

## РЕЦЕНЗИЯ

на дисертационен труд на тема

„Дробни диференциални уравнения с разпределено закъснение”

с автор Магдалена Асенова Веселинова

представен за придобиване на образователната и научна степен „доктор”

**Област на висше образование:** 4. „Природни науки, математика и информатика”

**Професионално направление:** 4.5 „Математика”

**Докторска програма:** „Диференциални уравнения”

**Научно звено:** катедра „Математически анализ”, Факултет по математика и информатика към ПУ „П. Хилендарски”, 4003 Пловдив

**Научен ръководител:** доц. д-р Христо Кискинов

**Основание:** Заповед Р33-6000 от 16.12.2016 г. на Ректора на ПУ „П. Хилендарски”

**Рецензент:** проф. д-р Михаил Михайлов Константинов, катедра „Математика”, Университет по архитектура, строителство и геодезия, 1046 София

### 1. Актуалност на темата

Теорията на дробното диференциално и интегрално смятане е класическа област, която през последните няколко десетки години намира все по-широко приложение в математическото моделиране на системи и процеси, описвани от дробни диференциални уравнения, включително уравнения със сложно закъснение. Приноси в тази област имат и някои български математици. В този смисъл оценявам тематиката на дисертационния труд като актуална и много перспективна.

## **2. Данни за кандидатката**

Кандидатката е родена през 1989 година. Завършва специалността „Информатика”, образователна степен „бакалавър” през 2012 година в Пловдивския университет „П. Хилендарски”, и образователната степен „магистър”, специалност „Бизнес информатика с английски език” в същия университет с пълно отличие през 2013 година. Още като студентка започва да работи в областта на дробните пресмятания и техните приложения. Публикувала е 4 научни статии в съавторство (средно 1.33 приведени публикации). През 2014 година е зачислена за докторант с научни ръководители проф. С. Костадинов и проф. А. Захариев. Впоследствие двамата ръководители са заменен с доц. Х. Кискинов.

## **3. Познаване на проблематиката от докторантката**

От работата е видно, че докторантката познава много добре съвременното състояние на разработваната от нея област. Историческата справка също е достатъчно пълна и коректна.

## **4. Кратко описание на работата**

Дисертационната работа е разработена в обем от 121 стр. и включва библиография от едно заглавие на руски език и 106 заглавия на английски език (някои от източниците на руски език, например [70], са представени също на английски). Разделена е на увод, три глави и заключение.

Библиографията обхваща периода от 1695 година (една забележка на великия Г. Лайбниц), минава през 1812 година (с работа на П. Лаплас), включва публикация от 1823 година (една класическа работа на Х. Абел) и стига до 2016 година (три съвместни работи на кандидатката).

Първа глава на дисертацията съдържа основните означения, както и преглед на основните резултати по темата. В глава втора се разглеждат линейни диференциални уравнения с разпределено закъснение и с дробни производни на Риман-Лиувил. В глава трета са получени аналогични резултати за дробни диференциални уравнения с производни на Капуто.

## **5. Описание на приносите**

Получените приноси могат да се класифицират като научни и са както следва.

- Намерени са достатъчни условия за съществуване и единственост на решението на задачата на Коши за неутрални линейни дробни диференциални уравнения с разпределено закъснение и дробни производни на Риман-Лиувил и на Капуто
- Намерени са достатъчни условия за глобална асимптотична устойчивост на уравнения от описания по-горе тип, като е разгледан случаят на рационално несъизмерими редове на диференциранията

Отбелязано е, че получените резултати могат да се обобщят за дробни диференциални уравнения с импулси.

Аз лично виждам възможности за обобщения и по линията на системите за управление с дробни производни на сигналите, включително на входа и на изхода. Такива изследвания са вече в ход и данни за тях могат да се намерят в литературата.

## **6. Оценка за личното участие на дисертантката**

Доколкото може да се съди от представените материали и в частност от публикациите по темата на дисертацията, получените приноси в голяма степен са резултат от личната работа на дисертантката.

## **7. Публикации по дисертационния труд**

По работата са направени четири публикации, една от които в издание с импакт-фактор и журнален ранг. Оценявам тези публикации като достатъчни и съответстващи на изискванията на ЗРАСРБ, на Правилника за приложението му и на нормативните документи на ПУ „П. Хилендарски” в тази област.

## **8. Апробация на резултатите**

Част от резултатите са докладвани на три международни конференции (две у нас и една в чужбина) през 2015 и 2016 година и са използвани в научен проект към НПД на ПУ „П. Хилендарски” през периода 2015-2016 година.

## 9. Отразяване на резултатите от дисертационния труд

Няма данни за цитиране на публикациите по дисертацията в трудове на други учени и специалисти, което е естествено предвид на това, че те са публикувани през миналата и настоящата (2015 и 2016) година.

## 10. Оценка на автореферата

Авторефератът на дисертационната работа правилно отразява нейното съдържание.

## 11. Препоръки и забележки

По работата могат да се отправят редица забележки от редакционен и технически (а и от принципен) характер както следва.

