

РЕЦЕНЗИЯ

от чл. кор. дмн Стефан Петров Иванов –
професор в СУ „Св. Климент Охридски”, ФМИ

на дисертационен труд за присъждане на научна степен '**доктор на науките**'
в област на висше образование 4. *Природни науки, математика и информатика*.....
професионално направление 4.5. *Математика (Геометрия и топология)*

Автор: професор д-р Манчо Христов Манев - ПУ „Паисий Хилендарски“

Тема: „Върху геометрията на многообразия с някои тензорни структури и метрики от Норденов тип”

Със заповед № Р33-1291 от 05.04.2017г. на Ректора на Пловдивския университет „Паисий Хилендарски” (ПУ) съм определен за член на научното жури за осигуряване на процедура за защита на дисертационен труд на тема „Върху геометрията на многообразия с някои тензорни структури и метрики от Норденов тип” за придобиване на научната степен ‘доктор на науките’ на ПУ в област на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика, професионално направление 4.5. Математика (Геометрия и топология) . Автор на дисертационния труд е професор д-р Манчо Христов Манев - катедра „Алгебра и Геометрия” към Факултет по математика и информатика на ПУ „Паисий Хилендарски“

Представеният от проф. Манев комплект материали на хартиен носител е в съответствие с Чл.45 (4) от Правилника за развитие на академичния състав на ПУ, включва следните документи:

- молба до Ректора на ПУ за разкриване на процедурата за защита на дисертационен труд;
- автобиография в европейски формат;
- копие от диплома за образователната и научна степен „доктор” №25978/22.03. 1999;
- протокол от катедрен съвет с предварителното обсъждане на дисертационния труд;
- дисертационен труд;
- автореферат;
- списък на научните публикации по темата на дисертацията;
- копия на научните публикации;
- декларация за оригиналност и достоверност на приложените документи;
- справка за спазване на специфичните изисквания на съответния факултет;

- Свидетелство за научното звание „доцент” (копие) – №22327/24.02.2004;
- Свидетелство за академичната длъжност „професор” (копие) – №4000027/19.02.2013;
- Справка за индекса на Хирш за цитиранията на научните публикации;
- Справка за участия в научноизследователски и образователни проекти;
- Справка за участия с доклади на научни форуми;
- Списък на представените научни публикации;
- Списък на цитиранията на научните публикации.

Дисертантът е приложил по темата на дисертацията 11 броя публикации и 2 статии на архива (arXiv.org) от общо 53 негови публикации, като 11-те статии по темата не са използвани от дисертанта в други конкурси. Осем от тези статии са самостоятелни, 2 са в съавторство с неговата защитила докторантка и 1 е с двама съавтори.

Бележки и коментар по документите нямам.

2. Кратки биографични данни

Проф. д-р Манчо Манев е роден през 1966 г. През периода 1984-1989 г. е студент в Пловдивски университет „Паисий Хилендарски”, Математически факултет, специалност „Математика и информатика”, професионална квалификация „Учител по математика и информатика” и получава магистърска степен. След това е докторант редовно обучение в катедра „Геометрия”, Факултет по математика и информатика, Пловдивски университет „Паисий Хилендарски”. През 1999 г. защитава дисертация на тема „Върху диференциалната геометрия на почти контактни многообразия с В-метрика” и придобива научната степен „доктор” по научна специалност 01.01.06 Геометрия и топология. От 1994 до 2003 г. е последователно асистент, старши асистент, главен асистент по геометрия в катедра „Геометрия” към ПУ. През 2003 г. става доцент а от 2013 е професор по научна специалност 01.01.06 Геометрия и топология в Пловдивския университет „Паисий Хилендарски”, където работи и досега. Избран е също и за професор в катедра „Медицинска физика, биофизика и математика” на Фармацевтичен факултет; от 01.04.2014 г. в катедра „Фармацевтични науки“ на Фармацевтичен факултет и от 15.02.2016 г. в катедра „Медицинска информатика, биостатистика и електронно обучение“ на Факултета по обществено здраве, Медицински университет-Пловдив. Бил е заместник-декан на ФМИ-ПУ от 2004 до 2011, а през периода 2011-2015г. е помощник-декан (научен секретар) на ФМИ към ПУ и от 2011г е ръководител на катедра „Алгебра и геометрия”, ФМИ-ПУ.

