството че единичното кълбо $B(X)$ може да побере безброй много непресичащи се кълба с един и същ радиус по-малък от Γ_X . Известно е, че $\Gamma_X \in [1/3, 1/2]$, и Γ_X е намерена за различни редични пространства. Константата на Котман $K(X)$ за безкрайномерно банахово пространство X е свързана с пакетиращата константа с равенството $\Gamma_X = \frac{K(X)}{K(X)+2}$. В [7] Златанов извежда нова формула за пресмятане на пакетиращата константа и следователно и на константата на Котман за теглови редични

пространства на Орлич с теглова редица $w = \{w_n\}_{n=1}^\infty$, принадлежаща на класа Λ и снабдени или с нормата на Люксембург или с нормата на p -Амемия. Получената от него формула е по-лесна за използване и му позволява чрез пакетиращата константа да се пресметне и константата на Котман за теглови редични пространства на Орлич с теглови редици от класа Λ . Златанов доказва, че за широк клас от редични пространства на Късте, константите на Котман и ъгълът на Рис са равни. Този клас съдържа пространствата, които са порядково непрекъснати със свойството на Фату или тези, в които каноничният базис е безусловен и ограничено пълен. Това позволява пресмятането на ъгъла на Рис последством пакетиращата константа в случаите, когато тя е известна.

4.2 Теория на неподвижните точки и точки на най-добро приближение за циклични изображения

Както бе споменато, тук попадат статиите [8]–[22]. Струва си обаче е да се отбележи че, от една страна, тези статии се опират на резултати от геометрията на банаховите пространства, а от друга, резултати в тези статии представляват принос към геометрията на банаховите пространства.

Неподвижните точки са важен инструмент при решаване на уравнението $Tx = x$ за изображения, дефинирани в метрични или нормирани пространства. Понятието свиващ цикличен оператор, въведено от Кирк, Сринивасен и Веермани, е подходящо обобщение на теоремата на Банах за свиващите изображения. За цикличните изображения може и да не съществува неподвижна точка, затова е смислено се търси елемент x , който в някакъв смисъл да бъде възможно най-близък до Tx . Елдред и Веермани за пръв път разглеждат циклични изображения между две затворени, изпъкнали и непресичащи се множества, и дефинират нов вид точки, които наричат точки на най-добро приближение в множество, които обобщават понятието неподвижни точки. Идеята за циклични изображения между $p \geq 2$ множества е въведена по-късно Карпагам и Агравал. Те обаче налагат силно ограничаващо условие върху цикличните изображения, което може да се удовлетвори само когато разстоянията между последователните множества са равни. В [8] Златанов и Петрич намират достатъчни условия за съществуване и единственост на циклични изображения на Канан и Замфиреску, и доказват априорни и апостериорни оценки за грешката. В [9] същите автори дефинират p -циклични сумиращи изображения, налагайки нов тип свиващо условие, което осигурява съществуване и единственост на неподвижни точки или на точки на най-добро приближение в равномерно изпъкнали банахови пространства и в случаите, когато разстоянията между последователните множества са различни. Резултатите на Елдред, Веермани и Карпагам и Агравал се получават като следствие от техните. Конструирани са примери на p -циклични сумиращи изображения, при които разстоянията между последователните множества са различни.

Идеята за p -циклични сумиращи изображения е доразвита за рефлексивни пространства в [19]. Намерени са достатъчни условия за съществуването и единствеността на точки на най-добро приближение за p -циклични сумиращите свиващи итеративни изображения в равномерно изпъкнали банахови пространства, както и достатъчни условия за съществуване и единственост на точки на най-добро приближение за тези изображения в рефлексивни банахови пространства. Тези резултати обобщават резултати на други автори (Тагафи и Шахзад, Карпагам и Агарвал, и др.)

В [11] Златанов въвежда понятието p -циклични сумиращи, свиващи орбитални Меър–Киилър изображения. Като налага две сумиращи условия, той получава достатъчни условия за съществуването и единствеността на точки на най-добро приближение. По този начин се обобщават резултати получени от Карпагам и Агравал. Тези изследвания са продължват в [15]. В съвместна статия с Карпагам Златанов прилага техниката на L -функциите за да получи достатъчни условия за съществуване и единственост на точки на най-добро приближение и неподвижни точки за p -циклични, орбитални Меър–Киилър изображения.

Интерес представлява намiranето на оценки за грешката за точките на най-добро приб-

лижение при използване на редици от последователни приближения. Първият резултат в това направление е получен от кандидата в [14], където са доказани априорни и апостериорни оценки на грешката за цикличните изображения, въведени от Елдред и Веермани, в термини на модула на изпъкналост. В [22] Златанов и Илчев получават достатъчни условия за съществуване и единственост на точки на най–добро приближение за циклични свиващи изображения на Риш. Тези резултати са обобщение на известните резултати за циклични изображения на Канан и Катержеа. Тук са доказани априорни и апостериорни оценки на грешката при използване на редици от последователни приближения, когато пространството е равномерно изпъкнало с модул на изпъкналост от степенен тип, и като следствие е оценена грешката за цикличните свиващи изображения на Канан и Катержеа.