- Редица означения, като например  $\arg$ ,  $\det$ ,  $\min$ ,  $\max$ ,  $\log$ ,  $\sup$ ,  $\text{Var}$ ,  $\text{loc}$ ,  $\text{Re}$  и други подобни, трябва да се дават изправени (примерно в шрифт `\rm` в LaTeX), а не в *italic*; в противен случай се стига например до неестетичното означение *Re<sub>p</sub>* за реалната част на комплексното число  $p$
- Идеята да има списък на означенията в началото на работата е добра; за съжаление някои от използваните по-нататък означения липсват в този списък и това затруднява работата с текста
- В редица случаи знаците за модул и скобките следва да се въведат като променливи (или делиметри), адаптиращи се към височината на текста в тях; в LaTeX това става с командите `\left` и `\right`
- Избраната четворна номерация от вида (a.b.c.d) е тромава; за текст с подобни параметри е по-добре номерацията да е максимум тройна (или даже двойна)
- На стр. 10 в автореферата и на много други места означението  $|X(t)|$  отговаря на 1-нормата на Холдер и трябва да се унифицира; по принцип това означение се използва за векторния модул на вектор (или за матричния модул на матрица) и това може да доведе до объркване
- Трябва да се има предвид, че в някои случаи използваната матрична норма не е индуцирана и/или мултипликативна
- Т. нар. „логаритмична норма”, или „мярка на Лозински”, е предложена по същото време и от Далкуист и е редно това да се упомене
- Терминът „експлицитен” е добре да се замени с „явен”, а терминът „домейн” (стр. 13 от дисертацията) - с термина „област”

- На много места словоредът е по-скоро английски, отколкото български; например в словосъчетанието „Нека следните условия са изпълнени...”
- В подзаглавието на стр. 27 в автореферата има грешка в думата „устойчивост”
- Често не се прави разлика в означенията между функцията  $X$  и стойността  $X(t)$  на  $X$  в точката  $t$
- В зависимостта (3.2.1.7) вероятно има грешки; същото се отнася и за зависимостта (3.2.3.5)
- Има много на брой дълги формули, дадени в редовете и поради това трудни за проследяване; вместо това е по-добре да се използва математическият стил `display` чрез командите `\[...\]` в LaTeX и другите диалекти на текстообработващата система TeX
- В работата са получени обобщения на някои резултати на Денг, Ли и Лу от 2007 година (работа [15] от библиографията); в тази връзка би трябвало да има илюстративен пример, при който едните условия са изпълнени, а другите - не
- В работата се говори за приноси в „качествената теория” (или 34СХХ според класификацията MSC 2010) на диференциалните уравнения, докато всъщност става въпрос за общата теория (34К05) и за теория на устойчивостта (34К20) на функционално-диференциалните уравнения; прецизната класификация на предметната област на дисертацията изисква упоменаване и на номенклатурата 34К37
- На 33 стр. в автореферата има условия на „Риман-Ливул”
- Означението за идентификатора ISBN в списъка на литературата не е унифицирано
- Литература [9] не е дадена по стандарта; думите в заглавията на някои статии започват с главна буква, а в други – не; същото се отнася за наименованията на някои от списанията
- В означенията в началото не е ясно дали става въпрос за пространства на вектори-стълбове (какъвто е случаят в дисертацията), или за вектори-редове
- При дефиницията на характеристичната матрица  $G(p)$  е по-добре нейните диагонални и извъндиагонални елементи да се дадат поотделно, а не чрез претрупания запис от типа (2.2.1.10) и други подобни
- Пропуск е липсата на илюстративни примери, особено на фона на сравнително обемистите формулировки и резултати; такива примери следва да се дадат например за някои прости рационални и ирационални стойности на дробния ред (например  $1/2$ ,  $2/3$ , корен втори от 2 и т.н.) на производните и за най-ниския ред 2 на системите с разпределени закъснения

- Пропуск е и липсата на мотивация за изучаване на конкретните класове уравнения, например въз основа на физически системи и процеси
- По темата на дисертацията са представени четири статии на кандидатката съвместно с доц. Х. Кискинов и проф. А. Захариев от 2015 и 2016 година; ясно е, че има известен форсаж в публикационната активност през последната година, което е довело до еднотипни резултати и липса на съдържателни примери
- Темата на дисертацията е интересна, а получените резултати съдържат научни приноси; поради това препоръчвам кандидатката и нейните съавтори да подготвят вариант на книга на английски език въз основа на дисертационния труд и съответно да потърсят публикация в някое известно международно издателство

### **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Въз основа на горния анализ смятам, че независимо от направените забележки, дисертационният труд съдържа достатъчно научни приноси и отговаря на изискванията на Закона за развитие на академичния състав в Република България, на Правилника за неговото приложение и на съответните нормативни документи на ПУ „П. Хилендарски“. Поради това препоръчвам на Почитаемото научно жури да присъди на маг. Магдалена Асенова Веселинова образователната и научна степен „доктор“ по указаното професионално направление.

28.12.2016 г.

Рецензент:

(Михаил Константинов  
кат. „Математика“, УАСГ – София)