3. Актуалност на тематиката и целесъобразност на поставените цели и задачи

Проф. Манев работи в областта на съвременната диференциална геометрия. В представената дисертацията се изучава геометрията на почти комплексни и почти контактни многообразия с метрики от Норденов тип както и геометрията на почти хиперкомплексни и почти 3-контактни пространства с Ермитово-Норденови метрики.

Основен проблем при изучаване диференциалната геометрия на гладко многообразие със структури е намирането на линейна свързаност запазваща дадените структури, с чиято помощ може да се опише геометрията на многообразието, което е силно нетривиален проблем. Например, за риманово многообразие това е свързаността на Леви-Чивита, за ермитово многообразие – свързаностите на Леви-Чивита, свързаността на Чърн, свързаността на Бисмут и т.н. Дисертацията е посветена основно на този актуален и нетривиален проблем в случая на описаните по-горе многообразия.

Почти комплексни многообразия снабдени с норденова метрика са въведени от А. П. Норден през 60-те години на миналия век. За разлика от широкоизвестните почти ермитови многообразия, тук почти комплексната структура действа върху метриката като антиизометрия, което определя метриката да бъде неутрална със сигнатура (n,n) . Комплекси-фикацията на всяко риманово многообразие (продължение на метриката по комплексна линейност) е пример на такова многообразие и затова тези многообразия се срещат още и под названието комплексни риманови многообразия. Като такива те са изучавани от К. ЛеБрун (който е един от най-добрите ученици на световноизвестния математик Н. Хитчин) във връзка с теоретичната физика през 80-те години на миналия век. Интерес към тези многообразия има в световната литература и в наши дни – известните математици П. Брайд и Дж. Ууд (J. Geom. Phys. 61 (2011), 46-61) свързват тези многообразия със свойства на хармонични морфизми. Тук ще отбележим още, че в специалния случай, когато почти комплексната структура е интегрируема и метриката е холоморфна (коэффициентите на метриката в холоморфна локална координатна система са холоморфни функции), много от свойствата на тези многообразия са формално много близки, дори идентични, с тези на реалните риманови многообразия, но този случай не се засяга в трудовете на проф. Манев.

Почти контактни многообразия с норденов тип метрика са специален клас субриманови многообразия, които играят съществена роля в теорията за контрола. Именно, те се определят чрез задаване на четномерно разпределение с коразмерност единица, зададено като ядро на гладка едноформа, върху което е определена почти комплексна структура и комплексно-риманова метрика, т.е. риманова метрика с неутрална сигнатура, спрямо която почти

комплексната структура е антиизометрия. Тези многообразия могат да се разглеждат и като нечетномерен аналог на В-метричните многообразия, познати още като комплексни риманови многообразия или норденови многообразия. Определят се естествени линейни свързаности, запазващи почти контактната В-метрична структура, като се изследва и геометрията на някои от определените забележителни свързаности, като разработките на кандидата имат важно значение за развитието на диференциалната геометрия на почти контактните В-метрични многообразия и дават основата за по-нататъшни развитие на този забележителен клас многообразия, имащ потенциал за приложение в диференциалната геометрия, теорията за контрола, математическата физика.

Специален и много важен подклас на почти комплексните многообразия са почти хиперкомплексните многообразия, именно дефинирани са три почти комплексни структури, които имат свойствата на имагинерните кватерниони. Тези $4n$ -мерни пространства снабдени с хиперермитова метрика, т.е. метрика която е ермитова спрямо всяка от трите структури, са обект на интензивно изследване както в математиката, многообразия на Калаби-Яу така и в теоретичната физика, многообразия на Калаби-Яу с торзия. Нов тласък в изучаването на (почти) хиперкомплексните многообразия е даден от дисертантът, който разглежда (почти) хиперкомплексни многообразия с метрики от Норденов тип, именно, метриката е Норденова спрямо две от комплексните структури и ермитова спрямо третата, метрики от Ермитово-Норденов тип.

В нечетните размерности, възниква понятието почти контактна 3-структура, примерно върху хиперповърхнина на почти хиперкомплексно пространство, а в случая на хиперповърхнина на хиперермитово многообразие това води до понятието почти контактна метрична 3-структура, като изследването на тези структури среща съществени трудности, произтичащи най-вече от липсата на „холоморфни кватернионни функции“. В нечетномерния случай дисертантът стартира изследване на почти контактни 3-структури снабдени с ермитово-Норденова метрика, като моделен пример е неизродена хиперповърхнина на почти хиперкомплексно многообразие с Ермитово-Норденова метрика.