Една идея за обобщение на резултатите за неподвижни точки е да се промени прилежащото пространство. В статиите [12, 18] въпросите за циклични изображения, неподвижни точки и точки на най–добро приближение се изучават в модуларни функционални пространства. Условието за равномерна изпъкналост тук е заменено с условия UC_1 и UC . Резултатите от тези статии имат и самостоятелно значение, тъй като обогатяват познанията за геометрията на модуларните функционални пространства. Достатъчни условия за съществуване и единственост на неподвижни точки и на точки на най–добро приближение за случая на пълни частично метрични пространства са получени в [20]. В [21] тези въпроси се разглеждат за p -циклични орбитални Герати тип свиващи изображения в равномерно изпъкнали банахови пространства. Доказано е, че точката на най–добро приближение е също така и единствена периодична точка за разглежданите изображения.

През 1976г. Екеланд въвежда вариационен принцип, който намира приложения в различни области на математиката, в това число и теорията на неподвижните точки. В статията [13] (съвместна с М. Иванов и Н. Златева) вариационния принцип на Екеланд е обобщен за циклични изображения, и приложен за доказване на съществуване и единственост на точки на най–добро приближение за различни класове от циклични изображения.

В статията [10] е доказан резултат за съществуване и единственост на неподвижни точки в пълни метрични пространства с итеративно свиващо свойство, който съдържа като частен случай резултати получени от Сегал и Гусеман. Конструиран е пример, илюстриращ получения резултат.

Публикациите [16, 17] са посветени на въпросите за съществуване и единственост на неподвижни точки в b -метрични пространства, които се различават от метричните пространства по това, че неравенството на триъгълника за функцията на разстояние е отслабено (в дясната му страна е поставен множител $s \geq 1$). Резултатите в [17] обобщават тези от [16], като са намерени достатъчни условия за съществуване и единственост на неподвижни точки за класове от изображения на Риш, независещи от константата s . Получените оценки за грешката подобряват известните такива за случаите на метрични пространства.

Встрани от тематиката на горепосочените групи от статии е публикацията [23]. В нея се анализира формула, която описва електростатичните сили на взаимодействие между две намагнетизирани сфери, получена от Коликов, Иванов, Кръстев, Епитропов и Божков. За коригираният коефициент, въведен от тези автори за допълване на закона Коломб в случая на електростатично взаимодействие между две намагнетизирани сфери с равни радиуси, е доказано, че е по–малък от 1, когато отношението между радиуса и разстоянието между центровете на сферите е по–малко от $\frac{2}{5}$. Показано е как този коефициент може да се пресметне с произволна отнапред зададена точност.

4.3 Използване на алгебрични компютърни системи и динамичен геометричен софтуер и Maple в обучението по математика

Третата група от публикации [24]-[31], както и монографията [32], отразява дълбокия интерес на доц. д-р Боян Златанов към използването на алгебрични компютърни системи (АКС) и в частност динамичен геометричен софтуер (ДГС) и Maple в обучението по математика.

Ползите от това са несъмнени и включват: 1) оптимизация на учебния процес; 2) интеграция на средното и университетското обучение и 3) развитие на интуицията и творческото мислене в часовете по геометрия.

Няма да анализирам съдържанието на тези публикации, и това не е защото подценявам тяхната значимост или качество. Напротив, тези публикации представят д-р Златанов като ерудиран преподавател, умело използващ предимствата на модерното общество на информационните технологии както в процеса на обучение, така и в научните изследвания. Изкушавам се да кажа, че с професионално разработения ДГС *Sam* и познанията за ДГС GeoGebra, публикациите относно тяхното използване и прилагане за решаване на различни интересни геометрични задачи, които са добре описани и в монографията му, с познаването на АКС *Maple* (демонстрирано и в двата учебника по диференциално и по диференциално смятане), доц. д-р Златанов би могъл да бъде успешен кандидат за „Професор“ в професионално направление 4.6 Информатика и компютърни науки, а защо не и в 3.1 Педагогика на обучението по...

Въздържам се от подробен анализ на публикациите от тази група, защото съм убеден, че статиите на доц. д-р Боян Златанов от първите две групи са напълно достатъчни както в количествено, така и в качествено отношение за покриване на изискванията за „Професор“ по 4.5 Математика във ФМИ на ПУ, а и във всеки друг университет в България.

5 Заключение

Документите и материалите, представени от доц. д-р Боян Георгиев Златанов, показват пълно съответствие на педагогическия му опит и на научните му постижения със спецификата на конкурса. В духа на изискванията на Закона за развитие на академичния състав в Република България (ЗРАСРБ) и правилника за прилагането му (ППЗРАСРБ), изразявам убедеността си, че резултатите обявени от доц. д-р Боян Златанов в публикациите му са плод на негови собствени постижения, и **няма основания той да бъде обвиняван в plagiatство**.

Въз основа на направения анализ убедено заключавам, че кандидатът в конкурса напълно удовлетворява изискванията на Закона за развитие на академичния състав в Република България (ЗРАСРБ) и правилника за прилагането му (ППЗРАСРБ), изискванията залегнали в чл. 76 от ПРАСПУ, както и допълнителните изисквания на ФМИ при ПУ, за заемане на академичната длъжност „Професор“ по професионалното направление „4.5 Математика“.

Това ми дава основание да дам положителна оценка за кандидата и убедено да препоръчам на уважаемото Научно жури да предложи на Научния съвет на ФМИ на ПУ „Паисий Хилендарски“ да избере доц. д-р БОЯН ГЕОРГИЕВ ЗЛАТАНОВ на академичната длъжност „ПРОФЕСОР“ във ФМИ на ПУ в област на висше образование „4. Природни науки, математика и информатика“, професионално направление „4.5 Математика“, научна специалност „Математически анализ“.

9.09.2019г.

С уважение:

(Г. Николов)