С това считам, че тематиката е достатъчно актуална в световен мащаб.

4. Характеристика, оценка и приноси на дисертационния труд

Представеният за рецензиране дисертационен труд съдържа въведение, изложение в две глави от по 8 и 7 параграфа съответно и списък на цитираните източници. Общият обем на текста е 228 страници на английски език, а списъкът на цитираната литература съдържа общо 155 заглавия. Дисертационният труд е базиран на 11 статии публикувани в добре известни

международни научни списания, като ще отбележа *J. Geom. Phys.*, *Ann. Glob. Anal. Geom.*, *Central Eur. J. Math*, *Results Math.* и др. със сумарен Импакт Фактор 5.383 и две работи на Архива. Представени са 19 цитирания на резултатите от дисертацията и 169 цитирания на автора след конкурса му за професор през 2012 г. от които около 130 са по темата на дисертацията.

Във въведението се описват проблемите и целите разгледани в дисертацията, именно диференциално-геометрични характеристики на многообразието описани по-горе.

Първите три параграфа на Глава 1 са посветени на геометрията на почти комплексните многообразия с Норденова метрика. Известно е, че тензорът на Нюенхойс N е основен инвариант за почти комплексна структура и, съгласно фундаменталната теорема на Нюлендер-Ниренберг, той се анулира точно когато почти комплексната структура е интегрируема. Въведен е асоциираният тензор на Нюенхойс N^\wedge като втори основен тензор върху тези многообразия, характеризирани са основните класове в термините на N и N^\wedge и са определени забележителни свързаности запазващи структурата чрез торзията им изразена в термините на N и N^\wedge .

В следващите четири параграфа на Глава 1 се изучава на геометрията на почти контактните (ПК за кратко) многообразия с Норденова метрика. Известно е, че почти контактният тензор на Нюенхойс N е основен инвариант за почти контактна структура и е обструкция тази структура да е нормална, т.е. индуцираната почти комплексна структура върху произведението на ПК-многообразието с реалната права да бъде интегрируема. Въведен е асоциираният ПК-тензор на Нюенхойс като втори основен тензор върху тези многообразия и са определени основните класове и свързаности запазващи ПК-структурата в термините на тези два инварианта на ПК-структура. Като основен резултат и принос тук ще отбележа намереното необходимо и достатъчно условие за съществуване на свързаност запазваща ПК структура с Норденова метрика имаща напълно антисиметрична торзия, именно анулирането на асоциираният ПК тензор на Нюенхойс.

Изследвани са и ПК-конформни деформации, т.е. композиция от трансформация запазваща хоризонталното разпределение с комплексна конформна трансформация на комплексната Риманова метрика върху него и са дадени трансформациите на торзията на някои естествени свързаности под действие на тези деформации. Дадени са кривинни свойства на свързаността на Схоутен-ван Кампен, свързаност асоциирана със свързаността на Леви-Чивита и адаптирана за хоризонталното и вертикално разпределение (запазваща всяко от тях).

Определен е клас ПК многообразия със свойства близки до Сасакиевите многообразия, дадени са нетривиални (компактни) примери на такива.

Първите четири параграфа на Глава 2 са посветени на геометрията на почти хиперкомплексните многообразия с ермитово-норденова метрика, т.е. почти хиперкомплексно многообразие снабдено с неутрална метрика, която е ермитова спрямо едната почти комплексна структура и норденова спрямо другите две. Тъй като дефиницията на тези структури е доста рестриктивна то основен въпрос е съществуването на нетривиални примери.

В параграф 10 са дадени примери на такива структури върху 4-мерни групи на Ли, които са ляво-инвариантни спрямо действието на групата и са определени класовете на които те принадлежат.

В следващият параграф 11 определен широк клас такива многообразия като е показано съществуване на такива структури върху допирателното разслоение на произволно почти комплексно многообразие с норденова метрика. Върху допирателното разслоение на почти комплексно многообразие с афинна свързаност е дефинирана почти хиперкомплексна структура като се използва хоризонталният и вертикалният лифт (спрямо афинната свързаност) на произволно векторно поле върху базата. В случаят, когато базата е (псевдо) Риманова то тази метрика се повдига върху допирателното разслоение с помощта на свързаността на Леви-Чивита като е известно кога повдигнатата метрика е Айнщайнова. Основен резултат тук е, че ако базовата метрика е норденова то върху допирателното разслоение е дефинирана почти хиперкомплексна структура с ермитово-норденова метрика (Теорема 11.6). Изследвана е геометрията на тази структура и са определени основни класове в зависимост от класа на базата. Подробно е описан случаят, когато базата е холоморфната сфера. В следващият параграф 12 са дадени зависимости между 6-те асоциирани тензори на Нюенхойс като е установено, че два от тези тензори определят напълно останалите четири (Теорема 12.7). Важен принос на дисертантът е Теорема 12.11, която твърди, че почти хиперкомплексно многообразие с ермитово-норденова метрика допуска свързаност запазваща структурата имаща напълно антисиметрична торзия точно когато два от шестте асоциирани тензора на Нюенхойс се анулират. Този резултат има потенциал са съществени приложения в суперсиметричната теория на струните и може да се разглежда като аналог на известните хиперкомплексни многообразия с торзия за ермитово-норденови метрики. Даден е и 4-мерен пример за съществуване на такава свързаност върху група на Ли.

В параграф 13 е разгледан аналог на кватернионно келеровите многообразия, именно, дефиниран е класът на кватернионно келеровите многообразия с ермитово-норденова метрика. Ще отбележа Теорема 13.7 в която е установено, че кватернионно келерово многообразие с ермитово-норденова метрика с размерност по-голяма от 8 е Айнщайново. Според рецензента, това е най-важният резултат на дисертантът, който отваря нова насока за конструиране на може би най-изследваната област на диференциалната геометрия и математическата физика са конструиране на нови Айнщайнови метрики.

Останалите два параграфа са посветени на почти контактни 3-структури с ермитово-норденови метрики – клас многообразия дефинирани и изследвани от дисертантът. Това са $4n+3$ -мерни многообразия с една почти контактна метрична структура и две почти контактни структури с норденова метрика като са дадени условия за съгласуваност на тези структури, определена е структурната група на тези пространства. Дефинирани асоциирани тензори на Нюенхойс за такива структури като е доказано че анулирането на два от тях води до анулирането на третия.

Основен въпрос и тук е въпросът за нетривиални примери. Описана е 7-мерна група на Ли и е конструирана почти контактна 3-структура с ермитово-норденова метрика. Такава структура се индуцира и върху неизродена хиперповърхнина на хиперкомплексно многообразие с ермитово-норденова метрика. Дисертантът е разгледал времеподобната сфера и е описал подробно възникнала върху нея почти-контактна 3 структура с ермитово-норденова метрика. По общо, съгласно Теорема 11.6, неизродена хиперповърхнина на допирателното разслоение на почти комплексно многообразие с норденова метрика допуска такава структура и може да бъде предмет на бъдещи изследвания.

5. Критични забележки и препоръки –нямам.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Дисертационният труд съдържа научни, научно-приложни и приложни резултати, които представляват оригинален принос в науката и отговарят на всички изисквания на Закона за развитие на академичния състав в Република България (ЗРАСРБ), Правилника за прилагане на ЗРАСРБ и съответния Правилник на ПУ „Паисий Хилендарски“. Представените материали и дисертационни резултати напълно съответстват на специфичните изисквания на Факултета по математика и информатика, приети във връзка с Правилника на ПУ за приложение на ЗРАСРБ.

Дисертационният труд показва, че дисертантът Манчо Христов Манев притежава задълбочени теоретични знания и професионални умения по научна специалност 4.5.

Математика (Геометрия и топология) като демонстрира качества и умения за провеждане на изследвания с получаване на оригинални и значими научни приноси.

Поради гореизложеното, убедено давам своята положителна оценка за проведеното изследване, представено от рецензираните по-горе дисертационен труд, автореферат, постигнати резултати и приноси, и предлагам на почитаемото научно жури да присъди научната степен 'доктор на науките' на Манчо Христов Манев в област на висше образование: *4. Природни науки, математика и информатика*, професионално направление 4.5. *Математика (Геометрия и топология)*.

20.04.2017 г.

Рецензент:

Чл. кор. дмн Стефан Иванов